в котором звездочкой обозначены параллельные ρ и не зависящие от ρ слагаемые; они отпадут при вычислении момента; $\mathbf{k}\cdot\mathbf{e}_r = \cos\theta$, где θ — широта, отсчитываемая от полюса экваториальной плоскости. По формулам (1.2), (1.4) теперь легко получим

$$\mathbf{m}^c = -\frac{3\mu}{r^3}\mathbf{e}_r\cdot\Theta^c\times\mathbf{e}_r - \frac{5\mu R_0^2\varepsilon}{r^5}[(1-7\cos^2\theta)\mathbf{e}_r\cdot\Theta^c\times\mathbf{e}_r +$$

$$+2\cos\theta(\mathbf{k}\cdot\Theta^c\times\mathbf{e}_r + \mathbf{e}_r\cdot\Theta^c\times\mathbf{k}) + 4\vartheta\mathbf{e}_r\times\mathbf{k}\cos\theta - \frac{2}{5}\mathbf{k}\cdot\Theta^c\times\mathbf{k}] \qquad (2.3)$$

Для вычисления моментов сил относительно главных осей инерции спутника требуется знание также и расположения этих осей относительно вектора $\mathbf{k}$

$$\mathbf{m}^c\cdot\mathbf{i}_s = -\frac{3\mu}{r^3}\mathbf{e}_r\cdot\Theta^c\cdot(\mathbf{e}_r\times\mathbf{i}_s) - \frac{5\mu R_0^2\varepsilon}{r^5}\{(1-7\cos^2\theta)\mathbf{e}_r\cdot\Theta^c\cdot(\mathbf{e}_r\times\mathbf{i}_s) +$$

$$+2\cos\theta[\mathbf{k}\cdot\Theta^c\cdot(\mathbf{e}_r\times\mathbf{i}_s) + \mathbf{e}_r\cdot\Theta^c\cdot(\mathbf{k}\times\mathbf{i}_s)] - 2\vartheta\sin 2\theta\,\mathbf{n}\cdot\mathbf{i}_s - \frac{2}{5}\mathbf{k}\cdot\Theta^c\cdot(\mathbf{k}\times\mathbf{i}_s)\} \qquad (2.4)$$

Здесь $\mathbf{n}$ — единичный вектор направления $\mathbf{e}_r\times\mathbf{k}$.

Поступила 29 XI 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. R o b e r s o n R. E. Gravitational Torque on a Satellite Vehicle, Journ. Franklin Inst., 1958, 265, 13—22.
2. R o b e r s o n R. E. and T a t i s t c h e f f D. The Potential Energy of a Small Rigid Body in the Gravitational Field of on Oblate Spheroid, Journ. Franklin Inst., 1956, 262, 209—214.
3. Л у р ь е А. И. Аналитическая механика. М., Физматгиз, 1961, стр. 600.

О ВЗАИМОСВЯЗИ ДВУХ ОСНОВНЫХ ЗАДАЧ В ТЕОРИИ ТЕЧЕНИЯ, УЧИТЫВАЮЩЕЙ ОСТАТОЧНЫЕ МИКРОНАПРЯЖЕНИЯ

Ю. И. К а д а ш е в и ч

(Ленинград)

Две основные задачи теории течения суть определение пути нагружения по заданному пути деформирования и, наоборот, пути деформации по заданному пути нагружения.

Ниже показывается, что в теории течения, учитывающей остаточные микронапряжения [1], в случае линейного упрочнения и линейного эффекта Баушингера, существует тесная математическая взаимосвязь этих двух задач. Возможность решения одной из них (например, при задании конкретного пути нагружения) означает возможность решения и другой (для аналогичного пути деформирования).

1. Пусть при одноосном нагружении материал обладает линейным упрочнением и линейным эффектом Баушингера [1]

$$\begin{aligned} &\varepsilon_x^{*p} = A(\sigma_x' - \sigma_T') \qquad &(\varepsilon_x^{*p} = 2G\varepsilon_x^p, \quad A = \text{const}) \\ &S_x = \alpha(\sigma_x' - \sigma_T') \qquad &(0 \leqslant \alpha \leqslant 1, \alpha = \text{const}) \end{aligned} \qquad (1)$$

Тогда уравнения теории [1] можно привести к такому виду:

$$d\sigma_{ij}' = d\overset{\circ}{\sigma}{}_{ij}' + \frac{\alpha}{1-\alpha}\overset{\circ}{\sigma}{}_{ij}'\frac{dT^\circ}{T^\circ} \qquad (2)$$

$$\varepsilon_{ij}^{*p} = \frac{A}{\alpha}(\overset{\circ}{\sigma}{}_{ij}' - \sigma_{ij}')\,(\varepsilon_{ij}^{*p} = 2G\varepsilon_{ij}^p) \qquad (3)$$

---

[1] Ниже использованы обозначения статьи [1].

Если задан путь нагружения, то сначала из решения уравнения (2) определяется тензор $\mathring{\sigma}_{ij}'$, а затем тензор ε_{ij}^{p} по формуле (3).

Если же задан путь деформирования, то тогда достаточно рассмотреть следующую группу уравнений:

$$d\varepsilon_{ij}^{*\prime} = d\mathring{\sigma}_{ij}' + \frac{k_0}{1-k_0}\mathring{\sigma}_{ij}'\frac{dT^\circ}{T^\circ}, \qquad k_0 = \frac{\alpha + A}{1 + A} \tag{4}$$

$$\sigma_{ij}' = \frac{\alpha\varepsilon_{ij}^{*\prime} + A\mathring{\sigma}_{ij}'}{\alpha + A}, \qquad \varepsilon_{ij}^{*\prime} = \sigma_{ij}' + \varepsilon_{ij}^{*p} \tag{5}$$

Из уравнений (4) определяется тензор $\mathring{\sigma}_{ij}'$, а из (5) тензор σ_{ij}.

Из сопоставления (2) и (4) следуют следующие выводы.

а) Задача о нахождении напряжений при заданном пути деформирования (при некотором значении α) эквивалентна задаче о нахождении деформаций при заданном пути нагружения при некотором приведенном значении $\alpha = k_0$.

б) Если $\alpha = 1$, то $k_0 = 1$, т. е. в случае идеального эффекта Баушингера имеется полная аналогия двух задач ($\alpha = 1$, $T^\circ = \text{const}$).

в) В теории течения Ленинга задача нахождения пути деформации является более простой, чем задача о нахождении пути нагружения, так как $k_0 = A / 1 + A$ при $\alpha = 0$; как видно из уравнений (2) и (4) обе задачи в общем случае являются одной степени трудности. Более того, для слабо упрочняющихся материалов можно принять $k_0 \sim 1$, так как $A \gg 1$, т. е. в качестве 1 приближения для нахождения вспомогательного тензора $\mathring{\sigma}_{ij}$ при заданном пути деформирования можно воспользоваться теорией с идеальным эффектом Баушингера. Интересно, что наибольшая погрешность при этом получается в теории течения Ленинга.

Отметим, что для последней теории 1 приближение (при заданном пути деформирования) переходит в общеизвестную теорию Рейсса.

2. В работе [1] коэффициент упрочнения определяется из условия, что

$$\int \mathring{\sigma}_{ij}' d\varepsilon_{ij}^{p}$$

есть функция, зависящая только от $\mathring{\sigma}_{ij}'\mathring{\sigma}_{ij}'$. Можно, кроме того, обобщая результаты, приведенные еще в работе [2], считать величину $(\varepsilon_{ij}^{*\prime} - \mathring{\sigma}_{ij}')(\varepsilon_{ij}^{*\prime} - \mathring{\sigma}_{ij}')$, зависящей только от $\mathring{\sigma}_{ij}'\mathring{\sigma}_{ij}'$. Эквивалентность двух задач при этом, естественно, сохраняется в случае линейного эффекта Баушингера и линейного упрочнения

$$\mathring{\sigma}_{ij}' d\sigma_{km}' - \mathring{\sigma}_{km}' d\sigma_{ij}' = \mathring{\sigma}_{ij}' d\mathring{\sigma}_{km}' - \mathring{\sigma}_{km}' d\mathring{\sigma}_{ij}' \tag{6}$$

$$T^\circ = T_0 + \frac{1-\alpha}{\alpha} T_s$$

$$T_s^2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} = \frac{1}{2}(\sigma_{ij}' - \mathring{\sigma}_{ij}')(\sigma_{ij}' - \mathring{\sigma}_{ij}')$$

Поступила 26 XII 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения. ПММ, 1958, т. 22, вып. 1.
2. Новожилов В. В. О классе сложных нагружений, который характеризуется сохранением направлений главных осей. ПММ, 1954, т. 18, вып. 4.