

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ТРЕЩИНЕ В УПРУГОЙ ПЛАСТИНЕ

Д. П. Коузов

(Ленинград)

В работе [1] была рассмотрена двумерная стационарная задача дифракции плоской гидроакустической волны на стыке двух полубесконечных пластин, покрывающих по поверхность жидкости. В этой работе строилось «общее» (т. е. безотносительное к режиму на стыке пластин) решение задачи, которое содержало четыре произвольные постоянные.

Ниже рассматривается весьма актуальный частный случай указанной задачи. Между пластинами предполагается наличие бесконечно тонкой трещины, при этом упругие характеристики обеих пластин берутся одинаковыми. В первом параграфе будет выписано решение задачи. Второй параграф посвящен исследованию полученного решения при $kh \rightarrow 0$ (k — волновое число в жидкости, h — толщина пластины).

§ 1. Постановка и решение задачи. Горизонтально расположенная бесконечная упругая пластина разделена прямолинейной бесконечно тонкой трещиной на две идентичные части. Полупространство снизу от пластины заполнено идеальной сжимаемой жидкостью. Из глубины жидкости набегают плоская монохроматическая акустическая волна, распространяющаяся ортогонально направлению трещины. Требуется найти дифракционное поле, возбужденное этой волной.

Эта задача, при надлежащем выборе координатных осей (фиг. 1), двумерна. Она приводится к определению функции $U(x, y)$ (акустического потенциала), непрерывной вплоть до оси x , удовлетворяющей уравнению Гельмгольца

$$(1.1)$$

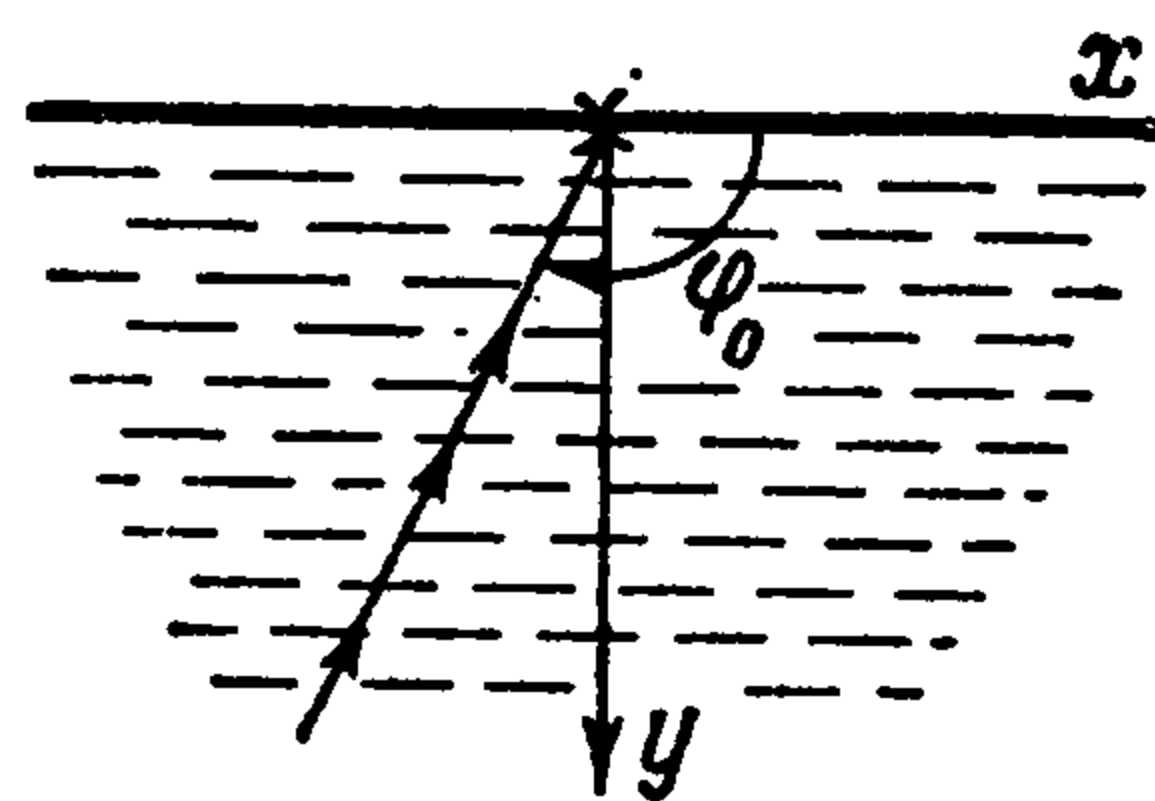
$$\Delta U + k^2 U = 0 \quad (-\infty < x < +\infty, 0 < y < +\infty)$$

граничному условию

$$\left(\frac{\partial^5 U}{\partial x^4 \partial y} - \delta \frac{\partial U}{\partial y} + \nu U \right) \Big|_{y=0} = 0 \quad (x \neq 0) \quad (1.2)$$

и гранично-контактным условиям

$$\lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{\partial^3 U(x, 0)}{\partial x^2 \partial y} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{\partial^4 U(x, 0)}{\partial x^3 \partial y} = 0 \quad (1.3)$$



Фиг. 1

При этом для разности $U - U_0$, где U_0 — падающая волна, должен быть выполнен принцип предельного поглощения; здесь

$$U_0 = A \exp(ikx - i\sqrt{k^2 - \kappa^2}y), \quad (\kappa = -k \cos \varphi_0 > 0) \quad (1.4)$$

Угол падения φ_0 отсчитывается от положительного направления оси x . В условии (1.2) введены обозначения

$$\delta = \frac{12(1-\sigma^2)}{E} \rho_0 c^2 \frac{k^2}{h^2}, \quad \nu = \frac{12(1-\sigma^2)}{E} \rho c^2 \frac{k^2}{h^3}$$

Здесь E — модуль Юнга, σ — модуль Пуассона, h — толщина пластины, ρ_0 — плотность материала пластины, ρ — плотность жидкости, c — скорость звука в жидкости.

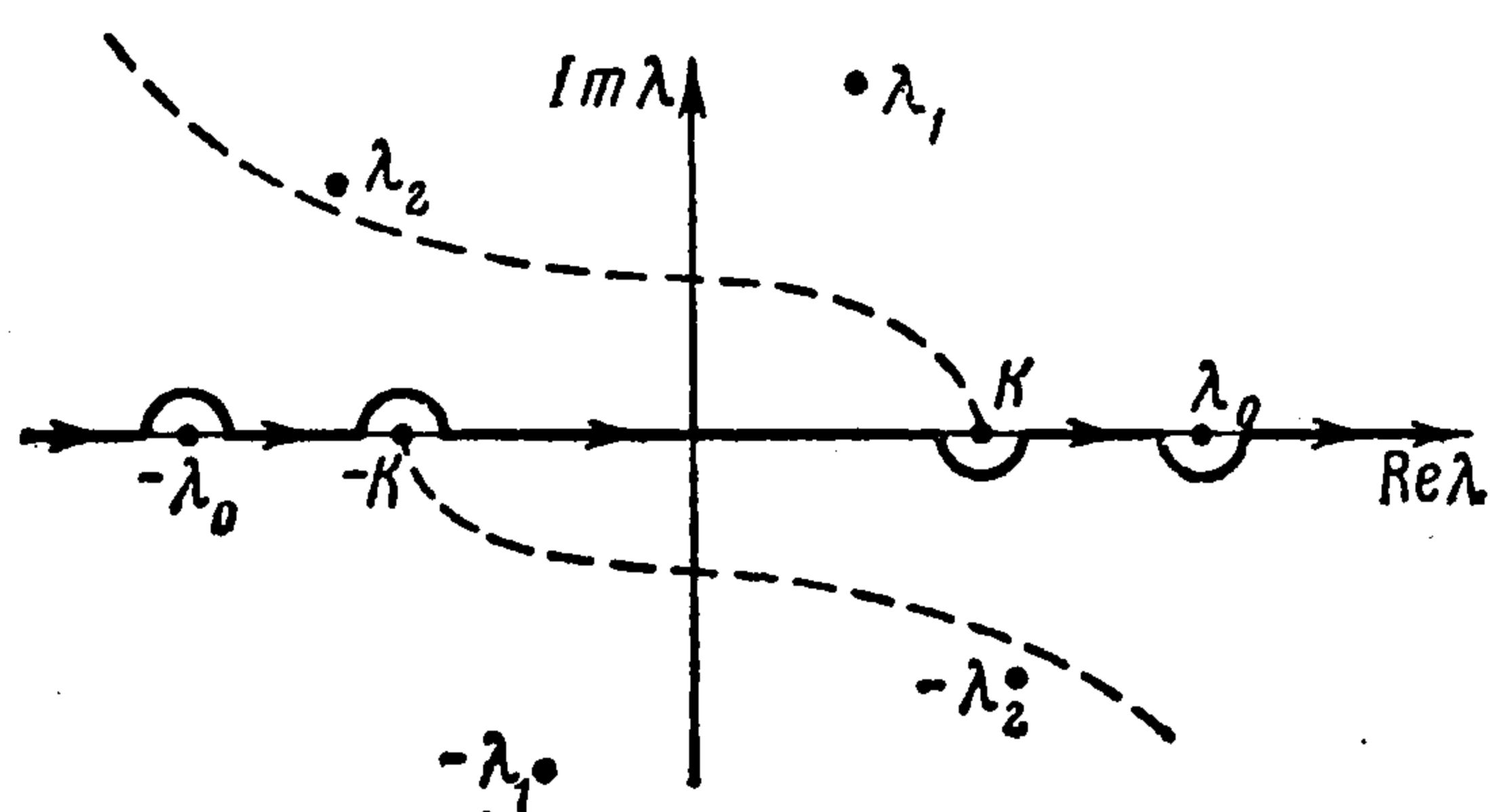
Воспользуемся решением этой задачи в более общей постановке (константы δ и ν различны для $x > 0$ и $x < 0$, а гранично-контактные условия (1.3) не фиксированы), приведенным в работе [1]. Применительно к рассматриваемому случаю получим

$$U = U_0 + U_1 + W \quad (1.5)$$

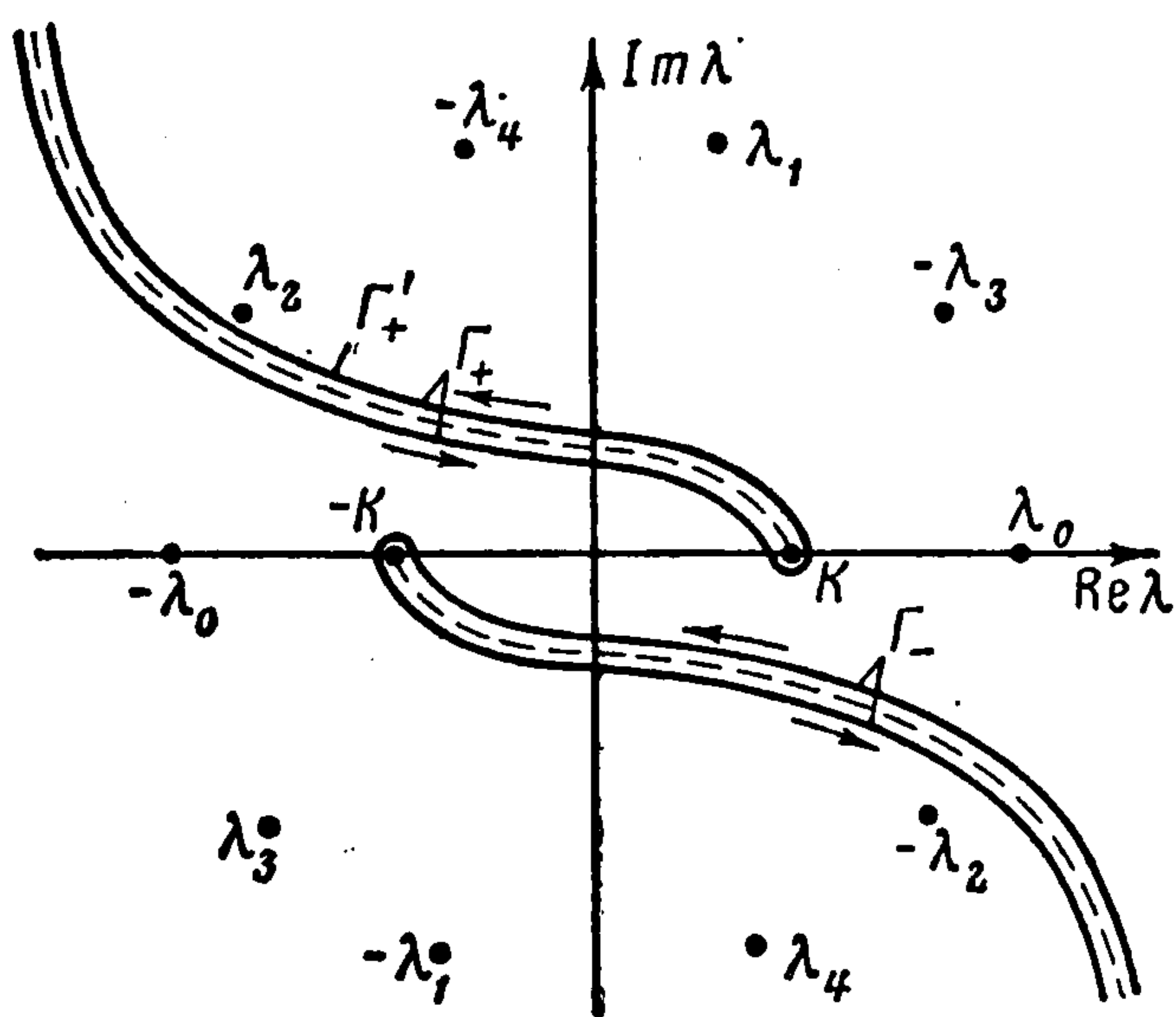
$$U_1 = A \frac{(\kappa^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \kappa^2} + i\nu}{(\kappa^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \kappa^2} - i\nu} \exp(i\kappa x + i\sqrt{k^2 - \kappa^2}y) \quad (1.6)$$

$$W = \frac{A}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d}{(\lambda^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \lambda^2} - i\nu} \exp(i\lambda x + i\sqrt{k^2 - \lambda^2}y) d\lambda \quad (1.7)$$

Здесь U_0 — падающее (см. (1.4)), U_1 — отраженное, W — дифрагированное возмущения. Радикал $\sqrt{k^2 - \lambda^2}$ считается положительным на



Фиг. 2



Фиг. 3

участке $(-k, k)$; выбор его ветви на остальных участках интегрирования ясен из фиг. 2, на которой разрезы изображены пунктиром, а контур интегрирования — сплошной жирной линией. Знаменатель подынтегрального выражения в (1.7) имеет на двулистной римановой поверхности комплексной переменной десять корней $\pm \lambda_0, \pm \lambda_1, \dots, \pm \lambda_4$ (обозначения корней по сравнению с [1] изменены). Корни $\pm \lambda_0, \pm \lambda_1, \pm \lambda_2$ располагаются на основном листе римановой поверхности, в их числе находятся оба вещественных корня $\pm \lambda_0$. Отметим, что интеграл (1.7) не имеет особенностей в конечных точках: контур интегрирования обходит точки $\pm \lambda_0$ так, как показано на фиг. 2.

Постоянные a, b, c, d определяются из четырех гранично-кон-

тактных условий (1.3). Представим эти условия в следующем виде:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right|_{\substack{y=0 \\ x=\pm 0}} &= -A \frac{2\nu\kappa^2 \sqrt{k^2 - \kappa^2}}{(\kappa^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \kappa^2} - i\nu} \\ \left. \frac{\partial^4 W}{\partial y^3 \partial y} \right|_{\substack{y=0 \\ x=\pm 0}} &= -A \frac{2i\nu\kappa^3 \sqrt{k^2 - \kappa^2}}{(\kappa^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \kappa^2} - i\nu} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Выкладки проводим для первого соотношения системы (1.8); задача состоит в том, чтобы осуществить последовательно два предельных перехода ($y \rightarrow 0$, $x \rightarrow +0$) в выражении

$$\frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} = \frac{A}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d}{(\lambda^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \lambda^2 - i\nu}} \times \\ \times (-i\lambda^2 \sqrt{k^2 - \lambda^2}) \exp(i\lambda x + i\sqrt{k^2 - \lambda^2}y) d\lambda \quad (1.9)$$

Первый предельный переход $y \rightarrow 0$ можно произвести непосредственно под знаком интеграла; как обращаться с возникающим при этом расходящимся интегралом, было оговорено в [1].

Считая x положительным, деформируем теперь контур интегрирования в петлю Γ_+ , охватывающую верхний разрез (фиг. 3). Учитывая вычеты в пересекаемых при этом полюсах $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$, имеем

$$\left. \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right|_{\substack{y=0 \\ x>0}} = \frac{A}{2\pi i} \int_{\Gamma_+} \frac{a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda + d}{(\lambda^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \lambda^2 - i\nu}} (-i\lambda^2 \sqrt{k^2 - \lambda^2}) e^{i\lambda x} d\lambda - \\ - iA \sum_{s=0}^2 \frac{a\lambda_s^4 + b\lambda_s^3 + c\lambda_s^2 + d\lambda_s}{5\lambda_s^4 - 4\lambda_s^2 k^2 - \delta} (\lambda_s^2 - k^2)$$

Интеграл по всей петле Γ_+ сведем к интегралу лишь по правому берегу разреза Γ_+' .

Так как при этом произойдет понижение степени алгебраического выражения, стоящего в интеграле перед экспонентой, то под знаком интеграла можно осуществить второй предельный переход $x \rightarrow +0$.

$$\left. \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right|_{\substack{y=0 \\ x=+0}} = \frac{A\nu}{\pi} \int_{\Gamma_+'} \frac{a\lambda^5 + b\lambda^4 + c\lambda^3 + d\lambda^2}{(\lambda^4 - \delta)^2 (\lambda^2 - k^2) - \nu^2} \sqrt{\lambda^2 - k^2} d\lambda - \\ - iA \sum_{s=0}^2 \frac{a\lambda_s^4 + b\lambda_s^3 + c\lambda_s^2 + d\lambda_s}{5\lambda_s^4 - 4\lambda_s^2 k^2 - \delta} (\lambda_s^2 - k^2) \quad (1.10)$$

Радикал $\sqrt{\lambda^2 - k^2}$ считается положительным на участке вещественной оси (k, ∞) .

Интеграл в (1.10) можно выразить через элементарные функции. Для этого сведем интеграл по Γ_+' к интегралу по полному контуру Γ , состоящему из двух петель Γ_+ и Γ_- (см. фиг. 3), при помощи равенств

$$\int_{\Gamma_+'} \frac{\lambda^{2n+1} \sqrt{\lambda^2 - k^2} d\lambda}{(\lambda^4 - \delta)^2 (\lambda^2 - k^2) - \nu^2} = \frac{1}{4} \int_{\Gamma} \frac{\lambda^{2n+1} \sqrt{\lambda^2 - k^2} d\lambda}{(\lambda^4 - \delta)^2 (\lambda^2 - k^2) - \nu^2} \\ \int_{\Gamma_+'} \frac{\lambda^{2n} \sqrt{\lambda^2 - k^2} d\lambda}{(\lambda^4 - \delta)^2 (\lambda^2 - k^2) - \nu^2} = + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\lambda^{2n} \sqrt{\lambda^2 - k^2}}{(\lambda^4 - \delta)^2 (\lambda^2 - k^2) - \nu^2} \ln \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - k^2}}{k} d\lambda$$

В нижней формуле логарифм следует считать положительным при значениях $\lambda \in (k, \infty)$.

Очевидно, что интеграл по Γ можно заменить суммой вычетов подынтегральной функции в полюсах, расположенных на рассматриваемом лис-

те римановой поверхности. В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \Big|_{\substack{y=0 \\ x=\pm 0}} &= \frac{A}{\pi} \sum_{s=0}^4 \frac{(b\lambda_s^3 + d\lambda_s)(\lambda_s^2 - k^2)}{5\lambda_s^4 - 4\lambda_s^2 k^2 - \delta} \left\{ \ln \left[\frac{\lambda_s}{k} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{k^2}{\lambda_s^2}} \right) \right] - i \frac{\pi}{2} \right\} \mp \\ &\mp \frac{iA}{2} \sum_{s=0}^4 \frac{(a\lambda_s^4 + c\lambda_s^2)(\lambda_s^2 - k^2)}{5\lambda_s^4 - 4\lambda_s^2 k^2 - \delta} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Здесь и всюду в дальнейшем выбор логарифма фиксируется требованиями

$$\begin{aligned} 0 < \operatorname{Re} \ln \left[\frac{\lambda_s}{k} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{k^2}{\lambda_s^2}} \right) \right] \\ 0 \leq \operatorname{Im} \ln \left[\frac{\lambda_s}{k} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{k^2}{\lambda_s^2}} \right) \right] < 2\pi \end{aligned}$$

В выражении (1.11) указаны два знака. Верхний знак соответствует проведенным вычислениям для $x \rightarrow +0$. Нижний знак относится к случаю $x \rightarrow -0$, этот результат получается из (1.9) заменой λ на $-\lambda$.

Теперь видно, что первые два равенства системы (1.8) упрощаются почленным вычитанием и сложением. Аналогичным образом преобразуется вторая пара равенств этой системы. Таким образом, система уравнений для a, b, c, d принимает вид

$$\begin{aligned} \sum_{s=0}^4 \frac{(a\lambda_s^4 + c\lambda_s^2)(\lambda_s^2 - k^2)}{5\lambda_s^4 - 4\lambda_s^2 k^2 - \delta} &= 0 \\ \sum_{s=0}^4 \frac{(a\lambda_s^5 + c\lambda_s^3)(\lambda_s^2 - k^2)}{5\lambda_s^4 - 4\lambda_s^2 k^2 - \delta} \left\{ \ln \left[\frac{\lambda_s}{k} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{k^2}{\lambda_s^2}} \right) \right] - i \frac{\pi}{2} \right\} &= \\ &= \frac{2\pi\nu\kappa^3 \sqrt{k^2 - \kappa^2}}{(\kappa^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \kappa^2} - i\nu} \\ \sum_{s=0}^4 \frac{(b\lambda_s^4 + d\lambda_s^2)(\lambda_s^2 - k^2)}{5\lambda_s^4 - 4\lambda_s^2 k^2 - \delta} &= 0 \\ \sum_{s=0}^4 \frac{(b\lambda_s^3 + d\lambda_s)(\lambda_s^2 - k^2)}{5\lambda_s^4 - 4\lambda_s^2 k^2 - \delta} \left\{ \ln \left[\frac{\lambda_s}{k} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{k^2}{\lambda_s^2}} \right) \right] - i \frac{\pi}{2} \right\} &= \\ &= \frac{2\pi\nu\kappa^2 \sqrt{k^2 - \kappa^2}}{(\kappa^4 - \delta) \sqrt{k^2 - \kappa^2} - i\nu} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Формулы (1.4), (1.5), (1.6), (1.7), (1.12) дают решение поставленной задачи.

Система (1.12) допускает несложное численное разрешение, если физические параметры $E, \sigma, \rho, \rho_0, h, k$ заданы конкретно. Корни λ уравнения

$$(\lambda_s^4 - \delta)^2 (\lambda_s^2 - k^2) - \nu^2 = 0 \quad (1.13)$$

необходимые для этих расчетов, можно затабулировать. Такие вычисления были проведены под руководством В. Ю. Завадского в Акустическом институте АН СССР.

Ниже будут приведены некоторые равенства, которые не связаны с конкретным выбором параметров.

§ 2. Асимптотическое исследование решения. Рассматриваемая задача относится к числу длинноволновых. При моделировании упругого слоя бесконечно тонкой пластиной необходимо предполагать $kh \ll 1$. Таким образом, kh является малым безразмерным параметром задачи. Изучим поведение дифракционного поля при $kh \rightarrow 0$.

Введем безразмерные переменные $\xi = x/h$, $\eta = y/h$, $\mu = \lambda h$ и преобразуем равенства (1.7), (1.12), (1.13), задающие дифракционное поле, к следующему виду

$$W = \frac{A}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_0 \mu^3 + b_0 \mu^2 + c_0 \mu + d_0}{(\mu^4 - \delta_0 k^2 h^2) \sqrt{k^2 h^2 - \mu^2 - i\nu_0 k^2 h^2}} \exp(i\mu\xi + i\sqrt{k^2 h^2 - \mu^2} \eta) d\mu \quad (2.1)$$

$$\sum_{s=0}^4 \frac{(a_0 \mu_s^4 + c_0 \mu_s^2) (\mu_s^2 - k^2 h^2)}{5\mu_s^4 - 4\mu_s^2 k^2 h^2 - \delta_0 k^2 h^2} = 0$$

$$\sum_{s=0}^4 \frac{(a_0 \mu_s^5 + c_0 \mu_s^3) (\mu_s^2 - k^2 h^2)}{5\mu_s^4 - 4\mu_s^2 k^2 h^2 - \delta_0 k^2 h^2} \left\{ \ln \left[\frac{\mu_s}{kh} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{k^2 h^2}{\mu_s^2}} \right) \right] - i \frac{\pi}{2} \right\} =$$

$$= \frac{2\pi\nu_0 \cos^3 \varphi_0 \sin \varphi_0 (kh)^4}{(k^3 h^3 \cos^4 \varphi_0 - \delta_0 kh) \sin \varphi_0 - i\nu_0}$$

$$\sum_{s=0}^4 \frac{(b_0 \mu_s^4 + d_0 \mu_s^2) (\mu_s^2 - k^2 h^2)}{5\mu_s^4 - 4\mu_s^2 k^2 h^2 - \delta_0 k^2 h^2} = 0 \quad (2.2)$$

$$\sum_{s=0}^4 \frac{(b_0 \mu_s^3 + d_0 \mu_s) (\mu_s^2 - k^2 h^2)}{5\mu_s^4 - 4\mu_s^2 k^2 h^2 - \delta_0 k^2 h^2} \left\{ \ln \left[\frac{\mu_s}{kh} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{k^2 h^2}{\mu_s^2}} \right) \right] - i \frac{\pi}{2} \right\} =$$

$$= \frac{2\pi\nu_0 \cos^2 \varphi_0 \sin \varphi_0 (kh)^3}{(k^3 h^3 \cos^4 \varphi_0 - \delta_0 kh) \sin \varphi_0 - i\nu_0}$$

$$(\mu_s^4 - \delta_0 k^2 h^2)^2 (\mu_s^2 - k^2 h^2) = \nu_0^2 k^4 h^4 \quad (2.3)$$

Индекс 0 сопровождает здесь новые (безразмерные) физические параметры, соответствующие старым неиндексированным. Параметры δ_0 и ν_0 получаются из δ и ν устранением зависимости от k и h

$$\delta_0 = \frac{12(1-\sigma^2)}{E} \rho_0 c^2 = 6(1-\sigma) \frac{c^2}{c_t^2}, \quad \nu_0 = \frac{12(1-\sigma^2)}{E} \rho c^2 = 6(1-\sigma) \frac{\rho c^2}{\rho_0 c_t^2}$$

$$\left(c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho_0(1+\sigma)}} \right)$$

Здесь c_t — скорость поперечных волн в материале слоя.

На основании равенств (2.2) и (2.3) можно прийти к представлению неизвестных a_0, b_0, c_0, d_0 в виде тейлоровских разложений по некоторым дробным степеням параметра kh . Ниже будем ограничиваться лишь первыми членами таких разложений. Заменой переменной

$$\mu_s = M_s (kh)^{1/5}$$

уравнение (2.3) сводится к уравнению

$$[M_s^4 - \delta_0 (kh)^{1/5}]^2 [M_s^4 - (kh)^{1/5}] = \nu_0^2$$

для корней которого M_s легко найти тейлоровские ряды по степеням $(kh)^{1/5}$.

В дальнейших выкладках участвуют разложения для μ_s и некоторых простейших функций от μ_s . Приведем для примера лишь наиболее часто встречающееся представление

$$\mu_s^2 = v_0^{2/5} \left[e^{4/5 \pi i s} (kh)^{4/5} + \frac{2}{5} e^{-4/5 \pi i s} \frac{\delta_0}{v_0^{4/5}} (kh)^{9/5} - \right. \\ \left. - \frac{1}{25} e^{-12/5 \pi i s} \frac{\delta_0^2}{v_0^{8/5}} (kh)^{14/5} + \frac{1}{5 v_0^{2/5}} (kh)^{19/5} + \dots \right]$$

Разложение приходится вести до четвертого члена, так как при некоторых операциях происходит сокращение предыдущих слагаемых. Отметим попутно, что при $kh \rightarrow 0$ корни μ_s уравнения (2.3) асимптотически располагаются по вершинам правильного пятиугольника с центром в начале координат

$$\mu_s \approx v_0^{1/5} e^{-s/5 \pi i s} (kh)^{2/5}$$

Вычисления приводят к таким выражениям для искомых констант

$$a_0 = 5 (e^{2/5 \pi i} - 1) \frac{\cos^3 \varphi_0 \sin \varphi_0}{v_0^{3/5}} (kh)^{14/5} \{1 + O[(kh)^{2/5}]\} \\ b_0 = -5 (e^{2/5 \pi i} - 1) \frac{\cos^2 \varphi_0 \sin \varphi_0}{v_0^{1/5}} (kh)^{13/5} \{1 + O[(kh)^{2/5}]\} \\ c_0 = \frac{2}{25} (e^{2/5 \pi i} - 1) \frac{\delta_0^3 \cos^3 \varphi_0 \sin \varphi_0}{v_0^{12/5}} (kh)^{24/5} \{1 + O[(kh)^{2/5}]\} \\ d_0 = -\frac{2}{25} (e^{2/5 \pi i} - 1) \frac{\delta_0^3 \cos^2 \varphi_0 \sin \varphi_0}{v_0^{11/5}} (kh)^{23/5} \{1 + O[(kh)^{2/5}]\}$$

Основными компонентами изучаемого дифракционного поля W являются цилиндрическая и поверхностные волны. Цилиндрическая волна W_0 выделяется обычным методом стационарной фазы:

$$W_0 = V(\varphi) \frac{e^{ikr}}{\sqrt{kr}} \quad (x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi) \quad (2.4)$$

$$V(\varphi) = \frac{5A}{\sqrt{2\pi}} e^{3/4 \pi i} (e^{2/5 \pi i} - 1) \frac{\cos^2 \varphi_0 \sin \varphi_0}{v_0^{2/5}} \left(\cos^2 \varphi + \frac{2\delta_0^3}{125 v_0^2} \right) \sin \varphi (kh)^{19/5}$$

При вычислении здесь, в духе всего предыдущего, был сохранен лишь старший член в разложении по параметру $(kh)^{2/5}$. Из формул (2.4) видно, что диаграмма направленности цилиндрической волны состоит из двух лепестков. Максимум излучения наблюдается при углах φ_1, φ_2

$$\varphi_1 = \arcsin \left(\frac{1}{3} + \frac{2\delta_0^3}{275 v_0^2} \right)^{1/2}, \quad \varphi_2 = \pi - \varphi_1$$

Отметим, что положение этих максимумов не зависит от направления φ_0 движения падающей волны. В вертикальном направлении интенсивность излучения весьма мала, а в обоих горизонтальных направлениях цилиндрическая волна вообще не распространяется. Для энергии, уносимой ею в единицу времени

$$\Pi_0 = \frac{\rho k c}{2} \int_0^\pi |V(\varphi)|^2 d\varphi$$

вычисления дают

$$\Pi_0 = \frac{25}{32} \left(1 - \cos \frac{2}{5} \pi\right) A^2 \frac{\rho c \cos^4 \varphi_0 \sin^2 \varphi_0}{h \nu_0^{11/5}} \left[1 + \frac{4\delta_0^3}{125 \nu_0^3} + 2 \left(\frac{2\delta_0^3}{125 \nu_0^3}\right)^2\right] (kh)^{41/5} \quad (2.5)$$

или

$$\Pi_0 \approx \frac{25}{32} \left(1 - \cos \frac{2}{5} \pi\right) A^2 \frac{\rho c \cos^4 \varphi_0 \sin^2 \varphi_0}{h \nu_0^{12/5}} (kh)^{41/5}$$

Прямая W_+ и обратная W_- поверхностные волны вычисляются взятием вычета подынтегральной функции при $\lambda = \pm \lambda_0$ ($\mu = \pm \mu_0$)

$$W_{\pm} = A \frac{i(e^{3/5\pi i} - 1)}{\nu_0^{3/5}} \cos^2 \varphi_0 \sin \varphi_0 \exp \left[\frac{\pm ix - y}{h} \nu_0^{1/5} (kh)^{3/5} \right] \quad (2.6)$$

Энергия, уносимая каждой из них

$$\Pi_{\pm} = A^2 \frac{(1 - \cos^{2/5} \pi) \rho c \cos^4 \varphi_0 \sin^2 \varphi_0}{2h \nu_0^{9/5}} (kh)^{23/5} \quad (2.7)$$

существенно больше энергетического расхода на цилиндрическую волну.

Процесс распространения поверхностной волны в жидкости сопровождается колебаниями покрывающего жидкость упругого слоя. Энергию Π_+ , переносимую при этом в слое за единицу времени в направлении возрастания координаты x , можно учесть при помощи равенства

$$\Pi_+' = \frac{h^2 E}{12 kc (1 - \sigma^2)} \operatorname{Im} \left(\frac{\partial W_+^*}{\partial y} \frac{\partial^4 W_+}{\partial x^3 \partial y} - \frac{\partial^2 W_+^*}{\partial x \partial y} \frac{\partial^3 W_+}{\partial x^2 \partial y} \right) \Big|_{y=0}$$

(Здесь W_+^* означает W_+ комплексно-сопряженное). Она оказывается равной учетверенному количеству энергии, пробегающему в ту же сторону в жидкости, т. е.

$$\Pi_{\pm}' = 4\Pi_{\pm} \quad (2.8)$$

Обозначим через j количество энергии падающей волны U_0 , которое приходится на единицу длины в горизонтальном направлении

$$j = A^2 \frac{k^2 \rho c}{2} \sin \varphi_0 \quad (2.9)$$

Введем величину Λ , равную отношению всего расхода энергии на дифракцию от трещины к величине j . Величину Λ , имеющую размерность длины, будем называть эффективным поперечником трещины

$$\Lambda = 10 \left(1 - \cos \frac{2}{5} \pi\right) \frac{\cos^4 \varphi_0 \sin \varphi_0}{\nu_0^{3/5}} (kh)^{19/5} h \quad (2.10)$$

Из формулы видно, что эффективный поперечник трещины мал по сравнению с толщиной пластины. Таким образом, эффект рассеяния от трещины будет слабым эффектом и не сопровождается значительными энергетическими затратами.

Поступила 14 III 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Коузов Д. П. Дифракция плоской гидроакустической волны на стыке двух пластин. ПММ, 1963, т. XXVII, вып. 3.