ются условия (4.1) и (4.2), пластинчатая волна в слое испытывает дополнительное затухание, связанное с излучением энергии в полупространство. При этом амплитуда q_0 составляющей вектора смещений монотонно убывает с ростом h / λ, амплитуда же w_0 составляющей имеет максимум, положение которого определяется равенством

$$\frac{h}{\lambda} = \sqrt[3]{\frac{1}{3\chi_\nu}} \tag{4.8}$$

из которого следует, что с ростом t максимум смещается в сторону меньших h / λ; в этом случае в полупространстве будут возбуждаться однородные конические волны. В случае (4.1) однородными волнами будут как продольная, так и поперечная, в случае же (4.2) поперечная будет однородной, а продольная неоднородной. Уравнение поверхностей равных фаз легко получить, воспользовавшись асимптотикой функций Бесселя при больших r

$$\begin{gathered} t - \frac{b_0 r}{2\sqrt{1-\gamma_0^2}} - \frac{b_0 (z-h)}{2\sqrt{1-\gamma_0^2}} \sqrt{4\gamma_1^2 (1-\gamma_0^2) - 1} = \text{const} \\ t - \frac{b_0 r}{2\sqrt{1-\gamma_0^2}} - \frac{b_0 (z-h)}{2\sqrt{1-\gamma_0^2}} \sqrt{4\delta_1^2 (1-\gamma_0^2) - 1} = \text{const} \end{gathered} \tag{4.9}$$

Положение максимума спектральной функции этих колебаний определяется условием

$$\frac{h}{\lambda} = \sqrt[3]{\frac{2}{3\chi_\nu}}$$

характеризующим сдвиг максимума с ростом r в сторону меньших h / λ. Интересно, что при распространении волны затухание в случае больших h имеет большее значение, чем для малых. В заключение следует отметить, что при закреплении границ слоя с полупространством низкочастотные волны рассмотренного типа не возникают [3].

Поступила 10 IV 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрашень Г. И., Молотков Л. А. О некоторых проблемах динамической теории упругости в случае сред, содержащих тонкие слои. Вестн. Ленингр. ун-та, 1958, № 22.
2. Молотков Л. А. Об инженерных уравнениях колебаний пластин, имеющих слоистую структуру. Сб. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Изд. Ленингр. ун-та, 1961.
3. Молотков Л. А. О распространении низкочастотных колебаний в жидких полупространствах, разделенных упругим тонким слоем. Сб. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн, Изд. Ленингр. ун-та, 1961.
4. Крауклис П. В. О некоторых низкочастотных колебаниях жидкого слоя в упругой среде. ПММ, 1962, т. XXVI, вып. 6.
5. Зволинский Н. В. Распространение возмущения от точечного импульса в упругом полупространстве, покрытом слоем жидкости. Докл. АН СССР, 1948, т. 59, № 6.
6. Петрашень Г. И. Колебание упругого полупространства, покрытого слоем жидкости. Уч. зап. Ленингр. ун-та, 1954, вып. 25.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА О КОЛЕБАНИЯХ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНКИ ЕДИНИЧНОЙ ШИРИНЫ

С. И. Юрченко
(Ростов-на-Дону)

Изучаются периодические колебания бесконечной пластинки. Методом, предложенным в работе [1], решаемая ниже задача сводится к краевой задаче Римана [2]. Последняя решается приближенно. Суть приближения состоит в замене коэффициента задачи, имеющего сравнительно сложную структуру, выражением более простого вида. Затем применением обратного преобразования Фурье к решению задачи Римана находится приближенное решение исходной задачи. Решение доведено до числового результата и найдена оценка погрешности.

§ 1. Рассмотрим уравнение

$$\Delta\Delta u - \mu^4 u = 0 \qquad (u = u(x, y),\ \mu \text{ — числовой параметр}) \tag{1.1}$$

в полосе $0 < y < 1$, $-\infty < x < \infty$ при следующих граничных условиях:

$$\begin{gathered} u(x, 1) = 0, \quad u_{yy}(x, 1) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad -\infty < x < \infty \\ u_y(x, 0) = 0, \quad x > 0, \quad u_{yy}(x, 0) = f(x), \quad x < 0 \end{gathered} \tag{1.2}$$

Уравнение (1.1) определяет амплитуду периодических колебаний тонкой пластинки, а условия (1.2) означают, что верхний край пластинки ($y = 1$) шарнирно закреплен, правая половина нижнего края ($x > 0$, $y = 0$) защемлена, а на левой половине нижнего края ($x < 0$, $y = 0$) задан изгибающий момент.

В дальнейшем будет использовано преобразование Фурье, поэтому в условиях (1.2 производные $u_y(x, 0)$ и $u_{yy}(x, 0)$ надо доопределить на всей вещественной оси. Для этого введем функции $\varphi_+(x) \equiv 0$, $x < 0$ и $\varphi_-(x) \equiv 0$, $x > 0$, после чего, доопределяя $f(x)$ при $x > 0$ тождественным нулем, условия (1.2) запишем в виде

$$\begin{gathered} u(x, 1) = 0, \quad u_{yy}(x, 1) = 0, \quad u(x, 0) = 0 \\ (-\infty < x < \infty) \\ u_y(x, 0) = \varphi_-(x), \quad u_{yy}(x, 0) = f_-(x) + \varphi_+(x) \end{gathered} \tag{1.3}$$

Цель данной работы — определение функций $\varphi_+(x) = u_{yy}(x, 0)$ и $\varphi_-(x) = u_y(x, 0)$ при $x > 0$ и $x < 0$ соответственно.

Если к уравнению (1.1) и краевым условиям (1.3) применить преобразование Фурье по переменной x, то уравнение (1.1) перейдет в обыкновенное дифференциальное

$$\frac{d^4U}{dy^4} - 2x^2\frac{d^2U}{dy^2} + (x^4 - \mu^4)\,U = 0 \tag{1.4}$$

в котором переменная x является параметром, а краевые условия (1.3) дают

$$\begin{gathered} U(x, 1) = 0, \quad U_{yy}(x, 1) = 0, \quad U(x, 0) = 0 \\ (-\infty < x < \infty) \\ U_y(x, 0) = \Phi^-(x), \quad U_{yy}(x, 0) = F^-(x) + \Phi^+(x) \end{gathered} \tag{1.5}$$

где $\Phi^+(x)$, $\Phi^-(x)$ и $F^-(x)$ будут предельными значениями функций, аналитических соответственно в верхней и нижней полуплоскостях [3].

Общее решение уравнения (1.4) имеет вид

$$U(x, y) = A(x)\,e^{y\alpha_1} + B(x)\,e^{-y\alpha_1} + C(x)\,e^{y\alpha_2} + D(x)\,e^{-y\alpha_2}$$

$$(\alpha_1 = \sqrt{x^2 + \mu^2}, \quad \alpha_2 = \sqrt{x^2 - \mu^2})$$

Здесь $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$, $D(x)$ — произвольные функции x.

Подставив в условия (1.5) функцию $U(x, y)$ и ее производные $U_y(x, y)$ и $U_{yy}(x, y)$, получим пять соотношений, связывающих функции A, B, C, D, Φ^+, Φ^-, исключив из которых A, B, C, D, получим краевую задачу Римана: найти функции $\Phi^+(z)$ и $\Phi^-(z)$, аналитические соответственно в верхней и нижней полуплоскостях, удовлетворяющие на вещественной оси соотношению

$$\Phi^+(x) = G(x)\,\Phi^-(x) - F^-(x) \qquad (-\infty < x < \infty) \tag{1.6}$$

где

$$G(x) = \frac{-2\mu^2}{\sqrt{x^2 + \mu^2}\,\operatorname{cth}\sqrt{x^2 + \mu^2} - \sqrt{x^2 - \mu^2}\,\operatorname{cth}\sqrt{x^2 - \mu^2}} \tag{1.7}$$

§ 2. Задачу Римана с краевым условием (1.6) решим приближенно. Отметим, что можно найти точное решение полученной задачи, выразив $\Phi^+(x)$ и $\Phi^-(x)$ через интегралы типа Коши. Однако такая форма решения в данном случае неприемлема, так как искомые функции $\varphi_+(x) = u_{yy}(x, 0)$ и $\varphi_-(x) = u_y(x, 0)$ находятся обратным преобразованием Фурье решения задачи Римана, а вычисление преобразований Фурье от $\Phi^+(x)$ и $\Phi^-(x)$, если последние выражены через интегралы типа Коши, оказывается весьма затруднительным. Учитывая сказанное, поступим следующим образом.

Следуя Койтеру [4], в краевом условии (1.6) коэффициент (1.7) заменим рациональной функцией. Тогда решение приближенной задачи Римана будет иметь простое выражение, от которого легко вычислится обратное преобразование Фурье.

Для того чтобы погрешность, возникающая от замены точного решения приближенным, была невелика, всякий раз надо выяснять, в каком смысле следует приближать коэффициент $G(x)$ задачи Римана. Последний вопрос решается в зависимости от выбора класса решений. Например, если в исходной задаче функцию $\varphi_-(x)$ рассматривать в классе $L_2(-\infty, 0)$ с обычной нормой, то, как выяснится в § 4, при определении оценки погрешности, следует добиваться того, чтобы максимум модуля разности точного и приближенного коэффициентов задачи Римана был наименьшим (см. формулу (4.4)). На это обстоятельство указал Ю. И. Черский [5].

Вернемся к соотношению (1.6). Заменяя в нем коэффициент $G(x)$ приближенным, учитываем следующие свойства функции (1.7): четность, отсутствие вещественных корней и поведение на бесконечности. Представим $G(x)$ в виде произведения

$$G(x) = -2\mu^2 \sqrt{x^2+\mu^2}\, G_1(x) \tag{2.1}$$

и заменим $G_1(x)$ рациональной дробью

$$P(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{a_k x^{2k}}{b_k x^{2k}}$$

Для рассматриваемой задачи достаточно взять $n=2$, положив при этом $a_2 = b_2 = 1$. После указанной замены получается задача Римана с краевым условием

$$\Psi^+(x) = -2\mu^2 \sqrt{x^2+\mu^2}\, \frac{x^4+a_1x^2+a_0}{x^4+b_1x^2+b_0}\, \Psi^-(x) - F^-(x) \qquad (-\infty < x < x) \tag{2.2}$$

Коэффициенты a_0, a_1, b_0, b_1 определяются из линейной системы, получающейся приравниванием $G_1(x)$ и $P(x)$ при четырех значениях x. Например, если в исходном уравнении (1.1) положить $\mu = 1$, а в качестве фиксированных x взять $x = 0, 1, 2, 5$, получим

$$a_0 = 9.3745, \qquad a_1 = 4.3305, \qquad b_0 = 6.2898, \qquad b_1 = 5.0195 \tag{2.3}$$

Обозначив для дроби $P(x)$ корни числителя $x_{1,2} = \pm(\alpha + i\beta)$, $x_{3,4} = \pm(\alpha - i\beta)$ и знаменателя $x_{5,6} = \pm(\gamma + i\delta)$, $x_{7,8} = \pm(\gamma - i\delta)$, где $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ — положительные числа, представим $P(x)$ в виде отношения

$$P(x) = \frac{X^+(x)}{X^-(x)}, \qquad X^+(x) = \frac{(x-\alpha+i\beta)(x+\alpha+i\beta)}{(x-\gamma+i\delta)(x+\gamma+i\delta)}$$

$$X^-(x) = \frac{(x+\gamma-i\delta)(x-\gamma-i\delta)}{(x+\alpha-i\beta)(x-\alpha-i\beta)} \tag{2.4}$$

Пусть $\sqrt{x^2+\mu^2} = -\sqrt{x+i|\mu|}\sqrt{x-i|\mu|}$. Для корня $\sqrt{x^2+\mu^2}$ выбираем положительные значения. Для $\sqrt{x+i|\mu|}$ возьмем ветвь, определяемую равенством $\sqrt{x+i|\mu|}\,\big|_{x=+0} = \sqrt{{}^1/_2\mu}\,(1+i)$, тогда ветвь корня $\sqrt{x-i|\mu|}$ определяется автоматически, а соотношение (2.2) можно записать в виде

$$\Psi^+(x) = \frac{2\mu^2\sqrt{x+i|\mu|}\sqrt{x-i|\mu|}\,X^+(x)}{X^-(x)}\,\Psi^-(x) - F^-(x)$$

Отсюда следует

$$\frac{\Psi^+(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)} = \frac{2\mu^2\sqrt{x-i|\mu|}\,\Psi^-(x)}{X^-(x)} - \frac{F^-(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)} \tag{2.5}$$

В полученном равенстве свободный член представим по формулам Ю. В. Сохоцкого

$$\frac{F^-(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)} = \left[\frac{F^-(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)}\right]^+ - \left[\frac{F^-(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)}\right]^- \tag{2.6}$$

где знаки плюс и минус у квадратных скобок означают, что слагаемые правой части являются предельными значениями интеграла типа Коши с плотностью $F^-(x)\,[\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)]^{-1}$, когда $z \to x$ соответственно из верхней или нижней полуплоскости.

Из соотношений (2.5) и (2.6) следует

$$\frac{\Psi^+(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)}+\left[\frac{F^-(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)}\right]^+=$$
$$=\frac{2\mu^2\sqrt{x-i|\mu|}\,\Psi^-(x)}{X^-(x)}+\left[\frac{F^-(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)}\right]^-$$

Применяя к полученному равенству принцип аналитического продолжения и обобщенную теорему Лиувилля, получаем решение приближенной задачи Римана

$$\Psi^+(x)=-\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)\left[\frac{F^-(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)}\right]^+$$
$$\Psi^-(x)=-\frac{X^-(x)}{2\mu^2\sqrt{x-i|\mu|}}\left[\frac{F^-(x)}{\sqrt{x+i|\mu|}\,X^+(x)}\right]^- \tag{2.7}$$

§ 3. Приближенные выражения функций $\varphi_+(x)=u_{yy}(x,0)$ и $\varphi_-(x)=u_y(x,0)$ находятся обратным преобразованием Фурье функций $\Psi^+(x)$ и $\Psi^-(x)$. Ограничимся) определением $\psi_-(x)$ (приближения для $\varphi_-(x)=u_y(x,0)$).

При вычислениях используются соотношения

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-ixt}\,dt}{t+a}=\begin{cases}-i\sqrt{2\pi}\eta(x)\,e^{iax} & (\operatorname{Im}a>0)\\ i\sqrt{2\pi}\eta(-x)\,e^{iax} & (\operatorname{Im}a<0)\end{cases} \tag{3.1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-ixt}\,dt}{\sqrt{t+ib}}=\begin{cases}(1-i)\,\eta(x)\,e^{-bx}/|\sqrt{x}| & (\operatorname{Re}b\geqslant 0)\\ -(1-i)\,\eta(-x)\,e^{-bx}/|\sqrt{x}| & (\operatorname{Re}b\leqslant 0)\end{cases} \tag{3.2}$$

$$\eta(t)=1 \quad \text{при } t>0, \qquad \eta(t)=0 \quad \text{при } t<0)$$

Разложим $[X^+(x)]^{-1}$ и $X^-(x)$ на простейшие дроби. Учитывая (2.4), получим

$$[X^+(x)]^{-1}=1+\frac{S}{x-\alpha+i\beta}+\frac{T}{x+\alpha+i\beta}$$
$$X^-(x)=1+\frac{M}{x-\alpha-i\beta}+\frac{N}{x+\alpha-i\beta}$$

Подставим полученные представления в выражение для $\Psi^-(x)$; применяя свойства преобразования Фурье, а также соотношения (3.1) и (3.2), найдем функцию $\psi_-(x)$

$$\psi_-(x)=\frac{1}{2\pi\mu^2}\int_x^0\frac{e^{|\mu|(x-t)}}{|\sqrt{x-t}|}\left[w(t)+\sum_{k=1}^{2}p_kv_k(t)\right]dt+$$
$$+\frac{1}{2\pi\mu^2}\int_x^0\sum_{k=3}^{8}\frac{p_k}{\sqrt{q_k}}\,e^{r_k(x-t)}F\left(\sqrt{q_k|x-t|}\right)v_k(t)\,dt \qquad (x<0)$$

При этом

$$F(z)=\int_0^z e^{x^2}dx,\quad w(t)=-\int_{-\infty}^{t}\frac{e^{-|\mu|(t-u)}}{|\sqrt{t-u}|}f_-(u)\,du \qquad (t<0)$$

$$v_k(t)=\frac{1}{\sqrt{m_k}}\int_{-\infty}^{t}e^{n_k(t-u)}F\left(\sqrt{m_k|t-u|}\right)f_-(u)\,du \qquad (t<0) \qquad (k=1,2,5,6,7,8)$$

$$v_k(t)=w(t) \qquad (k=3,4)$$

$$\begin{array}{lll}
p_1=2iS, & p_5=-4MS, & m_1=m_5=m_7=q_3=q_5=q_6=\beta-|\mu|+i\alpha\\
p_2=2iT, & p_6=-4MT, & m_2=m_6=m_8=q_4=q_7=q_8=\beta-|\mu|-i\alpha\\
p_3=2iM, & p_7=-4NS, & -n_1=-n_5=-n_7=r_4=r_7=r_8=\beta+i\alpha\\
p_4=2iN, & p_8=-4NT, & -n_2=-n_6=-n_8=r_3=r_5=r_6=\beta-i\alpha
\end{array}$$

При числовых значениях коэффициентов рациональной функции приближенной задачи Римана из равенств (2.3) получается

$$\mu = 1, \quad \alpha = 0.66952, \quad \beta = 1.6166, \quad S = -\overline{T} = \overline{M} = -N = 0.33463 - 0.03271\, i$$

Аналогично вычисляется функция $\psi_+(x)$.

§ 4. Вычислим относительную ошибку приближенного решения $\psi_-(x)$. Функцию $\psi_-(x)$ считаем элементом класса $L_2(-\infty, 0)$ с нормой

$$\|\psi_-\|_{L_2}^2 = \int_{-\infty}^{0} |\psi_-(x)|^2\, dx$$

Функция $\Psi^-(x)$, являясь преобразованием Фурье для $\psi_-(x)$, принадлежит классу $L_2(-\infty, \infty)$, и в силу равенства Парсеваля [3] имеем

$$\|\psi_-\|_{L_2}^2 = \|\Psi^-\|_{L_2}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi^-(x)|^2\, dx$$

Пусть известная функция $f_-(x)$ также принадлежит классу $L_2(-\infty, 0)$ и нормы $f_-(x)$ и $F^-(x)$ определяются аналогично нормам функций $\psi_-(x)$ и $\Psi^-(x)$.

При вычислении оценки погрешности пользуемся неравенством

$$\delta = \frac{\|\varphi_- - \psi_-\|_{L_2}}{\|\psi_-\|_{L_2}} \leqslant \frac{\|K - K_*\|\, \|K_*^{-1}\|}{1 - \|K - K_*\|\, \|K_*^{-1}\|} \tag{4.1}$$

которое вытекает из общей теории приближенных методов [6]. При этом $\varphi_-(x)$ — решение точного уравнения $K\varphi_- = f_-$, соответствующего[1] равенству

$$\left[\frac{2\mu^2\Phi^-(x)}{\sqrt{x^2+\mu^2}\,\operatorname{cth}\sqrt{x^2+\mu^2} - \sqrt{x^2-\mu^2}\,\operatorname{cth}\sqrt{x^2-\mu^2}}\right]^- = -F^-(x) \tag{4.2}$$

и получается из краевого условия (1.6) точной задачи Римана, $\psi_-(x)$ — решение приближенного уравнения $K_*\psi_- = f_-$, которое соответствует равенству

$$[2\mu^2\sqrt{x^2+\mu^2}\, P(x)\, \Psi^-(x)]^- = -F^-(x) \tag{4.3}$$

вытекающему из краевого условия (2.2) приближенной задачи Римана. Знак минус у квадратных скобок в левых частях равенств (4.2) и (4.3) имеет то же значение, что и в равенстве (2.6).

Заметим также, что K и K_* — линейные операторы (не обязательно ограниченные, но такие, что оператор $K - K_*$ ограничен), переводящие элементы пространства $L_2(-\infty, 0)$ в элементы этого же пространства. При этом считаем, что приближенное уравнение $K_*\psi_- = f_-$ легко решается и известен обратный (ограниченный) оператор K_*^{-1}.

Для $\|K_*^{-1}\|$ и $\|K - K_*\|$ получаются оценки

$$\|K_*^{-1}\| \leqslant \frac{1}{2\mu^2} \max\left|\frac{X^-(x)}{\sqrt{x - i|\mu|}}\right| \max\frac{1}{|\sqrt{x + i|\mu|}\, X^+(x)|}$$

$$\|K - K_*\| \leqslant \max|2\mu^2\sqrt{x^2+\mu^2}\,[G_1(x) - P(x)]| \tag{4.4}$$

где функции $G_1(x)$ и $P(x)$ берутся из равенств (2.1) и (2.2) соответственно.

Из формулы (4.4) видно, что при приближении коэффициента задачи Римана следует стремиться к тому, чтобы модуль разности точного и приближенного коэффициентов был возможно меньшим.

Подставив в неравенство (4.1) полученные оценки для $\|K_*^{-1}\|$ и $\|K - K_*\|$, найдем относительную ошибку приближенного решения $\psi_-(x)$.

При $\mu = 1$ и значениях a_0, a_1, b_0, b_1 из (2.3) получается

$$\|K_*^{-1}\| \leqslant 0.336, \qquad \|K - K_*\| \leqslant 0.03, \qquad \delta \leqslant 0.0102$$

Следовательно, в этом случае относительная ошибка не превышает 1.02%.

---

[1] Соответствие устанавливается преобразованием Фурье.

§ 5. Рассмотрим пример. Пусть в краевых условиях (1.3)

$$u_{yy}(x, 0) = f_-(x) = \begin{cases} 0 & (x > 0) \\ \sigma e^{\lambda x} & (x < 0) \end{cases} \quad (\lambda > 0)$$

σ — вещественный параметр. В этом случае для функций $\Phi^+(x)$ и $\Phi^-(x)$ приходим к задаче Римана с краевым условием

$$\Phi^+(x) = \frac{-2\mu^2\Phi^-(x)}{\sqrt{x^2+\mu^2}\,\mathrm{cth}\,\sqrt{x^2+\mu^2} - \sqrt{x^2-\mu^2}\,\mathrm{cth}\,\sqrt{x^2-\mu^2}} + \frac{i\sigma}{\sqrt{2\pi}\,(x-i\lambda)}$$

Положив величину $\mu = 1$ и заменив коэффициент полученной задачи функцией $P(x) = X^+(x)\,[X^-(x)]^{-1}$, переходим к приближенной задаче Римана

$$\Psi^+(x) = \frac{-2\sqrt{x^2+1}\,X^+(x)}{X^-(x)}\,\Psi^-(x) + \frac{i\sigma}{\sqrt{2\pi}\,(x-i\lambda)}$$

$$X^+(x) = \frac{(x+\alpha+i\beta)(x-\alpha+i\beta)}{(x+i\delta_1)(x+i\delta_2)}, \qquad X^-(x) = \frac{(x-i\delta_1)(x-i\delta_2)}{(x-\alpha-i\beta)(x+\alpha-i\beta)}$$

$$\alpha = 0.66952, \quad \beta = 1.6166, \quad \delta_1 = 1.5541, \quad \delta_2 = 1.6138$$

Решением приближенной задачи Римана будут функции

$$\Psi^+(x) = \frac{i\sigma}{\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1}{x-i\lambda} - \frac{k\sqrt{(1+\lambda)\,i}\,\sqrt{x+i}\,(x+\alpha+i\beta)(x-\alpha+i\beta)}{(x-i\lambda)(x+i\delta_1)(x+i\delta_2)}\right].$$

$$\Psi^-(x) = \frac{-i\sigma k\sqrt{(1+\lambda)\,i}\,(x-i\delta_1)(x-i\delta_2)}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{x-i}\,(x-i\lambda)(x-\alpha-i\beta)(x+\alpha-i\beta)}$$

$$\left(k = \frac{-i(\lambda+\delta_1)(\lambda+\delta_2)}{(1+\lambda)[\alpha^2+(\lambda+\beta)^2]}\right)$$

Обратные преобразования Фурье дают

$$\psi_+(x) = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{c_1e^{-x}}{\sqrt{x}} + \sqrt{\pi}e^{\lambda x}\left[1-\mathrm{erf}\left(\sqrt{(1+\lambda)\,x}\right)\right] + c_2e^{-\delta_1 x}F\left(\sqrt{(\delta_1-1)\,x}\right) + \right.$$

$$\left. + c_3e^{-\delta_2 x}F\left(\sqrt{(\delta_2-1)\,x}\right)\right\}(x>0) \qquad \left(\mathrm{erf}\,z = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-x^2}dx, \quad F(z) = \int_0^z e^{x^2}dx\right)$$

$$\psi_-(x) = d_1\left\{\frac{d_2e^{\lambda x}F\left(\sqrt{(\lambda-1)\,|x|}\right)}{\sqrt{\lambda-1}} + \mathrm{Re}\left[\frac{d_3e^{(\beta-i\alpha)\,x}F\left(\sqrt{(\beta-1+i\alpha)\,|x|}\right)}{\sqrt{\beta-1+i\alpha}}\right]\right\}(x<0)$$

$$c_1 = \frac{-(\lambda+\delta_1)(\lambda+\delta_2)}{\sqrt{1+\lambda}\,[\alpha^2+(\beta+\lambda)^2]}, \qquad c_2 = \frac{2\sqrt{\delta_1-1}\,(\lambda+\delta_2)[\alpha^2+(\beta-\delta_1)^2]}{\sqrt{1+\lambda}\,(\delta_1-\delta_2)[\alpha^2+(\beta-\lambda)^2]}$$

$$c_3 = \frac{2\sqrt{\delta_2-1}\,(\lambda+\delta_1)[\alpha^2+(\beta-\delta_2)^2]}{\sqrt{1+\lambda}\,(-\delta_1+\delta_2)[\alpha^2+(\beta+\lambda)^2]}, \qquad d_1 = \frac{-\sigma(\lambda+\delta_1)(\lambda+\delta_2)}{\sqrt{\pi}\,(1+\lambda)[\alpha^2+(\beta+\lambda)^2]}$$

$$d_2 = \frac{(\lambda-\delta_1)(\lambda-\delta_2)}{\alpha^2+(\beta-\lambda)^2}, \qquad d_3 = \frac{\alpha^2-(\beta-\delta_1)(\beta-\delta_2)+i\alpha(2\beta-\delta_1-\delta_2)}{\alpha[\alpha+i(\beta-\lambda)]}$$

В заключение автор благодарит Ю. И. Черского за полезное обсуждение работы.

Поступила 25 V 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Черский Ю. И. О сведении смешанных граничных задач к краевой задаче Римана. Докл. АН СССР, 1957, т. 116, № 6.
2. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. Физматгиз, 1958.
3. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. Гостехиздат, 1948.
4. Koiter W. T. Approximate Solution of Wiener.-Hopf Type Integral Equations with Applications. Proc. Koninkl. nederl. akad. wetehsch., 1954, B. 57, No 5.
5. Черский Ю. И. Задачи математической физики, сводящиеся к задаче Римана. Тр. Матем. ин-та АН Груз. ССР, 1962, т. XXVIII.
6. Канторович Л. В. и Акилов Г. П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. Физматгиз, 1959.