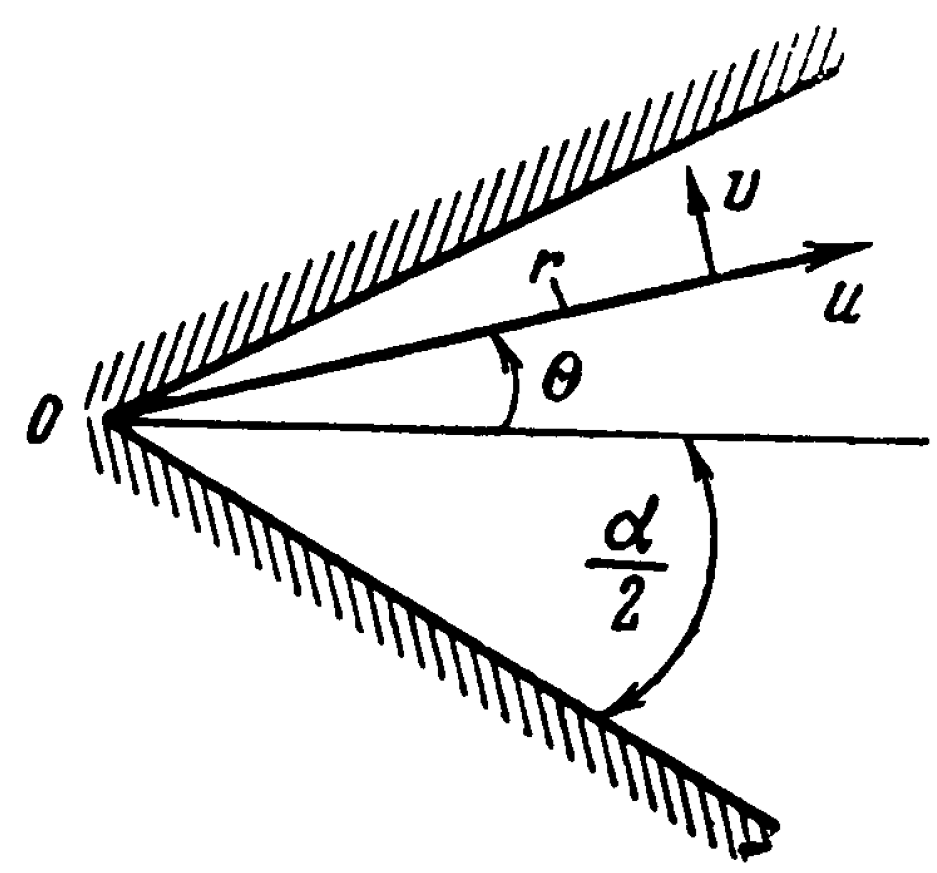
О ВЫСШИХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ В ТЕОРИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Б. М. Булах (Саратов)

В работе [1] Ван Дайк применил метод «внешних» и «внутренних» разложений по степеням $\varepsilon = R^{-1/2}$ к задаче нахождения безотрывного ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости с большими числами Рейнольдса R около полубесконечных тел и подробно исследовал первые два члена этих разложений. В настоящей работе рассматриваются члены более высоких порядков. На примерах течения в диффузоре около точки торможения и т. д. показывается, что «внешнее» решение для таких задач состоит из части, которая представляется асимптотическим степенным рядом по ε, и части, которая не представляется подобным рядом (она будет $O(e^{-a/\varepsilon})$, $a > 0$). На примере течения в диффузоре, для которого имеется точное решение, показывается, что основная часть решения, представляемая рядом по степеням ε, может быть получена обычными приемами независимо от «экспотенциальной части», которая затем может быть найдена методом возмущений. Предлагается способ соединения «внешнего» и «внутреннего» решений, приспособленный к задаче обтекания тел с большими R.

1. Рассмотрим сходящееся ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости с постоянным кинематическим коэффициентом вязкости ν при больших числах Рейнольдса R в плоском диффузоре в полярной системе координат r, θ (см. фигуру).



Полураствор диффузора обозначаем $^1/_2\,\alpha$, компоненту скорости в направлении увеличения r и θ — соответственно через u и v. Как известно (см., например, [2]), в рассматриваемом течении $v = 0$, $u = r^{-1} V(\theta)$. Функцию $V(\theta)$ представим в виде $V(\theta) = AU(\theta)$, где $A = \mathrm{const}$, $[A] = L^2T^{-1}$, а безразмерная функция $U(\theta)$ удовлетворяет уравнению

$$\varepsilon^2 (U'' + 4U) + U^2 - 1 = 0$$
$$(\varepsilon = R^{-1/2},\ R = A/\nu) \qquad (1.1)$$

Здесь R — число Рейнольдса; штрихи — дифференцирование по θ.

Граничными условиями для U будут

$$U(\pm {}^1/_2\alpha) = 0 \quad \text{или же} \quad U({}^1/_2\,\alpha) = 0, \quad U'(0) = 0 \qquad (1.2)$$

Будем решать задачу нахождения $U(\theta)$ методом «внешних» и «внутренних» разложений. Вне пограничного слоя при $\varepsilon \to 0$ $U \to \pm 1$, как видно из уравнения (1.1); рассмотрим сходящееся течение, $U \to -1$.

Будем искать внешнее решение в виде

$$U = U_0 + o(\varepsilon^m) = -1 + \varepsilon^2 U_{02} + \varepsilon^4 U_{04} + \ldots + o(\varepsilon^m) \qquad (1.3)$$
$$(m \text{ — любое положительное число})$$

Подставляя (1.3) в (1.1) и приравнивая члены с одинаковыми степенями ε, легко убедиться, что все $U_{0k} = \mathrm{const}$, поэтому, положив $U_0'' = 0$, из (1.1) находим

$$U_0^2 + 4\varepsilon^2 U_0 - 1 = 0, \quad \text{или} \quad U_0 = -\sqrt{1 + 4\varepsilon^4} - 2\varepsilon^2 = -1 - 2\varepsilon^2 - 2\varepsilon^4 + \ldots \qquad (1.4)$$

Будем искать «внутреннее» решение в пограничном слое в виде

$$U = u_0(\vartheta) + \varepsilon^2 u_2(\vartheta) + \varepsilon^4 u_4(\vartheta) + \ldots \qquad (\vartheta = ({}^1/_2\alpha - \theta)\,\varepsilon^{-1}) \qquad (1.5)$$

Преобразуем (1.1) к переменной ϑ, $d^2U / d\vartheta^2 + U^2 - 1 + 4\varepsilon^2 U = 0$, подставляя сюда (1.5), приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε, получим

$$d^2u_0 / d\vartheta^2 + u_0^2 - 1 = 0, \qquad d^2u_2 / d\vartheta^2 + 2u_0 (u_2 + 2) = 0 \ \text{и т. д.} \qquad (1.6)$$

Условия «прилипания» на стенке и условия соединения «внутреннего» и «внешнего» решений, согласно (1.4), будут

$$u_0(0) = 0, \quad u_0(\infty) = -1; \quad u_2(0) = 0, \quad u_2(\infty) = -2 \text{ и т. д.} \tag{1.7}$$

Функция $u_0(\vartheta)$ находится из (1.6), (1.7) в замкнутом виде

$$u_0(\vartheta) = -1 + 12\left[(\sqrt{3} + \sqrt{2})\, e^{1/2\sqrt{2}\vartheta} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})\, e^{-1/2\sqrt{2}\vartheta}\right]^{-2} \tag{1.8}$$

(Это — известное решение теории пограничного слоя.)

Функция $u_2(\vartheta)$ определяется (1.6), (1.7) единственным образом

$$u_2(\vartheta) = -2 + O(\vartheta e^{-\sqrt{2}\vartheta}) \quad \text{при } \vartheta \to \infty \tag{1.9}$$

Найдем теперь U из «внутреннего» решения при больших ϑ. Из (1.4), (1.5), (1.8), (1.9) получим

$$\begin{aligned} U &= -1 - 2\varepsilon^2 + \ldots + \frac{12}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} \exp(-\sqrt{2}\vartheta) + \ldots = \\ &= -\sqrt{1 + 4\varepsilon^4} - 2\varepsilon^2 + \frac{12}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} \exp\left[-\frac{\sqrt{2}}{\varepsilon}\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right)\right] + \ldots = \\ &= U_0 + \frac{12}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} \exp\left[-\frac{\sqrt{2}}{\varepsilon}\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right)\right] + \ldots \end{aligned} \tag{1.10}$$

Формула (1.10) ясно показывает, что во «внешнем» решении должны присутствовать экспоненциальные члены, которые не представляются асимптотическими рядами по степеням ε. Найдем главный из них методом возмущений. Будем искать внешнее решение в виде $U = U_0 + U_1$. После подстановки U в (1.1) получим

$$\varepsilon^2 (U_1'' + 4U_1) + 2U_0 U_1 + U_1^2 = 0 \tag{1.11}$$

Отбрасывая U_1^2 в (1.11) и решая получающееся уравнение, находим главный член U_1 в виде

$$\begin{aligned} U_1 &= c\left\{\exp\left[(\theta - {}^1\!/_2\,\alpha)\sqrt{2}\,\varepsilon^{-1}(1 + 4\varepsilon^4)^{1/4}\right] + \exp\left[-(\theta + {}^1\!/_2\alpha)\sqrt{2}\,\varepsilon^{-1}(1 + 4\varepsilon^4)^{1/4}\right]\right\} = \\ &= c\exp\left[-({}^1\!/_2\,\alpha - \theta)\sqrt{2}\,\varepsilon^{-1}(1 + 4\varepsilon^4)^{1/4}\right]\left\{1 + \exp\left[-\alpha\varepsilon^{-1}\sqrt{2}\,(1 + 4\varepsilon^4)^{1/4}\right]\right\} \\ &\qquad (c = 12\,(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-2}) \end{aligned} \tag{1.12}$$

Находим постоянную, приравнивая главный член $U - U_0$ из (1.10), главному члену U_1 согласно (1.12). Окончательно «внешнее» решение запишем в виде

$$\begin{aligned} U = -\sqrt{1 + 4\varepsilon^4} - 2\varepsilon^2 &+ \frac{12}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} \exp\left[-\vartheta\sqrt{2}\,(1 + 4\varepsilon^4)^{1/4}\right] \times \\ &\times \left\{1 + \exp\left[-\frac{\alpha\sqrt{2}}{\varepsilon}(1 + 4\varepsilon^4)^{1/4}\right]\right\} + \ldots \end{aligned} \tag{1.13}$$

(Многоточием обозначены члены более высокого порядка по ε, чем выписанные.) Для проверки (1.13) сравним U_1, даваемое (1.12), с U_1, получающейся из точного решения, на оси диффузора (при $\theta = 0$). Если обозначить $U_1(0) = U_1^*$, то, интегрируя (1.11), удовлетворяя граничным условиям $U_1(\alpha/2) = -U_0$ (условие прилипания), $U'(0) = 0$, получим точную формулу

$$\int_{U_1^*}^{U^\circ} \frac{d\tau}{\sqrt{{}^2\!/_3(U_1^{*3} - \tau^3) + [2(1 + 4\varepsilon^4)^{1/2}(\tau^2 - U_1^{*2})]}} = \frac{\alpha}{2\varepsilon} \quad (U^\circ = \sqrt{1 + 4\varepsilon^4} + 2\varepsilon^2) \tag{1.14}$$

Из (1.12) получается

$$\begin{aligned} U_1^* &= \frac{24}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} \exp\left[-\frac{\alpha}{\varepsilon\sqrt{2}}(1 + 4\varepsilon^4)^{1/4}\right] + \ldots \approx \\ &\approx 2.41 \exp\left[-\frac{\alpha}{\varepsilon\sqrt{2}}(1 + 4\varepsilon^4)^{1/4}\right] + \ldots \end{aligned} \tag{1.15}$$

Вынося в (1.14) из-под корня в знаменателе под интегралом выражение в квадратных скобках и разлагая оставшееся выражение в ряд по степеням

$$-{}^1/_3\,(1+4\varepsilon^4)^{-1/_2}\frac{U_1{}^{*3}-\tau^3}{U_1{}^{*2}-\tau^2}$$

после интегрирования получим:

удерживая один член в ряде

$$U_1{}^* \approx 2\exp\left[-\frac{\alpha}{\varepsilon\sqrt{2}}\,(1+4\varepsilon^4)^{1/_4}\right]+\ldots$$

удерживая два члена

$$U_1{}^* \approx 2.36\exp\left[-\frac{\alpha}{\varepsilon\sqrt{2}}\,(1+4\varepsilon^4)^{1/_4}\right]+\ldots \qquad (1.16)$$

Сравнивая (1.15), (1.16), убеждаемся в их тождественности. (Числовые коэффициенты перед экспонентой должны совпасть, если учесть все члены вышеупомянутого ряда.)

Из рассмотренного примера можно сделать следующие выводы. Внешнее решение состоит из двух слагаемых: части, представляемой асимптотическим рядом по сте пеням ε, и части, не представляемой таким рядом. Основную «степенную часть» решения можно получить методом «внутреннего» и «внешнего» решений, действуя так, как будто «экспоненциальной части» не существует, после чего эта часть решений может быть найдена методом возмущений. Наличие «экспоненциальной части» решения является общим свойством решения уравнений Навье — Стокса. Это обстоятельство можно проследить на примерах течения около точки торможения потока, около пластинки, в задаче диффузии вихря, в одномерной задаче о скачке в случае совершенного газа с постоянными коэффициентами переноса и т. д.

2. Рассмотрим, например, задачу о течении вязкой жидкости в окрестности точки торможения потока в плоском или осесимметричном случаях [1]. Ван Дайк [1] использует обычную координатную систему, применяемую в теории пограничного слоя: n — расстояние по нормали от поверхности до рассматриваемой точки, s — расстояние от оснований нормали до точки торможения по дуге обтекаемого контура.

«Внешнее» и «внутреннее» разложение для функции тока ψ принимают в виде [1]

$$\psi \sim \Psi_1(s, n) + \varepsilon\Psi_2(s, n) + \ldots, \qquad \varepsilon = R^{-1/_2}$$

Здесь R — число Рейнольдса, построенное по радиусу кривизны носика тела

$$\psi \sim \varepsilon\psi_1(s, N) + \varepsilon^2\psi_2(s, N) + \ldots, \qquad N = n\varepsilon^{-1} \qquad (2.1)$$

В окрестности точки торможения потока в осесимметричном случае

$$\psi_1(s, N) = ({}^1/_2\,U_{11})^{1/_2}\,s^2\,[f(\eta) + O(s^2)], \qquad \eta = (2U_{11})^{1/_2}N \qquad (2.2)$$

где U_{11} определяется разложением скорости идеальной жидкости U_1 на контуре

$$U_1(s, 0) = U_{11}s + O(s^3)$$

В плоском случае

$$\psi_1(s, N) = U_{11}{}^{1/_2}\,s\,[f(\eta) + O(s)], \qquad \eta = U_{11}{}^{1/_2}N \qquad (2.3)$$

Уравнение, которому удовлетворяет f, есть

$$f''' + ff'' = \beta(f'^2 - 1), \qquad f(0) = f'(0) = 0, \;\; f'(\infty) = 1 \qquad (2.4)$$

Здесь $\beta = 1$ для плоского и $\beta = {}^1/_2$ для осесимметричного случаев. (Штрих означает производную по η.)

Исследуем поведение f при больших η. Численным интегрированием установлено [1], что при больших η $f \sim \eta - \beta_1$ ($\beta_1 = 0.80455$ для осесимметричного и $\beta_1 = 0.647900$ для плоского случаев). Представим f в виде

$$f = \eta - \beta_1 + \varphi \qquad (\varphi(\infty) = \varphi'(\infty) = 0) \qquad (2.5)$$

Определим главный член φ при $\eta \to \infty$. Представим (2.4) в виде [1]

$$(1+\beta)f'^2 = (f'' + ff' + \beta\eta)'$$

Подставляя сюда (2.5), получим

$$(1+\beta)(2\varphi' + \varphi'^2) = [\varphi'' + \varphi + (\eta - \beta_1)\varphi' + \varphi\varphi']' \tag{2.6}$$

Для определения главного члена φ отбросим в (2.6) заведомо малые величины по сравнению с остающимися членами

$$2(1+\beta)\varphi' = [\varphi'' + \varphi + (\eta - \beta_1)\varphi']'$$

Отсюда после однократного интегрирования имеем

$$\varphi'' + (\eta - \beta_1)\varphi' - (1 + 2\beta)\varphi = c$$

Постоянная $c = 0$, так как ей соответствует частное решение $\varphi = -c/(1+2\beta)$, которое не стремится к нулю, когда $\eta \to \infty$. Обозначая $\eta - \beta_1 = \xi$, получим

$$\varphi'' + \xi\varphi' - m\varphi = 0, \qquad m = 1 + 2\beta \tag{2.7}$$

Так как для осесимметричного и плоского случаев $m = 2, 3$ соответственно, то одно решение (2.7) φ_1 выражается через полиномы Чебышева — Эрмита

$$\varphi_1 = H_m\left(\frac{i\xi}{\sqrt{2}}\right), \quad \varphi_1 = 1 + \xi^2, \quad m = 2; \quad \varphi_1 = \xi^3 - 3\xi, \quad m = 3 \tag{2.8}$$

Второе линейно независимое решение (2.7) φ_2 определится по формуле

$$\varphi_2 = \varphi_1 \int_\xi^\infty \exp\frac{-t^2}{2}\frac{dt}{\varphi_1^2}$$

Отсюда интегрированием по частям легко находится асимптотическая формула для φ_2 при $\xi \to \infty$

$$\varphi_2 \sim \xi^{-3}e^{-1/2\xi^2}, \quad m = 2; \qquad \varphi_2 \sim \xi^{-4}e^{-1/2\xi^2}, \quad m = 3 \tag{2.9}$$

Из (2.8), (2.9)

$$\varphi \sim c\xi^{-(m+1)}e^{-1/2\xi^2} \tag{2.10}$$

(постоянная c зависит от m). Из (2.5), (2.10) получаем

$$f = \xi + c\xi^{-(m+1)}e^{-1/2\xi^2} + \ldots \tag{2.11}$$

(Точками обозначены члены высшего порядка при $\xi \to \infty$.) Вспомним, что

$$\xi = \eta - \beta_1 = U_{11}^{1/2}N - \beta_1 = U_{11}^{1/2}n\varepsilon^{-1} - \beta_1$$

поэтому при больших N при переходе к переменным «внешнего» разложения n, s из (2.1), (2.2), (2.3), (2.11) получается, что «внешнее» решение должно содержать «экспоненциальную часть».

3. В работе Ван Дайка [1] для соединения первых двух членов «внешнего» и «внутреннего» разложений используется общий прием соединения асимптотических разложений, предложенные Лагерстромом [3]. Ниже предлагается способ соединения этих разложений, который вытекает из физических соображений для рассматриваемой задачи. Будем в дальнейшем интересоваться только «степенной частью» решения и использовать обозначения, принятые в [1]. «Внешнее» разложение для компоненты v в направлении увеличения n принимается в виде

$$v(s, n, R) \sim V_1(s, n) + \varepsilon V_2(s, n) + \varepsilon^2 V_3(s, n) + \ldots, \quad \varepsilon = R^{-1/2} \tag{3.1}$$

(R — число Рейнольдса)

Аналогично представляются и другие величины. При подстановке этих разложений в уравнения Навье — Стокса и уравнение неразрывности, приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях ε, получатся системы уравнений для коэффициентов разложений, которые будут типа уравнений Эйлера. Члены с вязкостью в этих уравнениях есть известные функции от коэффициентов с меньшими номерами, их можно трактовать как массовые силы в уравнениях Эйлера. По этим причинам для определения коэффициентов в разложениях (3.1) нужно знать только поведение $V_k(s, n)$ при $n \to 0$. Разложения (3.1) справедливы вне пограничного слоя, но каждый член таких разложений может быть формально аналитически продолжен до поверхности обтекаемого тела, $n = 0$, и здесь для него нужно поставить соответствующее условие. Обратимся к «внутреннему» разложению; оно принимается в виде

$$v(s, n, R) \sim \varepsilon v_1(s, N) + \varepsilon^2 v_2(s, N) + \varepsilon^3 v_3(s, N) + \ldots, \qquad N = n\varepsilon^{-1} \tag{3.2}$$

Аналогично представляются другие величины. Принимаем, что области применимости (3.1) и (3.2) перекрываются [1]. При больших N, но малых n, все члены (3.2) становятся одного и того же порядка $O(1)$ и их нужно перегруппировать, переходя к переменным n, s и отбрасывая экспоненциальные члены, после чего должно получиться разложение (3.1). (Разложения (3.1), (3.2) представляют одно и то же решение.) Так как коэффициенты «внешнего» разложения получаются из уравнений типа Эйлера, то нет основания ожидать, что $V_k(s, n) \to \infty$, когда $n \to 0$, поэтому для $v_k(s, N)$ следует ожидать при $N \to \infty$ поведение

$$v_k(s, N) \sim a_{k0}(s) N^k + a_{k1}(s) N^{k-1} + \ldots + a_{kk}(s) + [\exp] \tag{3.3}$$

Здесь $[\exp]$ — экспоненциальные члены. Такой характер поведения $v_k(s, N)$ подтверждается рассмотрением первых двух членов (3.2), найденных Ван Дайком [1]. При больших N, но малых n, из (3.2), (3.3), (3.1) получим

$$v(s, n, R) \sim \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k v_k(s, N) \sim \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \sum_{l=0}^{k} a_{kl} N^{k-l} \sim \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{k} a_{kl} n^{k-l} \varepsilon^l \sim \sum_{l=1}^{\infty} a_{l0} n^l +$$
$$+ \sum_{l=1}^{\infty} \varepsilon^l \sum_{k=l}^{\infty} a_{kl} n^{k-l} \sim \sum_{r=1}^{\infty} \varepsilon^{r-1} V_r(s, n) \tag{3.4}$$

Из (3.4) следует, что при $n \to 0$

$$V_1(s, n) \to 0, \qquad V_r(s, n) \to a_{r-1, r-1}(s) \tag{3.5}$$

Решение задачи ведется теперь в следующем порядке. Ищется первый член разложения (3.1) с граничным условием $V_1(s, 0) = 0$. (Это — решение задачи обтекания контура потоком идеальной жидкости.) Затем находится первый член разложения (3.2). (Это — решение теории пограничного слоя). Далее определяется $a_{11}(s)$ (см. (3.3)) и решается задача для второго члена разложения (3.1) с граничным условием $V_2(s, 0) = a_{11}(s)$ (см. (3.5)). После этого находится второй член разложения (3.2). (Условия соединения решений при $N \to \infty$ не выписываем, см. [1].) Далее находится по (3.3) $a_{22}(s)$ и определяется третий член в (3.1), после чего определяется третий член в (3.2), и т. д. Для коэффициентов «внутреннего» разложения нужно выставлять столько условий при $N \to \infty$, сколько нужно для их однозначного определения; эти условия для давления P и составляющей u в направлении увеличения s получаются из «внешнего» решения при малых n после перехода от n к N. Найдем, например, условия для u. «Внешнее» разложение для u имеет вид

$$u(s, n, R) \sim U_1(s, n) + \varepsilon U_2(s, n) + \varepsilon^2 U_3(s, n) + \ldots \tag{3.6}$$

Так как

$$U_k(s, n) \sim \sum_{l=0}^{\infty} U_{kl}(s) n^l \quad \text{при } n = 0$$

то при переходе от n к $N = n\varepsilon^{-1}$ из (3.6) получим

$$u(s, n, R) \sim \sum_{r=0}^{\infty} U_{r+1}(s, n) \varepsilon^r \sim \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} U_{r+1, l}(s) \varepsilon^{r+l} N^l \sim$$
$$\sim \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \sum_{r=0}^{k} U_{r+1, k-r}(s) N^{k-r} \sim \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k u_{k+1}(s, N) \tag{3.7}$$

Из (3.7) получим при $N \to \infty$

$$u_{k+1}(s, N) \sim \sum_{r=0}^{k} U_{r+1,\, k-r}(s)\, N^{k-r} \tag{3.8}$$

В частности, из (3.8) следует при $N \to \infty$

$$u_1(s, N) = U_{10}(s), \qquad u_2(s, N) \sim U_{11}(s)\, N + U_{20}(s)$$
$$u_3(s, N) \sim U_{12}(s)\, N^2 + U_{21}(s)\, N + U_{30}(s) \qquad \text{и т. д.}$$

Аналогично для давления p.

Вышесказанное подтверждается рассмотрением первых двух членов «внутреннего» разложения, полученных Ван Дайком [1].

Отметим в заключение, что «экспоненциальные» члены будут играть роль при исследовании течений со средними числами Рейнольдса, которые для пластинки оказываются порядка 10 [4].

Автор благодарит С. В. Фальковича за обсуждение рассмотренных вопросов.

Поступила 18 I 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Van Dyke M. Higher approximations in boundary — layer theory, parts 1, 2. J. Fluid Mech., 1962, v. 4, parts 2, 4, pp. 161—177, 481—495.
2. Кочин И. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. II, Гостехиздат, 1948, стр. 357—371.
3. Lagerstrom P. A. Note on the preceding two pepers. J. Math. Mech., 1957, v. 6, No. 5.
4. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. Физматгиз, 1962, стр. 33.

О СТРУКТУРЕ КРИВОЛИНЕЙНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

А. И. Толстых

(Москва)

Рассматривается структура скачка уплотнения при малых числах Рейнольдса на основе уравнений Навье — Стокса. Соответствующие функции ищутся в виде разложения по малому параметру, пропорциональному кривизне; приводятся некоторые результаты для нулевых и первых членов этого разложения.

В связи с рассмотрением сверхзвукового обтекания тел при небольших числах Рейнольдса возникает необходимость в уточнении схемы невязкого течения, согласно которой, в частности, скачок уплотнения считается поверхностью разрыва. Этот вопрос впервые был затронут в работе [1], в дальнейшем в упрощенной постановке к нему обращались различные авторы [2-4]; последовательное изучение его содержится в работе [5]. Способ, изложенный в [5], состоит в построении «внутренних» и «внешних» асимптотических разложений по малому параметру, стремящемуся к нулю вместе с вязкостью, члены которых соответствуют разрывному «внешнему» течению и «внутренней» структуре скачка. Возможен, однако, другой подход, который и рассматривается в настоящей заметке [1].

Будем считать, что течение во всей бесконечной области описывается уравнениями Навье — Стокса, в которых характерный масштаб вязкости, например вязкость на бесконечности, играет роль фиксированного параметра. Задача заключается в опре-

[1] Можно показать, что полученные ниже результаты могут быть использованы при решении задачи об обтекании тела вязкой жидкостью.