Прикладная математика и механика. Том XXVII, 1963

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИ УПРОЧНЯЮЩЕЙСЯ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ В ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ МИЗЕСА-РЕЙССА

В. А. Скрипкин
(Москва)

Твердость металла характеризуется его способностью противостоять пластическим деформациям при вдавливании в него других тел. В частности, твердость по Бринеллю B определяется по величине диаметра отпечатка d после вдавливания в металл шарика диаметром D при заданной величине внешней силы P:

$$B = \frac{2P}{\pi D\,(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \qquad (0.1)$$

Величина B возрастает приблизительно пропорционально ординатам кривой напряжение — деформация ($P - \varepsilon$) при статическом испытании металлов, деформирующихся с упрочнением [1, 2]. Этот эффект находит себе объяснение с точки зрения одномерной диаграммы ($P - \varepsilon$) в том, что в металле, упрочнившимся в результате приобретения некоторой пластической деформации ε_p и разгрузки, для получения вторично той же самой величины пластической деформации ε_p требуется вызвать напряжение, большее, чем в первом случае. Принято говорить, что при подобной деформации происходит наклеп или увеличение твердости, что иногда называют также термином «упрочнение», который, строго говоря, относится к явлению возрастания ординаты кривой ($P - \varepsilon$) в упругой области.

Технику интересует проблема повышения твердости металла без того, чтобы металл деформировался пластически заметным образом. Такая задача встает, например, когда требуется повысить твердость поверхностного слоя готовой детали, не изменяя практически ее размеров и формы. Эта проблема решается в последнее время воздействием ударных волн, образующихся при взрыве распределенных зарядов на поверхность обрабатываемой детали.

Возможность образования наклепа при незначительных остаточных деформациях можно объяснить тем, что предел текучести многих металлов возрастает при увеличении скорости деформации. Если достигнутый при повышенной скорости деформации уровень напряжения фиксируется после разгрузки тем, что при повторном нагружении проявляется как новый статический предел текучести материала, то, очевидно, что металл будет испытывать динамическое упрочнение, выражающееся, как и в статическом случае, в необратимом возрастании ординаты кривой $p(\varepsilon)$ при одномерном испытании. Однако динамическое упрочнение, в отличие от статического, определяется скоростью деформации и температурой и не связано с увеличением пластической деформации. Если принять, что наклеп пропорционален динамическому упрочнению, то получим удовлетворительное объяснение явлению возрастания твердости металла при ударных нагрузках.

Зависимость механического поведения металлов от скорости деформации исследовалась в ряде работ, обзор которых содержится в [3, 4]. Из ранних работ укажем дополнительно на [5], где в опытах с оловянными проволоками для зависимости между напряжением p и скоростью деформации $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt$ при одной и той же величине пластической деформации ε_p установлена формула

$$p = p_0 + p_1 \ln(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0) \qquad (p_0,\ p_1,\ \dot{\varepsilon}_0 = \text{const}) \qquad (0.2)$$

В работе [6] полученные зависимости между p и $\dot{\varepsilon}$ для стали заметно отклоняются от (0.2).

1. Будем предполагать, что среда может испытывать динамическое упрочнение и что это свойство определяется некоторыми параметрами χ_i. Параметры χ_i должны таким образом описывать текущее состояние среды, чтобы их изменение характеризовало приобретенные материалом в рассматриваемом процессе новые свойства [7].

Предположим, что поверхность текучести рассматриваемой среды задана дифференциальным уравнением вида

$$d\sigma_2' \equiv 2\sigma_{ij}'d\sigma_{ij}' = \left\{A(\chi)L[\sigma_2' - H_0(\chi, T)] + \frac{\partial H_0}{\partial \chi}\right\}d\chi + \frac{\partial H_0}{\partial T}dT \qquad (1.1)$$

$$\sigma_2' = \sigma_{ij}'\sigma_{ij}', \qquad \sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma\delta_{ij}, \qquad \sigma = \sigma_{kk}, \qquad \sigma_{ij} = \frac{P_{ij}}{\rho}$$

Здесь δ_{ij} — единичный тензор, P_{ij} — компоненты тензора напряжений в декартовой системе координат, ρ — плотность среды, H_0 — некоторая известная из опыта функция от абсолютной температуры T и параметра

$$\chi = \dot{\varepsilon}_{ij}'\dot{\varepsilon}_{ij}', \qquad \varepsilon_{ij}' = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\varepsilon\delta_{ij}, \qquad \varepsilon = \varepsilon_{kk} \qquad (1.2)$$

характеризующего скорость деформации; ε_{ij} — компоненты тензора деформации. В уравнении (1.1) $A(\chi)$ и $L(u)$ — некоторые функции, причем в окрестности $u = 0$ функция $L(u)$ имеет вид

$$L(u) = u^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \ldots, \qquad \gamma > 1, \qquad L(0) = 0 \qquad (1.3)$$

Будем пользоваться декартовой системой координат в смысле Эйлера. Дифференцирование по времени компонент тензоров, относящееся к частице среды, понимается как субстанциональное дифференцирование.

Таким образом,

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = \left(\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}\right)_x + v^k\left(\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x^k}\right)_t$$

где v^k — компоненты скорости частицы.

Пфаффова форма (1.1) от трех переменных σ_2', χ, T имеет в качестве особого решения выражение

$$\sigma_2' = H_0(\chi, T) \qquad (1.4)$$

Это решение представляет собой огибающую однопараметрического семейства поверхностей

$$\sigma_2' = H(\chi, T, \chi^*) \qquad (1.5)$$

где χ^* — параметр семейства. Функция $H(\chi, T, \chi^*)$ в (1.5) удовлетворяет уравнению (1.1) и имеет вид

$$H(\chi, T, \chi^*) = H_0(\chi, T) + u(\chi, \chi^*) \qquad (1.6)$$

где $u(\chi, \chi^*)$ находится из уравнения

$$\int_0^u \frac{dx}{L(x)} = \int_{\chi^*}^{\chi} A(x)\,dx \qquad (1.7)$$

Будем предполагать, что параметр χ в упругой области может изменяться обратимым образом и что изменение χ не влияет на характер зависимости между σ_{ij}, ε_{ij} и T, но определяет, согласно уравнению (1.4), область применения этой зависимости. Когда изображающая напряженное состояние точка в пространстве переменных σ_{ij}', χ, T достигнет поверхности текучести (1.4), то дальнейшее течение материала происходит в соответствии с уравнением (1.4), если $d\chi \geqslant 0$, и в соответствии с уравнением (1.6), если $d\chi \leqslant 0$. Переход от закона течения (1.4) к закону течения (1.6) осуществляется при $d\chi = 0$. Значение χ^* определяется как такое значение $\chi = \chi^*$, при котором $d\chi = 0$. Фиксирование χ^* в уравнении (1.6) выделяет из семейства конкретную поверхность, на которой будет находиться точка, изображающая напряженное состояние материала на заключительной фазе пластической деформации перед тем, как снова перейдет в упругую область при разгрузке. Эта последняя поверхность из семейства (1.6) сохраняется в дальнейшем как новая поверхность текучести среды.

Если в уравнении (1.1) $A(\chi)$ и $L(u)$ выбрать таким образом, чтобы функция $u(\chi, \chi^*)$ была всюду неотрицательной и монотонно возрастающей по χ^*, то ясно, что в описанном процессе среда будет испытывать динамическое упрочнение.

Итак, будем исходить из того, что в девиаторной плоскости тензора σ_{ij} существует бесконечное множество окружностей Мизеса, зависящее от T, χ и χ^*.

Зависимость поверхности текучести от температуры T рассматривалась в работах [8, 9].

Зависимость предела текучести от скорости деформации, вообще говоря, может и не укладываться в рамки однопараметрической зависимости. Однако, сделанное предположение является простейшим и его следует рассмотреть в первую очередь.

Предположим, что в упругой области, то есть когда $\sigma_{ij}'\sigma_{ij}' < H_0(\chi, T)$ имеет место конечная зависимость

$$\varepsilon_{ij} = c\sigma_{ij}' + \frac{1}{3} f(\sigma)\,\delta_{ij} + \alpha\delta_{ij}T \tag{1.8}$$

где α — коэффициент объемного расширения, c — постоянная, $f(\sigma)$ — некоторая функция среднего напряжения.

Из (1.8) следует, что объемная деформация равна

$$\varepsilon = f(\sigma) + 3\alpha T \tag{1.9}$$

Соотношения (1.8) обращаются с точностью до множителя $1/\rho$, входящего в σ_{ij}, в обычные формулы термоупругости при

$$c = \frac{1}{E}\rho_0(1 + \nu), \qquad f(\sigma) = \frac{1}{E}\rho_0(1 - 2\nu)\,\sigma$$

где E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, ρ_0 — начальное значение плотности материала.

Зависимость объемной деформации стали от гидростатического давления исследовалась Бриджменом, а также Пакком, Эвансом и Джеймсом [10, 11]. Эта зависимость всегда упругая и до давлений порядка 280 000 атм, хорошо аппроксимируется квадратным полиномом следующего вида:

$$\frac{\Delta V}{V} = Ap - Bp^2 \qquad (A,\ B = \mathrm{const})$$

где ΔV — изменение объема, p — давление. Следовательно, до умеренно высоких давлений функция $f(\sigma)$ может быть представлена в виде

$$f(\sigma) = f_0'\sigma + \frac{1}{2} f_0''\sigma^2 + \ldots \tag{1.10}$$

Заметим, что учет нелинейных членов по σ в уравнении (1.8) по сравнению с σ_{ij}' в линейном приближении может быть оправдан тем, что значения девиаторного напряжения σ_{ij}' ограничены всегда теми значениями σ_{ij}', которые соответствуют поверхности текучести, в то время как значения $\sigma = P_{kk} / \rho$ при незначительно отличающихся значениях P_{11}, P_{22}, P_{33} могут быть весьма большими.

В пластической области, т. е. когда $\sigma_{ij}'\sigma_{ij}' = H(\chi, T, \chi^*)$ приращение деформации равно сумме упругой $d\varepsilon_{ij}^e$ и пластической $d\varepsilon_{ij}^p$ частей. Согласно (1.8), приращение упругой части равно

$$d\varepsilon_{ij}^e = c\, d\sigma_{ij}' + \frac{1}{3} \delta_{ij} f'(\sigma)\, d\sigma + \alpha\delta_{ij}\, dT \tag{1.11}$$

Приращение пластической деформации, как в теории Рейсса [1], возьмем в виде

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sigma_{ij}' e(\dot\lambda)\, \dot e(\sigma_2' - H)\, d\lambda, \qquad e(u) = \begin{cases} 0, & u < 0 \\ 1, & u \geqslant 0 \end{cases} \tag{1.12}$$

где $\lambda(t, x^1, x^2, x^3)$ — новая неизвестная функция.

Таким образом при $\sigma_{ij}'\sigma_{ij}' = H(\chi, T, \chi^*)$ (или $H_0(\chi, T)$)

$$d\varepsilon_{ij} = c d\sigma_{ij}' + \frac{1}{3} \delta_{ij} f(\sigma) d\sigma + \alpha\delta_{ij}\, dT + \sigma_{ij}' e(\dot\lambda)\, d\lambda \tag{1.13}$$

Замкнутая система относительно неизвестных функций ρ, v^k, σ_{ij}, T, λ, описывающая движение рассматриваемой среды, будет включать, кроме уравнений (1.13), еще:

уравнение неразрывности

$$\frac{d}{dt}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \varepsilon_{kk}\right) = 0, \qquad \dot\varepsilon_{kk} = \frac{\partial v^k}{\partial x^k} \tag{1.14}$$

уравнения импульса

$$\frac{dv^i}{dt} = \sigma^{ik} \frac{\partial}{\partial x^k}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0}\right) + \frac{\partial \sigma^{ik}}{\partial x^k} \tag{1.15}$$

уравнение притока тепла

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dU}{dt} - \sigma_{ij}\frac{d\varepsilon_{ij}}{dt}, \qquad \dot\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{dv^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i}\right) \tag{1.16}$$

где dQ — внешнее тепло, приобретаемое частицей среды, U — внутренняя энергия среды на единицу массы, и закона течения (1.1), где

$$\chi = \dot\varepsilon_{ij}'\dot\varepsilon_{ij}' = c^2\dot\sigma_{ij}'\dot\sigma_{ij}' + e(\dot\lambda)\, e(\sigma_2' - H)\,(2c\sigma_{ij}'\dot\sigma_{ij}' + \sigma_{ij}'\sigma_{ij}'\dot\lambda^2) \tag{1.17}$$

2. Определим теперь плотность внутренней энергии U, входящую в уравнение (1.16), как функцию определяющих параметров среды.

В упругой области, вследствие соотношений (1.8), $U = U(\sigma_{ij}, T)$. Применим второе начало термодинамики к обратимому процессу упругой деформации частицы среды. При этом, вместо U удобно ввести в рассмотрение плотность свободной энергии $F(\sigma_{ij}, T) = U - ST$, где S — плотность энтропии. Тогда,

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial T} dT - \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + S\,dT = 0$$

Заменяя в этом равенстве $d\varepsilon_{ij}$ через выражение (1.11) и приравнивая нулю коэффициенты при независимых приращениях определяющих параметров, получим

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = c\sigma_{ij}' + \frac{1}{3}\delta_{ij}\sigma f'(\sigma), \qquad S = -\frac{\partial F}{\partial T} + \alpha\sigma \tag{2.1}$$

Уравнениям (2.1) удовлетворяет функция

$$F = \frac{c}{2}\sigma_{ij}'\sigma_{ij}' + \frac{1}{3}\int \sigma f'(\sigma)\,d\sigma + \Psi(T) \tag{2.2}$$

где $\psi(T)$ — произвольная функция. Согласно (2.1)

$$S = \alpha\sigma - \psi'(T) \tag{2.3}$$

и, следовательно,

$$U = \frac{c}{2}\sigma_{ij}'\sigma_{ij}' + \frac{1}{3}\int \sigma f'(\sigma)\,d\sigma + \alpha\sigma T + \Phi(T), \quad \Phi(T) = \Psi(T) - T\Psi'(T) \tag{2.4}$$

В пластической области необходимо, вообще говоря [12], считать $F = F(\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}, T, \chi, \lambda)$. Второе начало термодинамики применительно к необратимому процессу выражается равенством

$$T\,dS = dQ + dQ' \tag{2.5}$$

где $dQ' > 0$ — некомпенсированное тепло. Предположим, что для рассматриваемой среды некомпенсированное тепло пропорционально работе сил напряжений на пластических деформациях, т. е.

$$dQ' = k\sigma_{ij}\,d\varepsilon_{ij}^p = k\sigma_{ij}\sigma_{ij}'\,d\lambda = kH(\chi, T, \chi^*)\,e(\dot\lambda)\,d\lambda \tag{2.6}$$

Здесь через k обозначена некоторая функция от определяющих параметров, а через $H(\chi, T, \chi^*)$ обозначается функция $H_0(\chi, T)$, когда $d\chi \geqslant 0$ и $H_0(\chi, T) + u(\chi, \chi^*)$, когда $d\chi \leqslant 0$. Тогда на основании уравнений (1.16) и (2.5) можно написать равенство

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \chi} d\chi + \frac{\partial F}{\partial \lambda} d\lambda - \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} +$$
$$+ k\sigma_{ij}'\sigma_{ij}'\,d\lambda + S\,dT = 0$$

Исключая зависимые дифференциалы переменных параметров $d\varepsilon_{ij}$ при помощи уравнений (1.13) и, согласно уравнению (1.1),

$$d\chi = \left(2\sigma_{ij}'\,d\sigma_{ij} - \frac{\partial H_0}{\partial T} dT\right) \Big/ \left\{A(\chi)\,L[\sigma_2' - H_0(\chi, T)] + \frac{\partial H_0}{\partial \chi}\right\} \tag{2.7}$$

и приравнивая нулю коэффициенты при дифференциалах, получим

$$c\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}+\frac{\delta_{ij}}{3}[f'(\sigma)-c]\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{kk}}+\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}+\frac{2\sigma_{ij}'}{A(\chi)L(\sigma_2'-H_0)+\partial H_0/\partial\chi}\frac{\partial F}{\partial \chi}=$$

$$=c\sigma_{ij}'+\frac{\delta_{ij}}{3}\sigma f'(\sigma),\qquad \sigma_{ij}'\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}+\frac{\partial F}{\partial \lambda}=(1-k)H(\chi,T,\chi^*) \tag{2.8}$$

$$S=\alpha\sigma-\frac{\partial F}{\partial T}+\frac{\partial F}{\partial \chi}\frac{(\partial H/\partial T)}{(\partial H/\partial \chi)}-\alpha\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{kk}} \tag{2.9}$$

Решение уравнений (2.8), (2.9), непрерывно переходящее в (2.3), можно представить в виде

$$F=\frac{c}{2}H(\chi,T,\chi^*)+\frac{1}{3}\int\sigma f'(\sigma)\,d\sigma+\Psi(T)+\varphi(\lambda,T)-\varphi(\lambda_0,T) \tag{2.10}$$

$$H(\chi,T,\chi^*)=\begin{cases}H_0(\chi,T) & \text{при } d\chi\geqslant 0\\ H_0(\chi,T)+u(\chi,\chi^*) & \text{при } d\chi\leqslant 0\end{cases} \tag{2.11}$$

Здесь $\varphi(\lambda, T)$ некоторая функция, связанная с k равенством

$$k=-\frac{1}{H(\chi,T,\chi^*)}\frac{\partial\varphi(\lambda,T)}{\partial\lambda} \tag{2.12}$$

Функция $u(\chi, \chi^*)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial \chi}=A(\chi)L(u)$$

а λ_0 — значение λ в момент перехода из упругой области в пластическую, причем $\lambda\geqslant\lambda_0$. Некомпенсированное тепло

$$dQ'=\left[H(\chi,T,\chi^*)-\frac{\partial\varphi(\lambda,T)}{\partial\lambda}\right]d\lambda$$

Вследствие (2.10), для энтропии получается выражение

$$S=\alpha\sigma-\psi'(T)-\frac{\partial}{\partial T}[\varphi(\lambda,T)-\varphi(\lambda_0,T)] \tag{2.13}$$

Откуда при $\sigma_{ij}'\sigma_{ij}'=H(\chi,T,\chi^*)$ находим (сравни [13]) (2.14)

$$U=\frac{cH(\chi,T,\chi^*)}{2}+\frac{1}{3}\int\sigma f'(\sigma)\,d\sigma+\Phi(T)+\sigma\alpha T-T\frac{\partial}{\partial T}[\varphi(\lambda,T)-\varphi(\lambda_0,T)]$$

3. Для определения произвольной функции $\Phi(T)$ в (2.5) и (2.14) рассмотрим эксперименты по определению динамической сжимаемости металлов ударными волнами. Пусть ударная волна распространяется по ненапряженной покоящейся среде с плотностью ρ_0 и абсолютной температурой $T_0=0$. Так как при больших давлениях металл по своим свойствам приближается к жидкости, то непосредственно за ударной волной тензор напряжений приближенно можно считать шаровым, т. е.

$$P_{ij}=\frac{\delta_{ij}}{3}P_{kk}$$

Процесс распространения ударной волны нагрузки протекает весьма быстро, поэтому теплопроводностью можно пренебречь. Тогда, обычные условия на ударной волне [14] приводят к соотношениям (3.1)

$$\vartheta_n=D\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right),\quad \sigma=-3D^2\frac{\rho_0}{\rho}\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right),\quad U-U_0=-\frac{\sigma}{6}\frac{\rho}{\rho_0}\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

где ϑ_n — нормальная к поверхности ударной волны составляющая скорости частицы после прохождения ударной волны, D — скорость фронта ударной волны, σ, ρ, U — имеют прежний смысл и относятся к величинам после прохождения разрыва. Экспериментально установлено [15]

$$D = a + b\vartheta_n \qquad (a, b = \mathrm{const}) \tag{3.2}$$

Поэтому из (3.1) находим

$$\sigma = -\frac{3a^2(1-\rho_0/\rho)(\rho_0/\rho)}{[1-b(1-\rho_0/\rho)]^2} \tag{3.3}$$

Если девиаторными напряжениями пренебречь, по сравнению со средним давлением, а деформацию считать объемной, то выражение для $U - U_0$, согласно (2.5), будет иметь вид

$$U - U_0 = \frac{1}{3}\int \sigma f'(\sigma)\,d\sigma + \sigma\alpha T + \Phi(T) \tag{3.4}$$

Из уравнений (1.14) и (1.9) следует

$$\ln\frac{\rho_0}{\rho} = f(\sigma) + 3\alpha T \tag{3.5}$$

Тогда, приравнивая (3.1) и (3.4), получим с учетом (3.3) и (3.5) уравнение для $\Phi(T)$. Если $f(\sigma)$ имеет вид (1.10), то, ограничиваясь третьими степенями αT, из перечисленных уравнений найдем

$$\Phi(T) = \frac{9a^2(\alpha T)^2}{2(3a^2 f_0' - 1)} + \frac{27a^2(3a^4 f_0'' + b + 1)}{(3a^2 f_0'' - 1)^3}(\alpha T)^3 + \ldots \tag{3.6}$$

Для окончательной спецификации среды необходимо также определить функции $H_0(\chi, T)$, $u(\chi, \chi^*)$ и $\varphi(\lambda, T)$ в выражении (2.14).

Поступила 31 X 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Хилл Р., Математическая теория пластичности, Гостехиздат, М., 1956.
2. Надаи А., Пластичность и разрушение твердых тел, М., ИЛ, 1954.
3. Hopkins H. G. Dynamics anelastic deformations of metals. Appl. Mech. Rev., 1961, v. 14, No. 6.
4. Райнхарт Дж. С. и Пирсон Дж., Поведение металлов при импульсивных нагрузках, ИЛ, М., 1958.
5. Ludwik P., Elemente der technologischen Mechanic, Berlin, 1909, s. 44—47.
6. Winlok T., Leiter R., Some Factors, Affecting the Plastic Deformation of Sheet and Strip Steel. Trans. ASME, (1937), 25, 163.
7. Седов Л. И., Введение в механику сплошной среды. Гостехиздат, М., 1962.
8. Prager W., Non-isothermal plastic deformation, Proc. Koninkl. Nederl. Akad. van Wetenschappen, Series B, V. 61, № 3, pp. 176—182, 1958, русский перевод: сб. Механика, 1959, 5 (57), 95—101.
9. Вейнер Дж., Ландау Г., Температурные напряжения в упругопластических телах, библиотека сб. «Механика», Пластичность и термопластичность, ИЛ, М., 1962.
10. Бриджмен П. В., Исследования больших пластических деформаций и разрывов. Влияние высокого гидростатического давления на механические свойства материалов, ИЛ, М., 1955.
11. Pack D. C., Evans W. M., and James H. J., The Propagation of Shock Waves in Steel and head, Proc. Phys. Soc., 1948, 60.
12. Седов Л. И., и Эглит Э. М., Построение неголономных моделей сплошных сред с учетом конечности деформаций и некоторых физико-химических эффектов. ДАН, 1962, т. 142, № 1.
13. Григорян С. С., О некоторых специальных вопросах термодинамики сплошных сред, ПММ, 1960, т. XXIV, вып. 4.
14. Седов Л. И., Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.—Л., Гос. изд-во техн.-теор. лит., 1950.
15. Альтшулер Л. В., Крупников К. К., Леденев Б. Н., Жучихин В. И., Бражник М. И., Динамическая сжимаемость и уравнение состояния железа при высоких давлениях. ЖЭТФ, 1958, т. 34, вып. 4.