

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н и к о л ь с к и й А. А. О классе адиабатических течений газа, которые в пространстве годографа скорости изображаются поверхностями. 1949. Сб. теор. работ по аэродинамике. Оборонгиз, 1957.
2. Р ы ж о в О. С. О течениях с вырожденным годографом. ПММ, 1960, т. XXIV, вып. 3.
3. П о г о д и н Ю. Я., С у ч к о в В. А., Я н е н к о Н. Н. О бегущих волнах уравнений газовой динамики. ДАН СССР, 1958, т. 119, № 3.
4. С и д о р о в А. Ф., Я н е н к о Н. Н. К вопросу о нестационарных плоских течениях политропного газа с прямолинейными характеристиками. ДАН СССР, т. 123, № 5, 1958.
5. С и д о р о в А. Ф. К вопросу об ударных волнах в течениях политропного газа, имеющих прямолинейные характеристики. ПММ, 1961, т. XXV, вып. 2.
6. С и д о р о в А. Ф. Некоторые точные решения нестационарной двумерной газовой динамики. ПММ, 1962, т. XXVI, вып. 2.
7. Б у р н а т М. Задача Коши для сжимаемых течений типа простых волн. *Archivum Mechaniki Stosowanej*. 3/4, 14, 1962.
8. С м и р н о в В. И. Курс высшей математики, ГИТТЛ, т. IV, 1953.
9. М и з е с Р. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. ИЛ., М., 1961.

## РАЗВИТИЕ И ЗАТУХАНИЕ КОРАБЕЛЬНЫХ ВОЛН

Л. В. Черкесов

(Минск)

Рассматривается пространственная задача о развитии и затухании поверхностных волн, возникающих при прямолинейном движении по свободной поверхности с постоянной скоростью  $c$  некоторой системы давлений. Аналогичные задачи в случае установившихся движений рассматриваются в работах [1-4].

§ 1. Пусть к горизонтальной свободной поверхности жидкости, занимающей полупространство  $z < 0$  и текущей со скоростью  $c$  в положительном направлении оси  $x$ , прикладываются, начиная с момента времени  $t = 0$ , давления вида  $p = p_0 a(x, y)$ . Предполагая движение жидкости безвихревым, потенциал скоростей  $\Phi(x, y, z, t)$  запишем в виде

$$\Phi(x, y, z, t) = cx + \varphi(x, y, z, t)$$

Потенциал возмущенного движения  $\varphi(x, y, z, t)$  должен удовлетворять следующим уравнениям [2]:

$$\Delta\varphi = 0, \quad z < 0 \quad (1.1)$$

$$\varphi_{tt} + g\varphi_z + 2c\varphi_{xt} + c^2\varphi_{xx} = -c\rho^{-1}p_0 a_x, \quad z = 0 \quad (1.2)$$

$$\varphi(x, y, z, 0) = 0, \quad \varphi_t + c\varphi_x = -p_0\rho^{-1}a, \quad z = 0, \quad t = 0 \quad (1.3)$$

При этом возвышение свободной поверхности жидкости  $\zeta(x, y, t)$  дается формулой

$$\zeta = -g^{-1}[\varphi_t + c\varphi_x + p_0\rho^{-1}a]_{z=0} \quad (1.4)$$

Условия (1.3) выражают тот факт, что в начальный момент времени возмущенные движения отсутствуют, а свободная поверхность горизонтальна. Применяя к (1.1) — (1.4) преобразование Фурье по переменным  $x$  и  $y$ , получим

$$\Phi_{zz} - (m^2 + n^2)\Phi = 0, \quad z < 0 \quad (1.5)$$

$$\Phi_{tt} + g\Phi_z + 2cim\Phi_t - m^2c^2\Phi = -c\rho^{-1}p_0 imA, \quad z = 0 \quad (1.6)$$

$$\Phi(m, n, z, 0) = 0, \quad \Phi_t + imc\Phi = -p_0\rho^{-1}A, \quad z = 0, \quad t = 0 \quad (1.7)$$

$$Z = -g^{-1}(\Phi_t + cim\Phi + p_0\rho^{-1}A)_{z=0} \quad (1.8)$$

где  $\Phi$ ,  $A$ ,  $Z$  — преобразования Фурье функций  $\varphi$ ,  $a$ ,  $\zeta$ . Решение уравнения (1.5), удовлетворяющее условию  $\Phi \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow -\infty$ , имеет вид

$$\Phi = B(m, n, t) e^{z \sqrt{m^2+n^2}} \quad (1.9)$$

Удовлетворяя условиям (1.6) — (1.7), получаем

$$\begin{aligned} B_{tt} + 2cimB_t + (g \sqrt{m^2+n^2} - m^2c^2) B &= -cim\rho^{-1}p_0A \\ B(m, n, 0) &= 0, \quad \dot{B}_t(m, n, 0) = -p_0\rho^{-1}A \end{aligned}$$

Отсюда

$$B(m, n, t) = B_0 + B_1 e^{ik_1 t} + B_2 e^{ik_2 t} \quad (1.10)$$

$$B_0 = \frac{cim_0 p_0 A}{\rho [c^2 - \alpha^2]}, \quad B_{1,2} = -\frac{ip_0 A}{2\rho [cm \mp \alpha]}, \quad k_{1,2} = -cm \pm \alpha, \quad \alpha = \sqrt[4]{g^2(m^2+n^2)}$$

Применяя обратное преобразование Фурье, из формул (1.8) и (1.9) находим

$$\zeta = \frac{p_0}{4\pi\rho g} \lim_{z \rightarrow -0} \left[ \iint_{-\infty}^{\infty} f(m, n, t) e^{i(mx+ny)+z\sqrt{m^2+n^2}} dm dn \right] \quad (1.11)$$

$$f(m, n, t) = A(m, n) \left[ \frac{2c^2 m^2}{c^2 m^2 - \alpha^2} - \frac{\alpha}{cm - \alpha} e^{ik_1 t} + \frac{\alpha}{cm + \alpha} e^{ik_2 t} \right]$$

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} B(m, n, t) e^{z \sqrt{m^2+n^2}} dm dn \quad (1.12)$$

§ 2. Формулы (1.11), (1.12) дают точное решение поставленной задачи для произвольной функции  $a(x, y)$ . Проведем исследование этих формул для функции  $a(x, y)$ , равной единице в квадрате  $|x| < b, |y| < b$  и равной нулю вне этого квадрата. В этом случае

$$A(m, n) = \frac{2 \sin mb \sin nb}{\pi mn} \quad (2.1)$$

Будем далее предполагать  $b$  малым, а  $p_0$  столь большим, что общее давление  $R = p_0 b^2$  будет иметь конечное значение. С учетом (2.1) выражения (1.11) и (1.12) запишем в таком виде

$$\varphi = -\frac{p_0}{2\pi\rho} \operatorname{Im} \left[ \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{A(m, n)}{(cm - \alpha)} (1 - e^{ik_1 t}) e^{i(mx+ny)+z\sqrt{m^2+n^2}} dm dn \right] \quad (2.2)$$

$$\zeta = \frac{p_0}{2\pi\rho g} \lim_{z \rightarrow -0} \left[ \operatorname{Re} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{A(m, n)}{cm - \alpha} (cm - \alpha e^{ik_1 t}) e^{i(mx+ny)+z\sqrt{m^2+n^2}} dm dn \right] \quad (2.3)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} m &= \kappa r \cos \theta, & n &= \kappa r \sin \theta, & x &= R \cos \psi, & y &= R \sin \psi \\ \kappa &= gc^{-2}, & t_1 &= tg c^{-1}, & z_1 &= \kappa z, & b_1 &= \kappa b, & R_1 &= \kappa R \end{aligned}$$

выражение (2.3) принимает вид

$$\zeta = \frac{p_0}{\pi^2 \rho g} \lim_{z \rightarrow -0} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\infty} I(r) e^{zr} dr \right], \quad I(r) = \int_{-1/2\pi}^{1/2\pi} \xi(\theta) e^{irR \cos(\theta-\psi)} d\theta \quad (2.4)$$

При этом

$$\begin{aligned} \xi(\theta) &= f_1(\theta) \left[ \sqrt{r} \cos \theta - e^{-i\sqrt{r}} (\sqrt{r} \cos \theta - 1)t \right] \\ f_1(\theta) &= \frac{\sin(br \cos \theta) \sin(br \sin \theta)}{r(\sqrt{r} \cos \theta - 1) \sin 2\theta} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь индекс единица у  $R, z, b$  для простоты письма опущен. Так как функция  $\xi(\theta)$  не имеет особенностей на пути интегрирования  $-\frac{1}{2}\pi \leq \theta \leq \frac{3}{2}\pi$  для любых  $r$ , в том числе и для  $r = 0$ , так как  $\xi(\theta) \rightarrow 0$ , при  $r \rightarrow 0$ , то исходный путь интегрирования в формуле (2.5) можно заменить путем  $L$ , идущим вдоль действительной оси с обходом точки  $\theta_1$  по малой полуокружности в нижней полуплоскости, а точки  $\theta_2$  в верхней полуплоскости, причем

$$-\frac{1}{2}\pi < \theta_1 < 0, \quad 0 < \theta_2 < \frac{1}{2}\pi, \quad \cos \theta_1 = \cos \theta_2 = r^{-1/2}$$

На выбранном контуре  $L$  имеем  $\operatorname{Re}[-ir \cos \theta] \leq 0$ . Интеграл (2.5) можно теперь записать так

$$I = I_1 - I_2 \quad (2.6)$$

$$I_1 = \int_{(L)} f_1(\theta) \sqrt{r} e^{irR \cos(\theta-\psi)} \cos \theta d\theta, \quad I_2 = \int_{(L)} f_1(\theta) e^{iRrM(\theta)} d\theta \quad (2.7)$$

$$M(\theta) = \cos(\theta - \psi) - v [\cos \theta - r^{-1/2}], \quad v = tR^{-1} \quad (2.8)$$

Аналогично выражение (2.2) можно записать в таком виде

$$\varphi = -\frac{cp_0}{\pi^2 \rho g} \operatorname{Im} \left[ \int_0^\infty (K_1(r) - K_2(r)) e^{zr} \frac{1}{\sqrt{r}} dr \right] \quad (2.9)$$

$$K_1 = \int_{(L)} f_1(\theta) e^{irR \cos(\theta-\psi)} d\theta, \quad K_2 = \int_{(L)} f_1(\theta) e^{iRrM(\theta)} d\theta \quad (2.10)$$

Оценивая интегралы (2.7) для больших значений  $R$  методом стационарных фаз [1, 2] при  $r > 1$ , находим

$$I_1 = a_1 + a_2 + a_3, \quad I_2 = b_1 + b_2 + b_3 \quad (2.11)$$

$$a_1 = -2\pi i [\operatorname{res} \psi_1(\theta)]_{\theta_2}, \quad \cos \psi > 0, \quad \sqrt{r} > \sec \psi$$

$$a_2 = 2\pi i [\operatorname{res} \psi_1(\theta)]_{\theta_1}, \quad \cos \psi > 0, \quad r > 1; \quad \cos \psi < 0, \quad \sqrt{r} < -\sec \psi$$

$$a_3 = R^{-1/2} d_1(r) e^{iRq_1(r)}$$

$$b_1 = 2\pi i [\operatorname{res} \psi_2(\theta)]_{\theta_1}, \quad 0 < \psi < \pi, \quad v < v_1, \quad r > 1$$

$$b_2 = -2\pi i \operatorname{res} [\psi_2(\theta)]_{\theta_2}, \quad \cos \psi > v > \cos \psi - (r-1)^{-1/2} \sin \psi, \quad r > 1$$

$$b_3 = R^{-1/2} d_2(r) e^{iRq_2(r)}$$

$$v_1 = (\sqrt{r-1} \cos \psi + \sin \psi) / \sqrt{r-1}$$

Здесь через  $\psi_1(\theta)$  и  $\psi_2(\theta)$  обозначены подынтегральные функции интегралов (2.7); через  $d_1(r), d_2(r)$  — функции, не имеющие особенностей; функции  $q_1(r), q_2(r)$  — вещественные для  $r > 0$ .

Из формул (2.11), (2.6) и (2.4) находим

$$\zeta = \frac{p_0}{\pi^2 \rho g} \lim_{z \rightarrow 0} \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=3}^{11} I_k \right] \quad (2.12)$$

Здесь  $I_k$  определяются формулами

$$I_3 = \pi i \int_1^\infty \xi_1(r) e^{iR\sqrt{r}(\cos \psi - \sqrt{r-1} \sin \psi)} dr \begin{pmatrix} \cos \psi > 0 \\ v > v_1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$I_4 = \int_0^1 \int_{-1/2\pi}^{1/2\pi} f_1(\theta) \sqrt{r} \cos \theta e^{iRr \cos(\theta-\psi)+zr} d\theta dr, I_5 = \int_0^1 \int_{-1/2\pi}^{1/2\pi} f_1(\theta) e^{iRrM(\theta)+zr} d\theta dr \quad (2.14)$$

$$I_6 = \pi i \int_1^{\Psi} \xi_1(r) e^{iR\sqrt{r}(\cos \psi - \sqrt{r-1} \sin \psi)} dr \quad \left( \begin{array}{l} \cos \psi < 0 \\ v > v_1 \end{array} \right) \quad \left( \Psi = \frac{1}{\cos^2 \psi} \right)$$

$$I_7 = -\pi i \int_{\Psi}^{\infty} \xi_1(r) e^{iR\sqrt{r}(\cos \psi - \sqrt{r-1} \sin \psi)} dr \quad \left( \begin{array}{l} \cos \psi < 0 \\ v < v_1 \end{array} \right)$$

$$I_8 = \pi i \int_{\Psi}^{\infty} \xi_1(r) e^{iR\sqrt{r}(\cos \psi + \sqrt{r-1} \sin \psi)} dr \quad \left( \begin{array}{l} \cos \psi > 0 \\ v > 0 \end{array} \right)$$

$$I_9 = -\pi i \int_1^{\infty} \xi_1(r) e^{iR\sqrt{r}(\cos \psi + \sqrt{r-1} \sin \psi)} dr \quad \left( \cos \psi < v < \cos \psi - \frac{\sin \psi}{\sqrt{r-1}} \right)$$

$$I_{10,11} = \frac{1}{\sqrt{R}} \int_1^{\infty} d_{1,2}(r) e^{iRq_{1,2}(r)+zr} dr,$$

В формулах (2.13) — (2.15)

$$\xi_1(r) = \frac{\sin b \sqrt{r} \sin b \sqrt{r(r-1)}}{r-1} e^{zr}$$

Проводя оценки интегралов  $I_k$  ( $k = 4, \dots, 11$ ) для больших значений  $R$  и учитывая, что  $d_1(r)$ ,  $d_2(r)$  и подынтегральные функции в  $I_4$  и  $I_5$  согласно (2.14) не имеют особенностей в области интегрирования [5], а  $I_k$  ( $k = 6, 7, 8, 9$ ) не имеют стационарных точек на пути интегрирования, находим, что каждый из этих интегралов имеет порядок не ниже  $R^{-1}$ , а поэтому

$$I_4 + I_5 + \dots + I_{11} = O(R^{-1})$$

Перейдем к исследованию интеграла  $I_3$ ; представим его в таком виде

$$I_3 = 2\pi i \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{ch} r \sin(b \operatorname{ch} r) \sin(b \operatorname{ch} r \operatorname{sh} r)}{\operatorname{sh} r} e^{iRN(r)+z \operatorname{ch}^2 r} dr \quad (2.16)$$

Здесь

$$N(r) = \operatorname{ch} r (\cos \psi - \operatorname{sh} r \sin \psi), \quad \cos \psi > 0, \quad v > v_1 = \frac{\operatorname{sh} r \cos \psi + \sin \psi}{\operatorname{sh} r}$$

Уравнение  $N'(r) = 0$  имеет корни

$$\operatorname{sh} r_{1,2} = \frac{\cos \psi \pm \sqrt{9 \cos^2 \psi - 8}}{4 \sin \psi}.$$

Так как стационарные точки у подынтегральной функции (2.16) будут только для  $0 < \psi < 19^\circ 28'$ , для  $I_3$  при больших значениях  $R$  получаем асимптотическое выражение

$$I_3 = \begin{cases} 2\pi i R^{-1/2} \sum A_k \exp \{iR [N(r_k) + (-1)^{k+1/4} \pi] + z \operatorname{ch}^2 r_k\} & (0 < \psi < 19^\circ 28') \\ 2\pi i R^{-1/2} A_3 \exp [iRN(r_3) + z \operatorname{ch}^2 r_3] & (\psi = 19^\circ 28') \\ O(R^{-1}) & (19^\circ 28' < \psi < \pi) \end{cases} \quad (2.17)$$

$$A_k = \left[ \frac{\sqrt{\operatorname{ch} r} \sqrt{2\pi} \sin(b \operatorname{ch} r) \sin(b \operatorname{ch} r \operatorname{sh} r)}{\operatorname{sh} r \sqrt{9 \cos^2 \psi - 8}} \right]_{r_k} \quad (k = 1, 2)$$

$$A_3 = 3^{5/12} 2^{1/4} \Gamma(1/3) \sin(1/2 \sqrt{3} b) \sin(1/2 \sqrt{2} b), \quad \operatorname{sh} r_3 = 1/2 \sqrt{2}$$

Из формул (2.12), (2.15), (2.17) находим выражение для  $\zeta$  при больших  $\kappa R$

$$\zeta = \begin{cases} \eta_1 + \eta_2 & (0 < \psi < 19^\circ 28') \\ O [(\kappa R)^{-1}] & (19^\circ 28' < \psi \leq \pi) \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\eta_{1,2} = \begin{cases} B_{1,2} (\kappa R)^{-1/2} \sin [N(r_{1,2}) \kappa R \mp 1/4\pi] & (R < ct u_{1,2}(\psi)) \\ O [(\kappa R)^{-1}] & (R > ct u_{1,2}(\psi)) \end{cases}$$

Для  $\psi = 19^\circ 28'$  имеем

$$\zeta = \begin{cases} B_3 (\kappa R)^{-1/2} \sin (1/2 \sqrt{3} \kappa R) & (R < 1/2 \sqrt{2} ct) \\ O [(\kappa R)^{-2/3}] & (R > 1/2 \sqrt{2} ct) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$B_k = -\frac{2p_0}{\pi \rho g} A_k \quad (k = 1, 2, 3), \quad u_{1,2}(\psi) = \frac{\cos \psi \pm \sqrt{9 \cos^2 \psi - 8}}{4 \sin^2 \psi + (\cos \psi \pm \sqrt{9 \cos^2 \psi - 8}) \cos \psi}$$

В интегралах (2.7) положим  $\psi = 0$  и, находя их асимптотическую оценку для больших  $\kappa R$ , имеем такое выражение  $\zeta$  для  $\psi = 0$

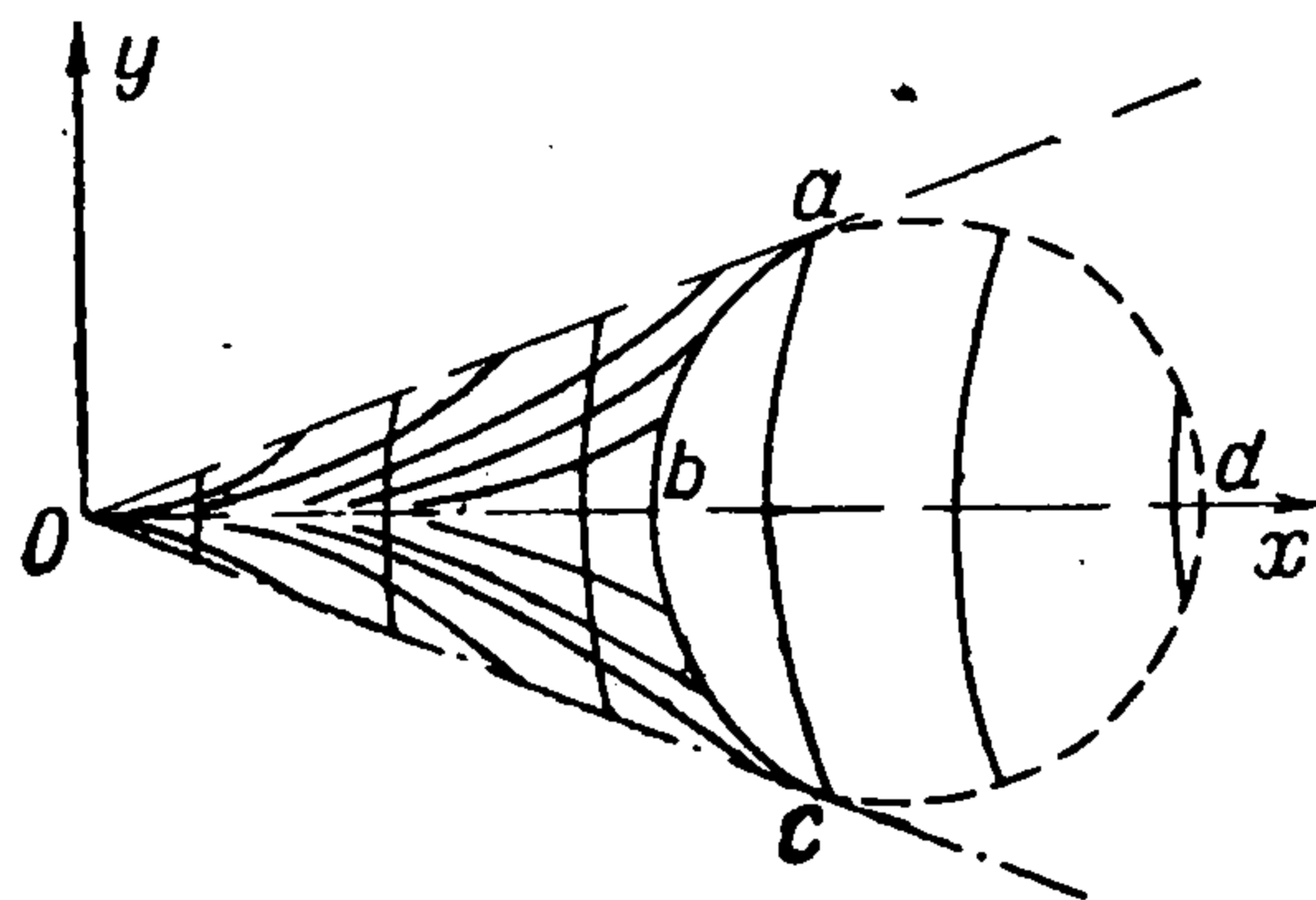
$$\zeta = \begin{cases} B_4 (\kappa R)^{-1/2} \sin (\kappa R + 1/4\pi) & (R < ct) \\ O [(\kappa R)^{-1}] & (R > ct) \end{cases} \quad \left( B_4 = -\frac{2 \sqrt{2} p_0 b \sin b}{\sqrt{\pi} \rho g} \right) \quad (2.20)$$

Для давления, сконцентрированного в начале координат, т. е. в случае  $b \rightarrow 0$ ,  $p_0 \rightarrow \infty$ ,  $b^2 p_0 = P = \text{const}$ , формулы (2.18) — (2.20) сохраняют свою силу, но выражение  $B_k$  при этом имеет такой вид

$$B_{1,2} = -\left[ \frac{2 \sqrt{2} \kappa^2 P (\text{ch } r)^{5/2}}{\sqrt{\pi} \rho g \sqrt{9 \cos^2 \psi - 8}} \right]_{r_{1,2}}, \quad (2.21)$$

$$B_3 = -\frac{2^{-1/2} 3^{3/2} \kappa^2 P}{\pi \rho g}, \quad B_4 = -\frac{2 \sqrt{2} \kappa^2 P}{\sqrt{\pi} \rho g}$$

Итак, основные возмущения свободной поверхности сосредоточены внутри угла  $19^\circ 28' \geq \psi \geq -19^\circ 28'$  слева от кривой  $adc$  (фиг. 1), уравнение



Фиг. 1

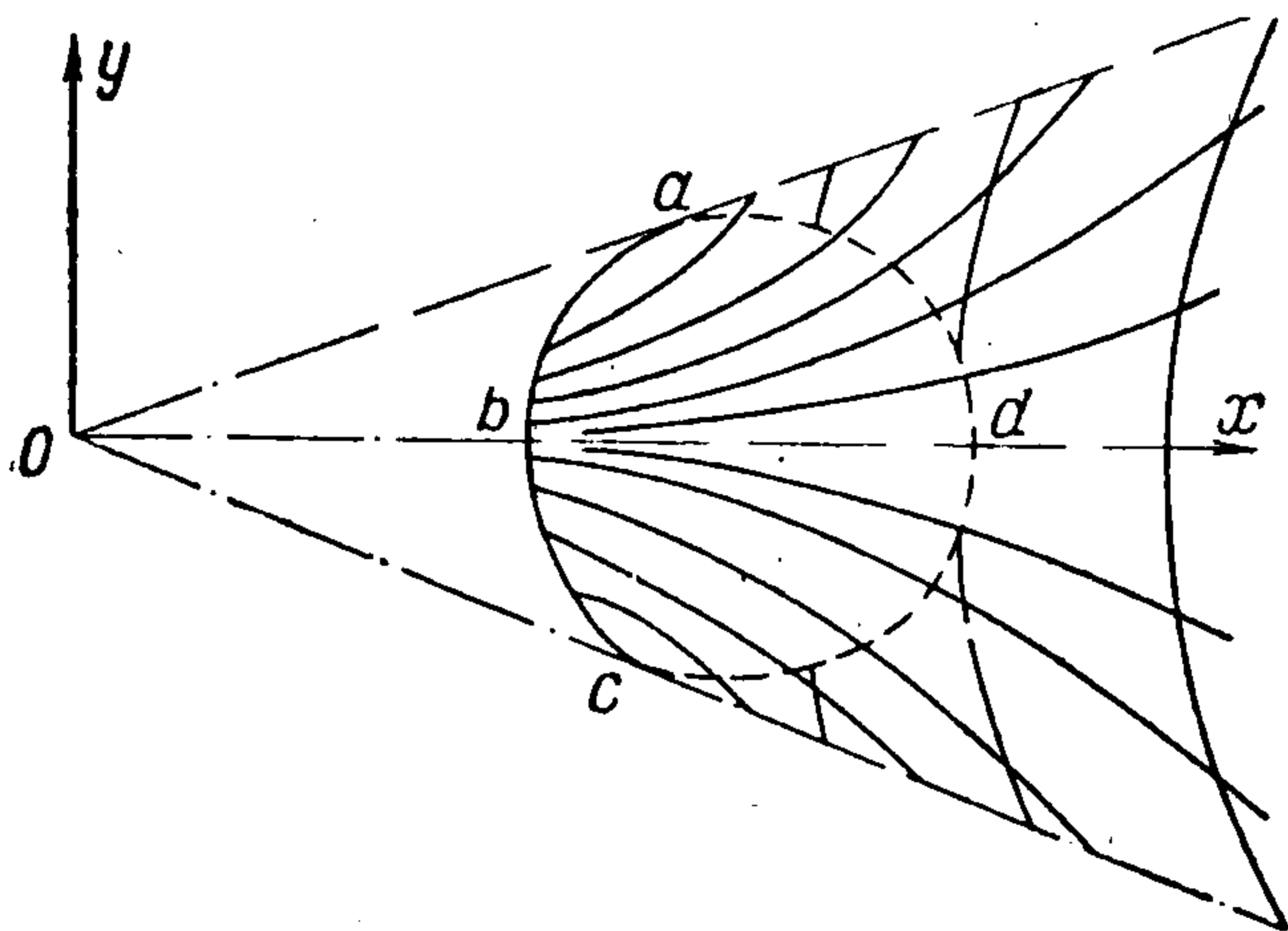
которой имеет вид  $R = u_1(\psi) ct$ . Свободная поверхность внутри области  $oabco$  будет покрыта устанавливающимися корабельными волнами, представляющими собой совокупность продольных  $\eta_2$  и поперечных  $\eta_1$  волн, при этом уравнения кривой  $abc$  имеет вид  $R = ct u_2(\psi)$ . Свободная поверхность внутри области  $abcd$  будет покрыта только поперечными волнами  $\eta_1$ . Возвышение жидкости внутри угла справа от кривой  $adc$  имеет тот же порядок, что и возвышение вне этого угла, значения  $u_{1,2}(\psi)$  даны в таблице.

§ 3. Рассмотрим теперь задачу о затухании установившихся волн, образованных рассмотренными перемещающимися давлениями после прекращения действия давлений. Полученные нами в предыдущем параграфе выражения для потенциала и возвышения жидкости могут быть записаны так

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2, \quad \zeta = \zeta_1 - \zeta_2, \quad \varphi_{1,2} = -\frac{cp_0}{\pi^2 \rho g} \text{Im} \int_0^\infty K_{1,2}(r) e^{zr} dr \quad (3.1)$$

$$\zeta_1 = \frac{p_0}{\pi^2 \rho g} \lim_{z \rightarrow 0} \text{Re} \int_0^\infty I_1(r) e^{zr} dr - \frac{p_0 a(x, y)}{\rho g}, \quad \zeta_2 = \frac{p_0}{\pi^2 \rho g} \lim_{z \rightarrow 0} \text{Re} \int_0^\infty I_2(r) e^{zr} dr \quad (3.2)$$

где  $I_{1,2}$ ,  $K_{1,2}$  даются формулами (2.7), (2.10). Контур  $L$  выбран так, что  $\zeta_2$  и  $\varphi_2$  стремятся к нулю при  $t \rightarrow \infty$ , поэтому установившееся движение будет определяться потенциалом  $\varphi_1$ , а возвышение жидкости при этом будет определяться формулой (3.2).



Фиг. 2

Принимая момент прекращения действия давлений за начальный ( $t = 0$ ), для определения функции  $\varphi(x, y, z, t)$  — потенциала затухающего волнового движения в системе координат, движущейся со скоростью  $c$  в отрицательном направлении оси  $x$ , будем иметь следующие уравнения:

$$\Delta\varphi = 0 \quad z < 0 \quad (3.3)$$

$$\varphi_{tt} + g\varphi_z + 2c\varphi_{xt} + c^2\varphi_{xx} = 0, \quad z = 0$$

$$\varphi(x, y, z, 0) = \varphi_1(x, y, z, 0) \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \varphi_t + c\varphi_x &= \varphi_{1t} + c\varphi_{1x} + p_0\rho^{-1}a, \\ t = 0, \quad z = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Так как функция  $\varphi_1 - \varphi_2$  удовлетворяет начальным условиям (1.3), то, очевидно, что

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_2(x, y, z, t)$$

будет удовлетворять всем условиям (3.5) — (3.8), поэтому возвышение жидкости в затухающем движении будет иметь вид  $\zeta = \zeta_2$ , где  $\zeta_2$  дается формулой (3.3). Используя результаты исследования интеграла  $I_2$ , даваемые формулой (2.11), находим такое окончательное выражение для возвышения жидкости в затухающем движении для больших  $\kappa R$  в системе координат, движущейся со скоростью  $c$

$$\begin{aligned} \zeta &= \begin{cases} \eta_1 + \eta_2 & (0 < \psi < 19^\circ 28') \\ O(\kappa^{-1}R^{-1}) & (19^\circ 28' < \psi \leq \pi) \end{cases} \\ \eta_{1,2} &= \begin{cases} B_{1,2}(\kappa R)^{-1/2} \sin[N(r_{1,2}) \mp 1/4\pi] & (R > ctu_{1,2}(\psi)) \\ O(\kappa^{-1}R^{-1}) & (R < ctu_{1,2}(\psi)) \end{cases} \\ \zeta &= \begin{cases} B_3(\kappa R)^{-1/2} \sin(1/2 \sqrt{3} \kappa R) & (R > 1/2 \sqrt{2} ct, \psi = 19^\circ 28') \\ O[(\kappa R)^{-1/2}] & (R < 1/2 \sqrt{2} c, \psi = 19^\circ 28') \end{cases} \\ \zeta &= \begin{cases} B_4(\kappa R)^{-1/2} \sin(\kappa R + 1/4\pi) & (R > ct, \psi = 0) \\ O(\kappa^{-1}R^{-1}) & (R < ct, \psi = 0) \end{cases} \end{aligned}$$

Здесь  $N(r)$ ,  $B_k$ ,  $r_k$ ,  $u_k$  даются формулами (2.16), (2.19), (2.21).

Основные возмущения в затухающем движении будут заключены внутри угла  $19^\circ 28' \geq \psi \geq -19^\circ 28'$  справа от кривой  $abc$  (фиг. 2). Область  $abcd$  будет покрыта только продольными волнами, а область справа от кривой  $adc$  будет покрыта полной системой корабельных волн.

При  $t \rightarrow \infty$  амплитуда колебаний свободной поверхности во всей области жидкости стремится к нулю как величина порядка  $(gc^{-1}t)^{-1}$ .

Поступила 7 I 1963

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С р е т е н с к и й Л. Н. Теория волновых движений жидкости, ОНТИ, 1936.
2. С т о к е р Д. Д. Волны на воде, ИЛ, М., 1959.
3. Н о г н е р Е. A Contribution to the Theory of Ship Waves. Arkiv för matematik, astronomi och fysik, 17 : 12, 1—50, 1922 (98).
4. Т и м м а н R. The wave pattern of a moving ship. «Simon Stevin», 1961, 35, № 1—2.
5. Ф е д о р ю к М. В. Метод стационарной фазы для многомерных интегралов. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1962, т 2, № 1.