Прикладная математика и механика. Том XXVII, 1963

ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ОТ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ТЯГЕ НА ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ С ПОСТОЯННОЙ ЗАТРАТОЙ МОЩНОСТИ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

В. В. Токарев

(Москва)

В работе [1] исследовалось влияние случайных процессов уменьшения мощности на оптимальные параметры движения тела переменной массы в гравитационном поле. Ниже рассматривается задача об отыскании минимума осредненной величины приращения характеристического функционала, которое обусловлено случайными ошибками при реализации экстремального закона изменения реактивной тяги в процессе движения тела переменной массы с постоянной затратой мощности.

1. Оптимальное невозмущенное движение. Пусть мощность реактивной струи постоянна

$$N = \frac{1}{2} qV^2 \equiv \text{const} \tag{1.1}$$

Здесь q — расход рабочего вещества в единицу времени, V — скорость истечения рабочего вещества.

В этом случае, задача об отыскании минимума суммарного относительного веса ($G^\circ = G_N{}^\circ + G_M{}^\circ$) источника мощности ($G_N{}^\circ = \alpha N / G_0$, где α — удельный вес источника мощности, не зависящий от N, а G_0— вес тела в начальный момент времени $t = 0$) и потребного запаса рабочего вещества ($G_M{}^\circ = 1 - G_k / G_0$ где G_k — вес тел в конце движения, при $t = T$) сводится к следующим двум задачам [2,3].

1°. Найти такой закон изменения по времени ускорения от реактивной тяги $\mathbf{a}_*^{(0)}(t)$ (тяга, деленная на текущую массу) и такую траекторию $\mathbf{r}_*^{(0)}(t)$, чтобы при перемещении между двумя фиксированными точками фазового пространства $\{\mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_0\}$ и $\{\mathbf{r}_k, \dot{\mathbf{r}}_k\}$ за заданное время T величина функционала

$$\Phi = \frac{\alpha}{2g}\int_0^T a^2 dt \tag{1.2}$$

(где g—ускорение силы тяжести на поверхности Земли) имела бы минимум

$$\Phi\,[\mathbf{a}_*^{(0)}(t)] = \Phi_{\min}.$$

2°. Для известной величины функционала Φ выбрать такие значения относительного веса источника мощности G_{N*}° и потребного запаса рабочего вещества G_{M*}°, чтобы их сумма была минимальна.

Решение задачи 1° в общем случае определяется численно, а в случае движения в однородном гравитационном поле ($\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a} - \mathbf{g}_0$, где $\mathbf{g}_0$—постоянный вектор ускорения от гравитационных сил) описывается следующими формулами:

$$\mathbf{a}_*^{(0)}(t) = \mathbf{g}_0 + 6\left(\frac{\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_0}{T^2} - \frac{1}{3}\frac{\dot{\mathbf{r}}_k + 2\dot{\mathbf{r}}_0}{T}\right) - 6\left(2\frac{\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_0}{T^2} - \frac{\dot{\mathbf{r}}_k + \dot{\mathbf{r}}_0}{T}\right)\frac{t}{T}$$

$$\mathbf{r}_*^{(0)}(t) = \mathbf{r}_0 + \dot{\mathbf{r}}_0 t + 3\left(\frac{\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_0}{T^2} - \frac{1}{3}\frac{\dot{\mathbf{r}}_k + 2\dot{\mathbf{r}}_0}{T}\right)t^2 - \left(2\frac{\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_0}{T^2} - \frac{\dot{\mathbf{r}}_k + \dot{\mathbf{r}}_0}{T}\right)\frac{t^3}{T} \qquad (1.3)$$

$$\Phi_{\min} = \frac{6\alpha}{gT^3}\left\{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_0)^2 - (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_0, \dot{\mathbf{r}}_k + \dot{\mathbf{r}}_0)T + [\dot{\mathbf{r}}_k^2 + (\dot{\mathbf{r}}_k, \dot{\mathbf{r}}_0) + \dot{\mathbf{r}}_0^2]\frac{T^2}{3} + \right.$$

$$\left. + (\mathbf{g}_0, \dot{\mathbf{r}}_k - \dot{\mathbf{r}}_0)\frac{T^3}{6} + g_0^2\frac{T^4}{12}\right\}$$

Задача 2° имеет простое аналитическое решение

$$G_{N*}^{\circ} = \sqrt{\Phi} - \Phi, \qquad G_{M*}^{\circ} = \sqrt{\Phi} \qquad (0 < \Phi < 1) \qquad (1.4)$$

В качестве исходного невозмущенного движения рассмотрим одномерное перемещение в бессиловом поле ($g_0 = 0$) на заданное расстояние L за фиксированное время T с нулевыми начальной и конечной скоростями. Для такого движения формулы (1.3) примут вид:

$$a_*^{(0)}(t) = \frac{6L}{T^2}\left(1 - 2\frac{t}{T}\right), \qquad r_*^{(0)}(t) = L\frac{t^2}{T^2}\left(3 - 2\frac{t}{T}\right), \qquad \Phi_{\min} = \frac{6\alpha L^2}{gT^3} \qquad (1.5)$$

2. Отклонение от расчетной траектории. Найденный в результате решения задачи 1° экстремальный закон $\mathbf{a}_*^{(0)}(t)$ изменения ускорения от тяги будет реализоваться с некоторыми ошибками $\delta\mathbf{a}(t)$, что приведет к отклонению действительной траектории $\mathbf{r}(t)$ от расчетной

$$\delta_a\dot{\mathbf{r}}(t) = \dot{\mathbf{r}}(t) - \dot{\mathbf{r}}_*^{(0)}(t), \qquad \delta_a\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_*^{(0)}(t) \qquad (2.1)$$

В случае однородного гравитационного поля, считая ошибку $\delta\mathbf{a}$ случайным вектором с некоррелированными компонентами, можно рассматривать движение по каждой координате независимо.

Пусть $\delta a(t)$ — случайная функция такая, что

$$M[\delta a(t)] \equiv 0, \qquad K[\delta a(t), \delta a(t')] = \sigma_a^2 A(t) A(t') \exp(-|t - t'|/\delta t) \qquad (2.2)$$

где M и K — символы математического ожидания и корреляционной функции; σ_a и δt — константы, характеризующие точность и быстродействие системы регулирования, которая обеспечивает выполнение программы изменения по времени ускорения от тяги; $A(t)$ — неслучайная функция, определяемая типом регулирования: $A(t) = a(t)$ — регулирование по относительному отклонению, $A(t) \equiv \text{const}$ — регулирование по абсолютному отклонению (далее рассматривается регулирование по абсолютному отклонению и принимается $A(t) \equiv L/T^2$).

Дисперсии случайных отклонений (2.1) от расчетной траектории, обусловленных ошибками δa такого вида, определяются формулами:

$$D[\delta_a v(\theta)] = 2\sigma_a^2\tau[\theta - \tau(1 - e^{-\theta/\tau})] \qquad \left(v = \frac{rT}{L}, \ \theta = \frac{t}{T}, \ \tau = \frac{\delta t}{T}\right) \qquad (2.3)$$

$$D[\delta_a s(\theta)] = \frac{2}{3}\sigma_a^2\tau\left\{\theta^2 - 3\tau\left[\frac{1}{2}\theta^2 + \tau\theta e^{-\theta/\tau} - \tau^2(1 - e^{-\theta/\tau})\right]\right\} \qquad \left(s = \frac{r}{L}\right)$$

Отклонения от расчетной траектории вызываются не только ошибками $\delta\mathbf{a}$, но и неточной реализацией начальных условий

$$\delta_0\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}(0) - \dot{\mathbf{r}}_0, \qquad \delta_0\mathbf{r} = \mathbf{r}(0) - \mathbf{r}_0 \qquad (2.4)$$

Ошибки $\delta_0\dot{\mathbf{r}}$ и $\delta_0\mathbf{r}$ предполагаются независимыми случайными векторами, компоненты которых некоррелированы между собой и распределены около нуля с известным среднеквадратическим отклонением; для рассматриваемого одномерного движения считается, что

$$M(\delta_0 v) = M(\delta_0 s) = 0, \qquad D(\delta_0 v) = \sigma_{0v}^2, \qquad D(\delta_0 s) = \sigma_{0s}^2 \tag{2.5}$$

Если к концу движения ожидаемые отклонения реальной траектории от расчетной превосходят заданные допустимые отклонения $\delta\dot{r}_{\max}$ и $\delta r_{\max}$, то в процессе движения необходима коррекция траектории. В рассматриваемом примере этому соответствует нарушение системы неравенств

$$2\sigma_a^2\tau + \sigma_{0v}^2 \leqslant \delta\dot{v}_{\max}^2, \qquad \frac{2}{3}\sigma_a^2\,\tau + \sigma_{0v}^2 + \sigma_{0s}^2 \leqslant \delta s_{\max} \tag{2.6}$$

которая получена из формул (2.3) и (2.5), причем членами порядка τ^2 и выше пренебрегалось, так как $\delta t \ll T$.

3. Измерение положения и скорости тела. Для осуществления коррекции траектории необходимо знать действительные значения координат и скорости тела. Точность единичных измерений этих величин нельзя считать удовлетворительной, поэтому предполагается, что измерения производятся регулярно с достаточно большой частотой, а результаты всех измерений, произведенных между моментами времени t_{i-1} и t_i $(i = 1, 2, \ldots, \mu)$, пересчитываются к моменту времени t_i и осредняются. Однако некоторая погрешность все же остается

$$\delta_n\dot{\mathbf{r}}_i = \dot{\boldsymbol{\rho}}(t_i) - \dot{\mathbf{r}}(t_i), \qquad \delta_n\mathbf{r}_i = \boldsymbol{\rho}(t_i) - \mathbf{r}(t_i) \tag{3.1}$$

где $\boldsymbol{\rho}(t_i)$ и $\dot{\boldsymbol{\rho}}(t_i)$ — радиус-вектор и скорость, полученные в результате осреднения измерений. В рассматриваемом примере считается, что

$$M(\delta_n v_i) = M(\delta_n s_i) = 0, \qquad D(\delta_n v_i) = (\sigma_{nv}^{(i)})^2, \qquad D(\delta_n s_i) = (\sigma_{ns}^{(i)})^2 \tag{3.2}$$

и что ошибки $\delta_n v_i$, $\delta_n s_i$ $(i = 1, \ldots, \mu)$ некоррелированы между собой.

4. Оптимальные поправки к программе ускорения от реактивной тяги. В результате осреднения измерений к моменту времени t_i $(i = 1, \ldots, \mu)$ с некоторой степенью точности известны отклонения действительной траектории от $(i-1)$-й расчетной траектории $\mathbf{r}^{(i-1)}{}_*(t)$

$$\Delta\dot{\mathbf{r}}_i = \dot{\boldsymbol{\rho}}(t_i) - \dot{\mathbf{r}}_*^{(i-1)}(t_i), \qquad \Delta\mathbf{r}_i = \boldsymbol{\rho}(t_i) - \mathbf{r}_*^{(i-1)}(t_i) \tag{4.1}$$

Из условия оптимальности «в большом»: поправка $\Delta\mathbf{a}_*^{(i)}(t) = \mathbf{a}_*^{(i)}(t) - \mathbf{a}_*^{(i-1)}(t)$, вычисляемая к моменту t_i (момент i-й коррекции), должна обеспечивать минимум интеграла (1.2) на (t_i, T) при перемещении между точками фазового пространства $\{\boldsymbol{\rho}(t_i), \dot{\boldsymbol{\rho}}(t_i)\}$ и $\{\mathbf{r}_k, \dot{\mathbf{r}}_k\}$. Считается, что при вычислении $\Delta\mathbf{a}_*^{(i)}$ погрешности не вносятся. Для одномерного движения в бессиловом поле

$$\Delta a_*^{(i)}(\theta) = \frac{6L}{T^2}\frac{1}{1-\theta_i}\left[\left(2\frac{\Delta s_i}{1-\theta_i} + \Delta v_i\right)\frac{\theta-\theta_i}{1-\theta_i} - \left(\frac{\Delta s_i}{1-\theta_i} + \frac{2}{3}\Delta v_i\right)\right] \tag{4.2}$$

В промежуток времени между моментами t_i и t_{i+1} должна реализоваться программа $\mathbf{a}_*^{(i)}(t)$, которая в момент времени t_{i+1} сменяется на новую оптимальную программу $\mathbf{a}_*^{(i+1)}(t)$ и т. д.

5. **Приращение функционала. Оптимальное распределение моментов коррекции.** Выражение (1.2) для функционала Φ в случае движения с ошибками и коррекцией можно представить в следующем виде:

$$\Phi = \frac{\alpha}{2g}\sum_{i=0}^{\mu}\int_{t_i}^{t_{i+1}} (\mathbf{a}_*^{(i)} + \delta\mathbf{a})^2\,dt \qquad (t_0 = 0,\ t_{\mu+1} = T) \tag{5.1}$$

В бессиловом поле уравнения для $\Delta a_*^{(i)}$ линейные, поэтому

$$a_*^{(i)}(t) = a_*^{(0)}(t) + \Delta a_*^{(1)}(t) + \ldots + \Delta a_*^{(i)}(t) \tag{5.2}$$

Это позволяет преобразовать функционал Φ следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi = \Phi - \Phi_{\min} = \frac{\alpha}{2g}\Big\{2\Big[\sum_{i=1}^{\mu}\int_{t_i}^{T} a_*^{(0)}\Delta a_*^{(i)}\,dt + \int_0^T a_*^{(0)}\delta a\,dt\Big] +\\ + 2\Big[\sum_{i=3}^{\mu}\int_{t_i}^{T}\Delta a_*^{(i)}\Big(\sum_{j=1}^{i-2}\Delta a_*^{(j)}\Big)dt + \sum_{i=1}^{\mu}\int_{t_i}^{T}\Delta a_*^{(i)}\delta a\,dt\Big] +\\ + \Big[2\sum_{i=2}^{\mu}\int_{t_i}^{T}\Delta a_*^{(i)}\Delta a_*^{(i-1)}\,dt + \sum_{i=1}^{\mu}\int_{t_i}^{T}(\Delta a_*^{(i)})^2\,dt + \int_0^T(\delta a)^2\,dt\Big]\Big\}\end{aligned} \tag{5.3}$$

Предполагая, что $\Delta\Phi / \Phi_{\min} \ll 1$, и ограничиваясь членами линейными относительно $\Delta\Phi / \Phi_{\min}$, получаем при помощи (1.4) приближенное выражение для минимального при заданном Φ веса $G_{\min}^\circ$

$$G_{\min}^\circ = G_{N*}^\circ + G_{M*}^\circ \approx 2\sqrt{\Phi_{\min}} - \Phi_{\min} + \Delta\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\Phi_{\min}}} - 1\right) \tag{5.4}$$

Для минимизации осредненной величины $G_{\min}^\circ$ по $\Delta\,\Phi$ нужно определить такое распределение моментов коррекции t_i $(i = 1, \ldots, \mu)$ и такое их число μ_{opt}, чтобы при условии обеспечения в конце движения заданной точности (в среднем) математическое ожидание $\Delta\Phi$ было бы минимальным. В бессиловом поле замеренные к моменту t_i отклонения Δv_i, Δs_i реальной траектории от расчетной, по которым вычисляется поправка $\Delta a_*^{(i)}$ (см. формулу (4.2)), складываются из отклонений, обусловленных ошибками $\delta a(t)$, и из ошибок $(i-1)$-го и i-го измерений

$$\begin{aligned}\Delta v_i &= \frac{T}{L}\int_{t_{i-1}}^{t_i}\delta a\,dt + \delta_n v_i - \delta_n v_{i-1}\\ \Delta s_i &= \frac{1}{L}\int_{t_{i-1}}^{t_i}dt\int_{t_{i-1}}^{t}\delta a\,dt + \delta_n s_i - \delta_n s_{i-1} - \delta_n v_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1})\end{aligned} \tag{5.5}$$

Математическое ожидание членов, содержащихся в первых квадратных скобках формулы (5.3) равно нулю, так как подынтегральные выражения этих членов линейны относительно случайных величин Δv_i, Δs_i и δa, математическое ожидание которых равно нулю. Считая, что случайные отклонения $\delta a(t)$ по разные стороны от моментов t_i перехода на новую программу $a_*^{(i)}(t)$ некоррелированы между собой

$$K\,[\delta a(t), \delta a(t')] = 0 \quad \text{при } t_{i-1} < t < t_i,\ \ t_{j-1} < t' < t_j,\ \ i \neq j \tag{5.6}$$

получаем такой же результат и для математического ожидания второй квадратной скобки формулы (5.3), так как подинтегральные выражения содержащихся там членов состоят из произведений независимых случайных величин, математическое ожидание которых равно нулю.

Два первых члена в последних квадратных скобках формулы (5.3) выражаются через отклонения Δv_{i-1}, Δv_i и Δs_{i-1}, Δs_i так:

$$\int_{t_i}^{T} \Delta a_*^{(i)} \Delta a_*^{(i-1)}\, dt = \frac{12L^2}{T^3}\frac{1}{1-\theta_{i-1}}\left[\frac{\Delta s_i \Delta s_{i-1}}{(1-\theta_{i-1})^2} + \frac{\Delta s_i \Delta v_{i-1}}{2(1-\theta_{i-1})} + \right.$$
$$\left. + \left(1 - 2\frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{1-\theta_{i-1}}\right)\frac{\Delta v_i \Delta s_{i-1}}{2(1-\theta_{i-1})} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{1-\theta_{i-1}}\right)\Delta v_i \Delta v_{i-1}\right] \quad (5.7)$$
$$\int_{t_i}^{T} (\Delta a_*^{(i)})^2\, dt = \frac{12L^2}{T^3}\frac{1}{1-\theta_i}\left[\frac{(\Delta s_i)^2}{(1-\theta_i)^2} + \frac{\Delta s_i \Delta v_i}{1-\theta_i} + \frac{1}{3}(\Delta v_i)^2\right]$$

Поэтому математическое ожидание приращения функционала, с точностью до квадратичных относительно τ членов, равно

$$M(\Delta\Phi) = \frac{6\alpha L^2}{gT^3}\left\{\sum_{i=1}^{\mu}\left[\frac{\sigma_a^2\tau}{3}(2\xi_i^3 - 3\xi_i^2 + 2\xi_i - 1) + \right.\right.$$
$$\left. + \frac{(\sigma_{nv}^{(i-1)})^2}{1-\theta_i}\xi_i(\xi_i - 1) + \frac{(\sigma_{nv}^{(i-1)})^2 - (\sigma_{nv}^{(i)})^2}{3(1-\theta_i)} + \frac{(\sigma_{ns}^{(i-1)})^2 - (\sigma_{ns}^{(i)})^2}{(1-\theta_i)^3}\right] +$$
$$\left. + \frac{\sigma_a^2}{12} + \frac{2}{3}\frac{(\sigma_{nv}^{(\mu)})^2}{1-\theta_\mu} + 2\frac{(\sigma_{ns}^{(\mu)})^2}{(1-\theta_\mu)^3}\right\} \quad \left(\xi_i = \frac{1-\theta_{i-1}}{1-\theta_i},\ \sigma_{nv}^{(0)} = \sigma_{0v},\ \sigma_{ns}^{(0)} = \sigma_{0s}\right) \quad (5.8)$$

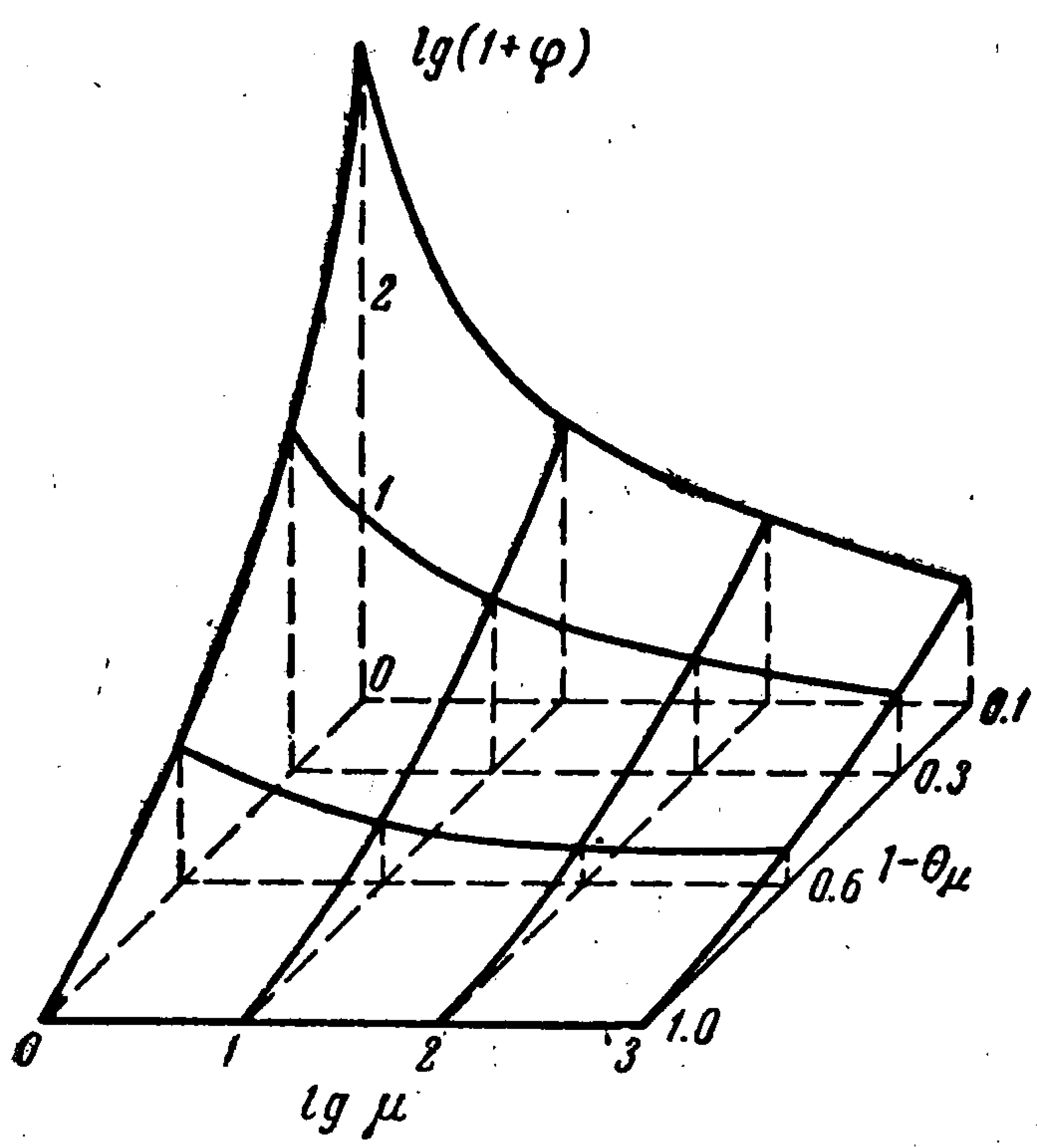
При $t = T$ $(\theta = 1)$ траектория должна попасть в заданную область конечных значений координат и скорости, т. е. ожидаемые отклонения от расчетной траектории в конце движения должны быть ограничены сверху; это условие записывается в виде системы двух неравенств

$$2\sigma_a^2\tau(1 - \theta_\mu) + (\sigma_{nv}^{(\mu)})^2 \leqslant (\delta v_{\max})^2 \quad (5.9)$$
$$\frac{2}{3}\sigma_a^2\tau(1 - \theta_\mu)^3 + (\sigma_{nv}^{(\mu)})^2(1 - \theta_\mu)^2 + (\sigma_{ns}^{(\mu)})^2 \leqslant \delta s_{\max}^2$$

Если погрешности измерений не учитываются ($\sigma_{nv}^{(i)} = \sigma_{ns}^{(i)} = 0$, $i = 1, \ldots, \mu$) и если начальные условия предполагаются реализованными точно ($\sigma_{0v} = \sigma_{0s} = 0$), то для оптимального распределения моментов коррекции получаем формулу геометрической прогрессии

$$(\xi_i)_{\text{opt}} = \left(\frac{1-\theta_{i-1}}{1-\theta_i}\right)_{\text{opt}} = (1 - \theta_\mu)^{-1/\mu} \qquad (i = 1, \ldots, \mu) \quad (5.10)$$

Это сгущение моментов коррекции к концу траектории вполне естественно, так как в начале движения, когда для устранения отклонения от расчетной траектории еще остается много времени, можно допустить бóльшую величину этих отклонений при достаточно малом уровне поправок Δa, т. е. можно большее время двигаться без коррекции, чем к концу движения. Такой же закон распределения моментов коррекции получен и в работе [4], где исследуется импульсная коррекция баллистических траекторий. Однако в отличие от импульсной коррекции, при которой ошибка вносится только в моменты приложения импульсов, для рассматриваемого в настоящей работе случая, когда ошибка накапливается непрерывно (независимо от того, производится коррекция или нет) при условии точных измерений не существует оптимального числа μ_{opt} моментов коррекции. Минимальная для заданного μ величина математического ожидания приращения функционала Φ



$$M(\Delta\Phi)_{\min} = \frac{6\varkappa L^2}{gT^3}\sigma_a^2\left(\frac{1}{3}\tau\varphi + \frac{1}{12}\right) \tag{5.11}$$

$$\left(\varphi = \mu\frac{2}{(1-\theta_\mu)^{3/\mu}} - \frac{3}{(1-\theta_\mu)^{2/\mu}} + \frac{2}{(1-\theta_\mu)^{1/\mu}} - 1\right)$$

монотонно убывает с увеличением μ, причем

$$\lim \varphi = -\ln(1-\theta_\mu) \quad \text{при} \quad \mu \to \infty$$

(см. $\lg(1+\varphi)$ на фигуре в зависимости от μ и $1-\theta_\mu$). Из фигуры также видно, что φ уменьшается с увеличением $1-\theta_\mu$, поэтому оптимальное значение $(1-\theta_\mu)_{\text{opt}}$ должно выбираться из неравенства (5.9) максимально возможным

$$(1-\theta_\mu)_{\text{opt}} = \min\left\{\frac{1}{2}\frac{\delta v_{\max}^2}{\sigma_a^2\tau},\ \left(\frac{3}{2}\frac{\delta s_{\max}^2}{\sigma_a^2\tau}\right)^{1/3}\right\} \tag{5.12}$$

В случае отличной от нуля постоянной дисперсии ошибок измерений и отклонений от начальных условий ($\sigma_{nv}^{(i)} = \sigma_v$, $\sigma_{ns}^{(i)} = \sigma_s$, $i = 0, 1, \ldots, \mu$) оптимальное распределение моментов коррекции уже не выражается простой формулой, как (5.10), и должно определяться численно. Если же воспользоваться формулой (5.10), то

$$M(\Delta\Phi) = M(\Delta\Phi)_{\min} + \frac{6\varkappa L^2}{gT^3}\left\{\sigma_v^2\left[\frac{\theta_\mu}{(1-\theta_\mu)^{1+2/\mu}} + \frac{2}{3(1-\theta_\mu)}\right] + 2\frac{\sigma_s^2}{(1-\theta_\mu)^3}\right\} \tag{5.13}$$

Характер зависимости $M(\Delta\Phi)$ от μ и $(1-\theta_\mu)$ сохраняется.

Однако, если дисперсия ошибок измерений зависит от интервалов между моментами коррекции, то из формулы (5.8) можно заключить, что должно существовать оптимальное число μ_{opt} моментов коррекции, при котором $M(\Delta\Phi)$ имеет минимум.

Поступила 6 VII 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Токарев В. В. Влияние случайных процессов уменьшения мощности на движение тела переменной массы в гравитационном поле. ПММ, 1962, т. XXVI, вып. 4.
2. Irving J. H., Blum E. K. Comparative Performance of Ballistic and Low Thrust Vehicles for Flight to Mars. Vistas in Astronautics 2, Second Annual Astronautics Symposium, 1959.
3. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. О движении тела переменной массы с постоянной затратой мощности в гравитационном поле. ДАН СССР, 1961, т. 137, № 5.
4. Lawden D. F. Optimal Programme for Correctional Manoeuvres. Astronautica Acta, 1960, vol. 6, № 4