

несколько упростить. Если ввести переменные

$$P = p + iq, \quad \Omega = \omega_1 + i\omega_2, \quad \Gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$$

то уравнения в вариациях принимают следующий вид

$$A \frac{dP}{dt} = i\omega (C + C_2 - A - A_2\mu) P - i\omega A_2 (1 - \mu) \Omega - iR\Gamma$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = i\omega\mu (P - \Omega), \quad \frac{d\Gamma}{dt} = iP - i\omega\Gamma$$

Решение ищем в виде $e^{i\lambda t}$. Получим следующее характеристическое уравнение:

$$A\lambda_1^3 + \lambda_1^2 [A(2 + \mu) + A_2\mu - C - C_2] + \lambda_1 \left[\frac{R}{\omega^2} + A(1 + 2\mu) + 2A_2\mu - (C + C_2)(1 + \mu) \right] + \mu \left[\frac{R}{\omega^2} + A + A_2 - C - C_2 \right] = 0 \quad \left(\lambda_1 = \frac{\lambda}{\omega} \right)$$

Это уравнение совпадает с уравнением, полученным в статье [5].

Условием устойчивости является условие действительности корней. Оно совпадает с условием, полученным в статьях [5,8].

Автор благодарит В. В. Румянцеву за внимание к работе.

Поступила 13 VII 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский Н. Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью. Собр. соч., т. III, ОНТИ, 1936.
2. Слудский Ф. А. De la rotation de la terre supposée fluide à son intérieur. Bulletin de la Société des naturalistes de Moscou, 1895, IX, 285—318.
3. Hough. The Oscillations of a Rotating Ellipsoidal Shell containing Fluid. Phil. Transactions (A), 186, 1, 1895.
4. Poincaré H. Sur le precession de corps deformables. Bulletin astronomique. 1910, XXVII.
5. Соболев С. Л. О движении симметричного волчка с полостью, наполненной жидкостью. ПМТФ, 1960, № 3.
6. Румянцев В. В. Устойчивость вращения твердого тела с эллипсоидальной полостью, наполненной жидкостью. ПММ 1957, т. XXI, вып. 6.
7. Четаев Н. Г. Об устойчивости вращательных движений твердого тела, полость которого наполнена идеальной жидкостью. ПММ, 1957, т. XXI, вып. 2.
8. Ишлинский А. Ю., Темченко М. Е. О малых колебаниях вертикальной оси волчка, имеющего полость, целиком наполненную идеальной несжимаемой жидкостью. ПМТФ, 1960, № 3.

К ТЕОРИИ ГИРОГОРИЗОНТКОМПАСА

Ю. К. Жбанов (Москва)

Изучается влияние произвольных перекосов и дебалансов на поведение гироскопического компаса. Приводится оценка азимутальных уходов разбалансированного компаса при маневрировании и указывается возможность точного замера дебаланса по кривой его азимутальных колебаний на неподвижном основании при отключенном демпфировании.

Идеальный гироскопический компас [1] представляет собой двухгироскопный маятник со специально подобранными параметрами и связями. Вариант такого маятника, выполненный в виде плавающей гиросферы, схематично изображен на фиг. 1. Обозначим: \mathbf{H} — суммарный кинетический момент обоих гироскопов, \mathbf{r} — единичный вектор компасной вертикали (фиг. 2), направленный от центра тяжести гиросферы к ее геометрическому центру, играющему роль точки опоры, a — расстояние от центра тяжести до точки опоры (метацентрическая высота), m — масса гиросферы. Трехгранник

$$\left\{ \frac{\mathbf{H}}{H}, \mathbf{r}, \frac{\mathbf{H} \times \mathbf{r}}{H} \right\}$$

характеризующий ориентацию прибора, назовем компасным трехгранником. Положение и маневр точки опоры (основания) на земной поверхности зададим единичным вектором местной вертикали $\mathbf{r}_1(t)$, направленным от центра Земли к точке опоры.

Специальный подбор параметров гироскопического компаса сводится к тому, что при любом H из допустимого диапазона выполняются два условия.

(1) Вектор кинетического момента перпендикулярен к компасной вертикали:

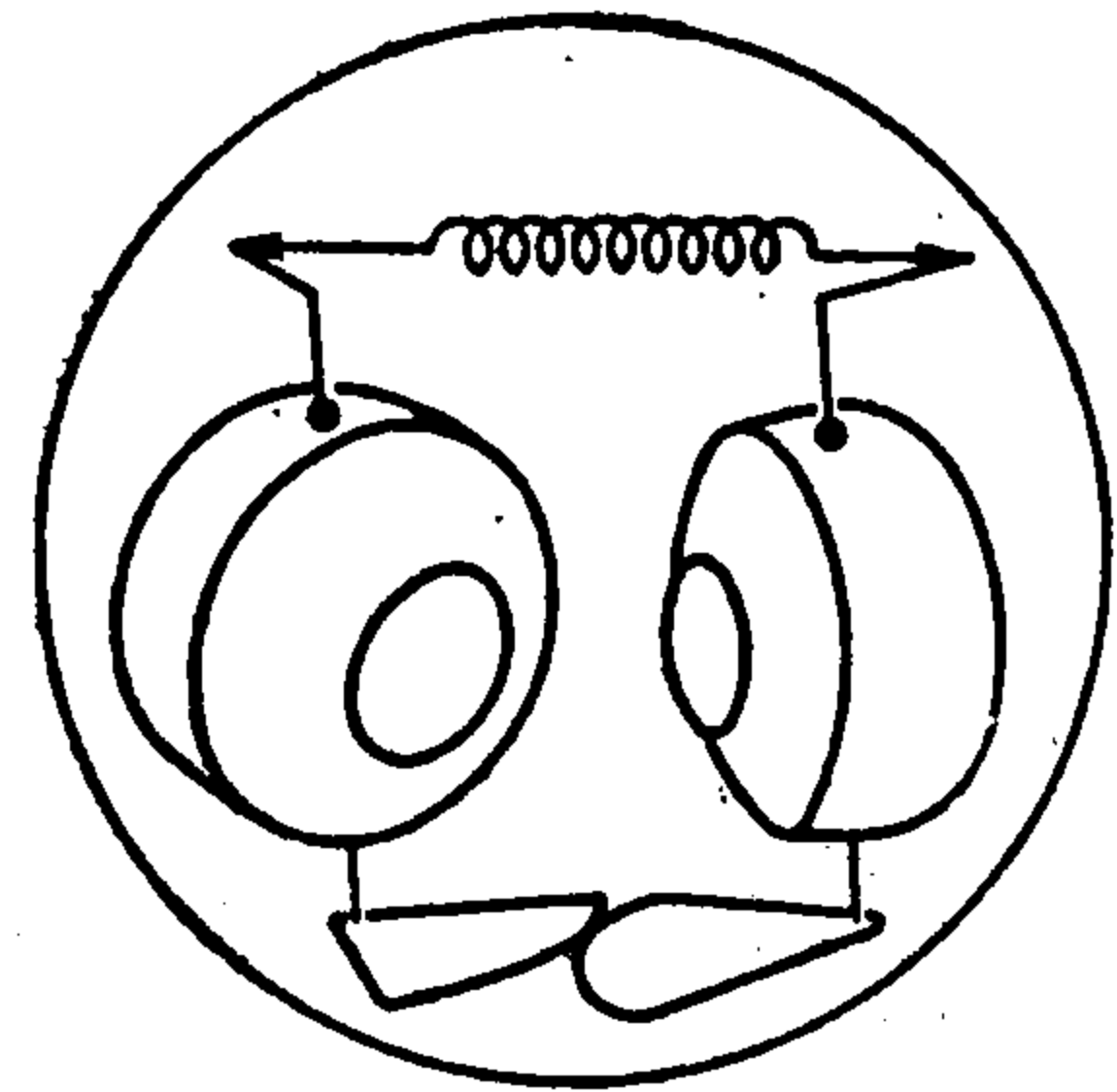
$$H \cdot r = 0$$

(2) Угловая скорость компасного трехгранника в инерциальном пространстве вокруг суммарного кинетического момента определяется лишь внутренними связями и выражается формулой

$$\omega_0 = \frac{H}{amR} \quad (R \text{ — радиус Земли})$$

1. Система уравнений, описывающая поведение идеального компаса, имеет вид (1.1)

$$\dot{H} = amR r \times \left(\ddot{r}_1 + \frac{g}{R} r_1 \right), \quad \dot{r} = \omega \times r, \quad \omega = \frac{H \times \dot{H}}{H^2} + \frac{H}{amR}$$



Фиг. 1

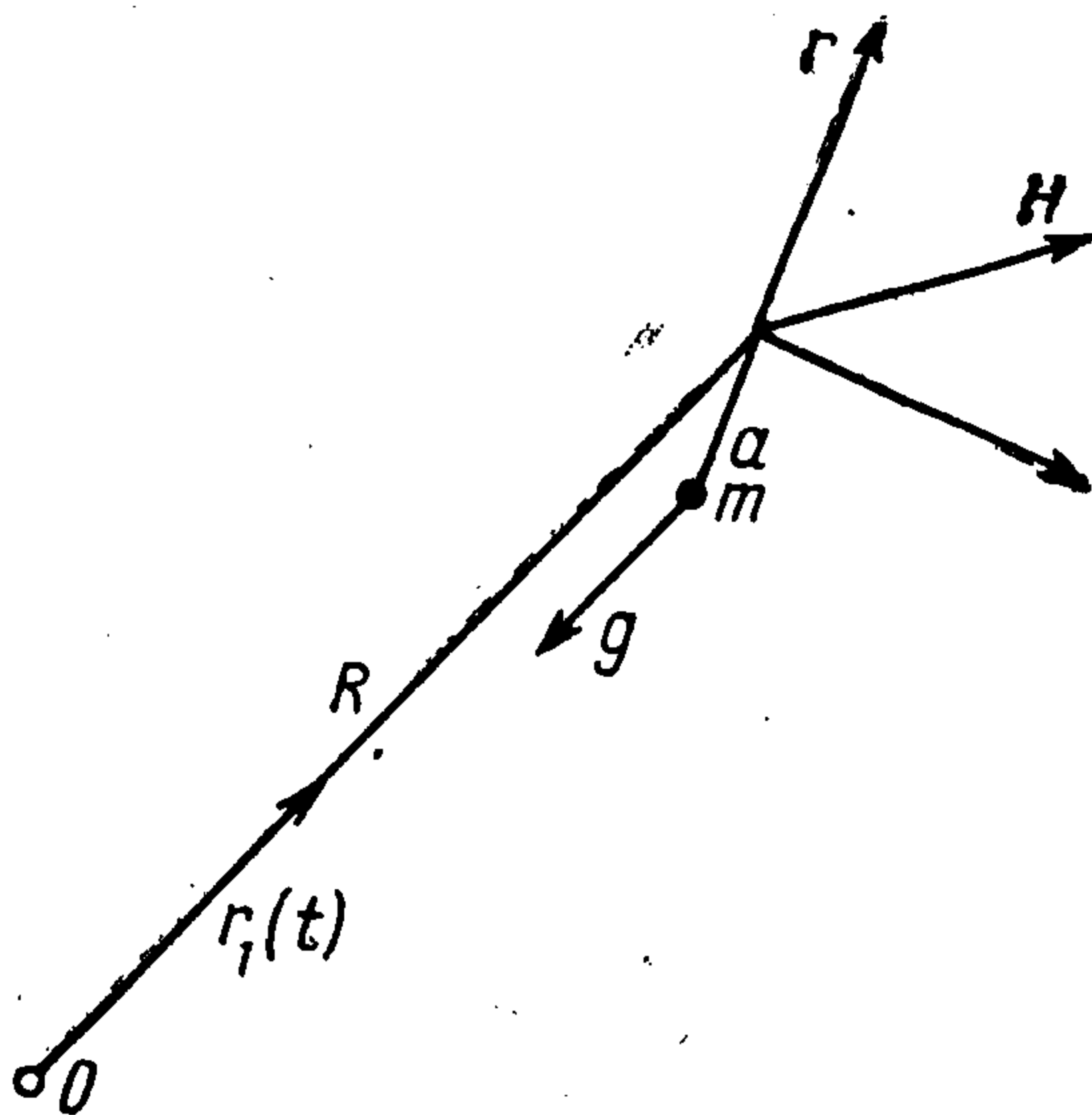
Точкой обозначено дифференцирование в инерциальном пространстве. Правая часть первого уравнения представляет собой момент относительно точки опоры (фиг. 2) суммарной силы $-mgr_1 - mR\ddot{r}_1$, действующей на плече $-ar$. Вектор угловой скорости вращения компасного трехгранника, обозначенный ω , с точностью до составляющей вдоль H кинематически определяется движением самого H , величина же составляющей вдоль H оговаривается условием (2), вопрос о реализации которого будет рассмотрен ниже. Исключая ω из системы (1.1), получаем

$$\dot{H} = amR r \times \left(\ddot{r}_1 + \frac{g}{R} r_1 \right), \quad \dot{r} = \frac{H \times r}{amR} \quad (1.2)$$

Согласно второму уравнению (1.2)

$$H = amR r \times \dot{r} \quad (1.3)$$

После исключения H в предположении, что $amR = \text{const}$, система принимает вид [2]:



Фиг. 2

или

$$r \times \ddot{r} = r \times \left(\ddot{r}_1 + \frac{g}{R} r_1 \right)$$

$$\ddot{r} + \alpha r = \ddot{r}_1 + \frac{g}{R} r_1 \quad (1.4)$$

Величина α в (1.4) характеризует реакцию связи $r = 1$. При начальных условиях

$$r(0) = r_1(0), \quad \dot{r}(0) = \dot{r}_1(0) \quad (1.5)$$

частным решением системы (1.4) будет

$$r = r_1(t) \quad (1.6)$$

Ориентация компасного трехгранника в этом случае определяется лишь положением и скоростью основания, что и позволяет использовать прибор в качестве навигационного средства.

Отметим, что всеми свойствами идеального компаса может обладать компас с произвольно переменной метацентрической высотой $a(t)$, если к нему приложить добавочный момент

$$M^* = \frac{\dot{a}}{a} H$$

оставив в силе условия (1) и (2). Проведенные выше преобразования и в этом случае приводят к уравнениям (1.4).

2. Возможность и пути реализации условия (1) очевидны. Рассмотрим условие (2). Суммарный кинетический момент \mathbf{H} создается двумя гироскопами с собственными кинетическими моментами \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2 . Взаимодействие гироскопов сводится к наложению на первый гироскоп некоторого момента \mathbf{N}_1 и на второй момента \mathbf{N}_2 . Моменты \mathbf{N}_1 , \mathbf{N}_2 равны, противоположно направлены и перпендикулярны к обоим кинетическим моментам \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2 , поэтому можно записать

$$\mathbf{N}_1 = -N \frac{\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2}{|\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2|}, \quad \mathbf{N}_2 = N \frac{\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2}{|\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2|} \quad (2.1)$$

Действие \mathbf{N}_1 и \mathbf{N}_2 приводит к вращению плоскости кинетических моментов $\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2$ относительно инерциального пространства с некоторой угловой скоростью ω_1 , такой, что

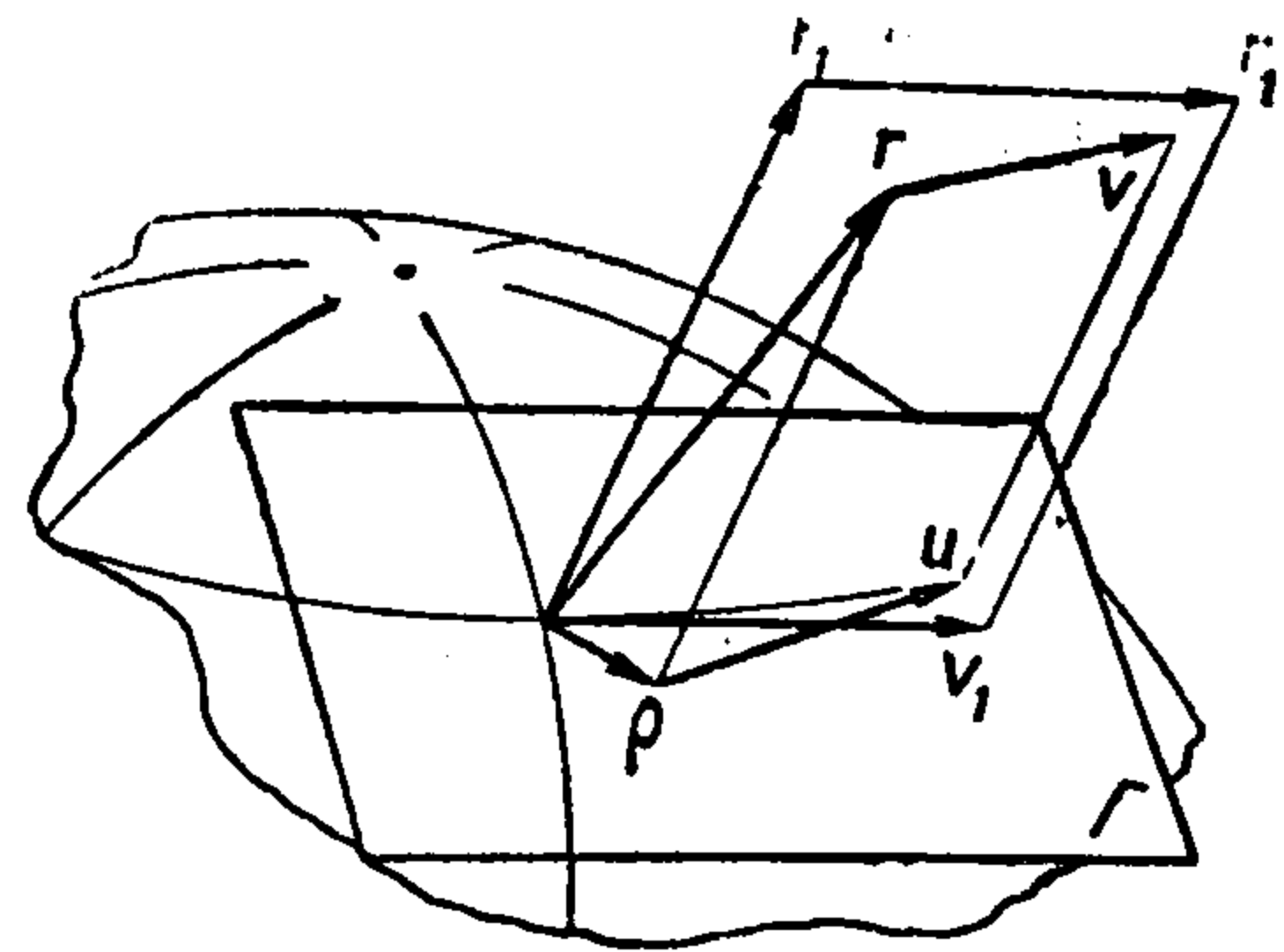
$$\omega_1 \times \mathbf{B}_1 = \mathbf{N}_1, \quad \omega_1 \times \mathbf{B}_2 = \mathbf{N}_2 \quad (2.2)$$

Учитывая (2.1), из (2.2) можно найти

$$\omega_1 = \frac{N}{|\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2|} (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2) = \frac{N}{|\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2|} \mathbf{H} \quad (2.3)$$

Если плоскость кинетических моментов не меняет своего положения в компасном трехграннике, то $\omega_0 = \omega_1$ и условие (2) сводится к требованию [1]

$$N = \frac{|\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2|}{amR}, \quad \text{или} \quad N = \frac{B_1 B_2}{amR} \sin 2\varepsilon \quad (2.4)$$



Фиг. 3

Отметим, что, если V — потенциальная энергия системы — меняется с изменением угла 2ε между гироскопами, то $N(\varepsilon) = -\partial V / \partial (2\varepsilon)$ и по (2.3)

$$\omega_1 = -\frac{\partial V}{\partial (2\varepsilon)} \frac{\mathbf{H}}{|\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2|} = \frac{\partial V}{\partial H} \frac{\mathbf{H}}{H} \quad (2.5)$$

Формула (2.5) позволяет учесть как действие внутренней упругой связи, так и влияние внешних сил.

Согласно (2.4) условие (2) требует введения лишь упругой связи, однако для съема компасного севера между гироскопами вводится еще секторная или антипараллелограммная связь. В этом случае вполне определенная ось оболочки всегда реализует биссектрису кинетических моментов и может быть принята за компасный север. Необходимость в секторной связи отпадет, если при соблюдении условий (1) и (2) удастся иным способом снять направление \mathbf{H} .

3. Для преобразования уравнений компаса введем новую переменную — вектор

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{H} \times \mathbf{r}}{amR} \quad (3.1)$$

направленный вдоль восточной оси компаса. Исключая при помощи (3.1) \mathbf{H} из системы (1.2) и используя уравнение связи $r = 1$ для вычисления ее реакции, получаем

$$\dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 - \mathbf{r} \left[v^2 - \mathbf{r} \cdot \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) \right], \quad \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \quad (3.2)$$

Систему (3.2) спроектируем на горизонтальную плоскость Γ , перпендикулярную \mathbf{r}_1 (фиг. 3). Если обозначить проекции векторов \mathbf{r} , \mathbf{v} , \mathbf{r}_1 на плоскость Γ соответственно ρ , \mathbf{u} , \mathbf{v}_1 , то

$$\mathbf{r} = \rho + k\mathbf{r}_1, \quad \mathbf{v} = \mathbf{u} + \theta\mathbf{r}_1, \quad \dot{\mathbf{r}}_1 = \mathbf{v}_1 \quad \left(k = \sqrt{1 - \rho^2}, \theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \rho}{k} \right) \quad (3.3)$$

В плоскости Γ введем систему координат, не вращающуюся вокруг \mathbf{r}_1 . Если дифференцирование в такой системе обозначить d/dt , то

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\rho}{dt} + k\mathbf{v}_1 + \mathbf{r}_1(k - \mathbf{v}_1 \cdot \rho), \quad \ddot{\mathbf{r}}_1 = \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} - \mathbf{r}_1 v_1^2, \quad \dot{\mathbf{v}} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \theta\mathbf{v}_1 + \mathbf{r}_1(\dot{\theta} - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{u})$$

Подставляя (3.3) и (3.4) в (3.2), получаем

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + k\mathbf{v}_1 + \mathbf{r}_1(k - \mathbf{v}_1 \cdot \rho) &= \mathbf{u} + \theta\mathbf{r}_1 \\ \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \theta\mathbf{v}_1 + \mathbf{r}_1(\dot{\theta} - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{u}) &= \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} - \mathbf{r}_1 v_1^2 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 - \\ &- (\rho + k\mathbf{r}_1) \left[k \frac{g}{R} + \rho \cdot \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} - k_1 v_1^2 + v^2 \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Проекция на плоскость Г

$$\frac{d\rho}{dt} + k\mathbf{v}_1 = \mathbf{u}, \quad \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \theta\mathbf{v}_1 = \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} - \rho \left[k \frac{g}{R} + \rho \cdot \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} - k v_1^2 + v^2 \right] \quad (3.6)$$

Вектор ρ непосредственно дает отклонение компасной вертикали от истинной. Угол между векторами \mathbf{u} и \mathbf{v}_1 характеризует отворот компасного трехгранника в азимуте от своего невозмущенного положения. Если пренебречь вертикальной составляющей центробежной силы Земли $\theta\mathbf{v}_1$, то линейная часть системы (3.6) будет

$$\frac{d\rho}{dt} = \mathbf{u} - \mathbf{v}_1, \quad \frac{d\mathbf{u}}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} = - \frac{g}{R} \rho \quad (3.7)$$

Исключая ρ и обозначая $\mathbf{u} - \mathbf{v}_1 = \mathbf{w}$, из (3.7) получаем [3]

$$\frac{d^2\mathbf{w}}{dt^2} + \frac{g}{R} \mathbf{w} = 0 \quad (3.8)$$

Согласно (3.8) вектор \mathbf{w} в общем случае описывает эллипс с частотой Шуле, равной $\sqrt{g/R}$. Азимутальное же отклонение, как угол между векторами \mathbf{v}_1 и $\mathbf{v}_1 + \mathbf{w}$, зависит и от \mathbf{v}_1 , определяемого местом и маневром основания. При стоянке вектор \mathbf{v}_1 поворачивается в плоскости Г со скоростью $U \sin \varphi$ (вертикальная составляющая угловой скорости вращения Земли), благодаря чему в азимутальных колебаниях компаса наблюдаются пульсации с периодом порядка суток $2\pi / U \sin \varphi$. Амплитуда азимутальных колебаний максимальна (пучность пульсаций), когда вектор \mathbf{v}_1 перпендикулярен к большей оси эллипса колебаний \mathbf{w} , и минимальна (узел), когда \mathbf{v}_1 направлен вдоль нее.

4. Действие любых возмущений так или иначе можно свести к некоторому внешнему M^* и к искажению угловой скорости компасного трехгранника вокруг кинетического момента $-\Delta$. Момент M^* можно представить в виде

$$M^* = amR (\mathbf{r} \times \mathbf{F} + \mathbf{r} M_z) \quad (\mathbf{r} \cdot \mathbf{F} = 0)$$

Система уравнений компаса, аналогичная (1.1), принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}} &= amR \mathbf{r} \times \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) + amR \mathbf{r} \times \mathbf{F} + \mathbf{r} amR M_z \\ \dot{\mathbf{r}} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}, \quad \boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{H} \times \dot{\mathbf{H}}}{H^2} + \frac{\mathbf{H}}{amR} + \frac{\mathbf{H}}{H} \Delta \end{aligned} \quad (4.1)$$

После исключения $\boldsymbol{\omega}$ и введения переменной \mathbf{v} по формуле (3.1) получаем систему, аналогичную (3.2)

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}} &= \ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 + \mathbf{F} - \mathbf{r} \left[\left(1 + \frac{\Delta}{v} \right) v^2 + \mathbf{r} \cdot \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 + \mathbf{F} \right) \right] \\ \dot{\mathbf{r}} &= \left(1 + \frac{\Delta}{v} \right) \mathbf{v} - M_z \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}}{v^2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Воспользовавшись непосредственно соотношениями (3.3) и (3.4), можно выписать проекцию системы (4.2) на плоскость Г

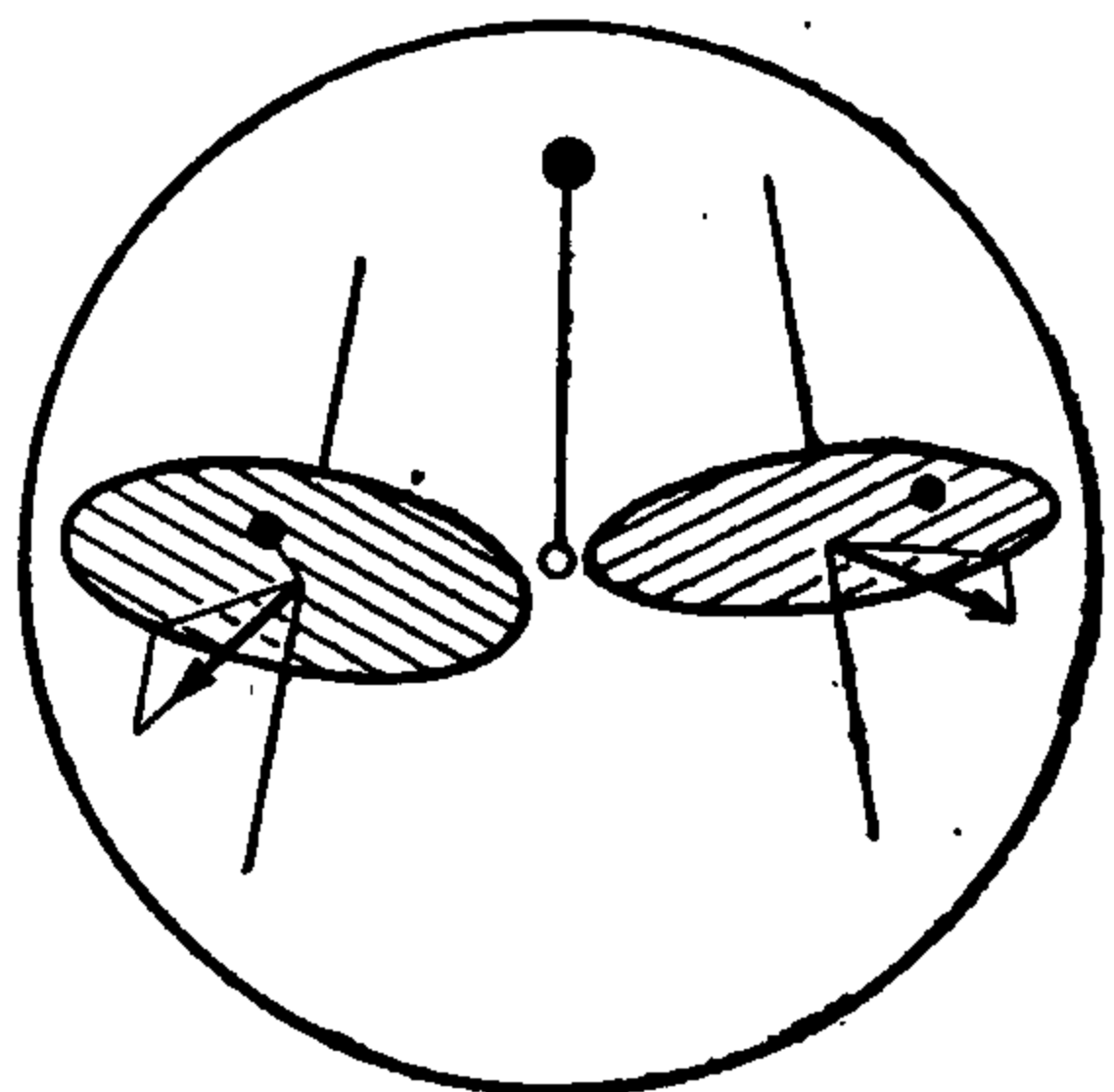
$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= \mathbf{u} - k\mathbf{v}_1 + \frac{\Delta}{v} \mathbf{u} - \frac{M_z}{v^2} \mathbf{r}_1 \times (k\mathbf{u} + \theta\rho) \\ \frac{d\mathbf{u}}{dt} &= \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} - \rho \left[k \frac{g}{R} - k v_1^2 + \left(1 + \frac{\Delta}{v} \right) v^2 + \rho \cdot \left(\frac{d\mathbf{v}_1}{dt} + \mathbf{F} \right) \right] + \mathbf{F} - \theta\mathbf{v}_1 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Если считать, что возмущение Δ имеет порядок v и пренебречь вертикальной составляющей центробежной силы Земли, то после отбрасывания членов заведомо

второго порядка малости система (4.3) принимает вид

$$\frac{d\rho}{dt} = \mathbf{u} - \mathbf{v}_1 + \frac{\mathbf{u}}{u} \Delta - \frac{M_z}{u} \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{u}}{u}, \quad \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} - \frac{g}{R} \rho + \mathbf{F} \quad (4.4)$$

5. Рассмотрим компас (фиг. 4), у которого оси вращения кожухов не параллельны между собой и произвольно ориентированы относительно линии маятниковости, центр тяжести каждого гироскопа смещен с оси вращения кожуха и кинетические моменты гироскопов не перпендикулярны к осям вращения своих кожухов. В этом случае отсутствует простая связь между направлением компасной вертикали \mathbf{r} и кинетическими моментами \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2 , поэтому целесообразно ввести в рассмотрение два трехгранника:



Фиг. 4

$$\left\{ \frac{\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2}{|\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2|}, \frac{\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2}{|\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2|}, \frac{(\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2) \times (\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2)}{|\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2| |\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2|} \right\}$$

и компасный

$$\left\{ \frac{\mathbf{H}}{H}, \mathbf{r}, \frac{\mathbf{H} \times \mathbf{r}}{H} \right\}$$

где \mathbf{H} — составляющая вектора $\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$, перпендикулярная к \mathbf{r} . Введем обозначение $\mathbf{H}_1 = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$, тогда

$$\mathbf{H} = \mathbf{r} \times (\mathbf{H}_1 \times \mathbf{r}), \quad \mathbf{H}_1 = \mathbf{H} + \mathbf{r} (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r})$$

Вследствие перекосов и дебалансов ориентация компасной вертикали \mathbf{r} и положение центра тяжести — $a\mathbf{r}$ относительно базового трехгранника оказываются зависящими от угла разведения гироскопов, т. е. от H_1 . При изменении H_1 вектор \mathbf{r} перемещается в базовом трехграннике со скоростью $(\partial \mathbf{r} / \partial H_1) (dH_1 / dt)$, благодаря чему уравнения компаса, аналогичные (1.1) принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}_1 &= amR \mathbf{r} \times \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right), \quad \dot{\mathbf{r}} = \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial H_1} \frac{dH_1}{dt} \\ \boldsymbol{\omega}_1 &= \frac{\mathbf{H}_1 \times \dot{\mathbf{H}}_1}{H_1^2} + \frac{\mathbf{H}_1}{amR} - \frac{\mathbf{H}_1}{H_1} mR \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) \cdot \frac{\partial (a\mathbf{r})}{\partial H_1} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}_1$ — вектор угловой скорости вращения базового трехгранника. Последнее слагаемое правой части третьего уравнения связано с тем, что при изменении H_1 работу совершают не только внутренние силы (см. 2), но и внешняя сила — $m\ddot{\mathbf{R}}\mathbf{r}_1 - mg\mathbf{r}_1$ на перемещении центра тяжести $(-\partial (a\mathbf{r}) / \partial H_1) (dH_1 / dt)$. Переходя в (5.1) к векторам компасного трехгранника, получаем

$$\dot{\mathbf{H}} = amR \mathbf{r} \times \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) - \frac{d}{dt} [\mathbf{r} (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r})], \quad \dot{\mathbf{r}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}, \quad \boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{H} \times \dot{\mathbf{H}}}{H^2} + \boldsymbol{\omega}_H \frac{\mathbf{H}}{H} \quad (5.2)$$

Выражение для проекции угловой скорости компасного трехгранника на направление кинетического момента получим, используя (5.1), по формуле

$$\boldsymbol{\omega}_H = (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot \frac{\mathbf{H}}{H} \quad (5.3)$$

Вычисления дают

$$\boldsymbol{\omega}_H = \frac{\mathbf{H}}{amR} - \frac{\mathbf{H}}{H_1} mR \frac{\partial a}{\partial H_1} \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) \cdot \mathbf{r} - \frac{amR}{H_1} \frac{\partial (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r})}{\partial H_1} \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) \cdot \frac{\mathbf{H}}{H} \quad (5.4)$$

После подстановки (5.4) и преобразования правой части первого уравнения система (5.2) приводится к виду, аналогичному (4.1),

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}} &= amR \mathbf{r} \times \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) - \mathbf{r} \frac{amR}{H_1} \frac{\partial (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r})}{\partial H_1} \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) \cdot (\mathbf{H} \times \mathbf{r}) + \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega} (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r}) \\ \dot{\mathbf{r}} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathbf{H} \times \dot{\mathbf{H}}}{H^2} + \frac{\mathbf{H}}{amR} - \frac{\mathbf{H}}{H_1} mR \frac{\partial a}{\partial H_1} \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) \cdot \mathbf{r} - \frac{\mathbf{H}}{H} \frac{amR}{H_1} \frac{\partial (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r})}{\partial H_1} \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) \cdot \frac{\mathbf{H}}{H}$$

Легко заметить, что возмущения, [которыми система (5.5) отличается от (4.1), обращаются в нуль при выполнении условий

$$a = \text{const}, \quad \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r} = 0 \quad (5.6)$$

Согласно (5.6) постоянный восточный дебаланс, а также разворот осей вращения кожухов вокруг восточной оси в разные стороны на равные углы, приводящий к переменному восточному дебалансу, не создают возмущений.

6. Имея в виду приближенную постановку, сравнив (5.5) с (4.1), [можно считать

$$\Delta = -\frac{amR}{H_1} \frac{\partial (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r})}{\partial H_1} \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{\partial}{R} \mathbf{r}_1 \right) \cdot \frac{\mathbf{H}}{H}, \quad \mathbf{F} = 0$$

$$M_z = -\frac{1}{H_1} \frac{\partial (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r})}{\partial H_1} \left(\ddot{\mathbf{r}}_1 + \frac{g}{R} \mathbf{r}_1 \right) \cdot (\mathbf{H} \times \mathbf{r}) \quad (6.1)$$

Переходя в (6.1) к переменным системы (4.4) и сохраняя линейные члены, получаем

$$\Delta = -\delta \frac{1}{u} \left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{g}{R} \rho \right) \cdot \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{u}}{u}, \quad \mathbf{F} = 0, \quad M_z = -\delta \left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{g}{R} \rho \right) \cdot \frac{\mathbf{u}}{u} \quad (6.2)$$

Здесь введено обозначение для обобщенного угла дебаланса

$$\delta = \frac{\partial (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{r})}{\partial H_1} \quad (6.3)$$

С учетом (6.2) система (4.4) принимает вид

$$\frac{d\rho}{dt} = u - v_1 + \delta \frac{1}{u} \mathbf{r}_1 \times \frac{d\mathbf{u}}{dt}, \quad \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{dv_1}{dt} - \frac{g}{R} \rho \quad (6.4)$$

Исключая ρ и используя переменную w (3.8), получим

$$\frac{d^2 w}{dt^2} + \frac{g}{R} w + \frac{\delta}{u} \mathbf{r}_1 \times \frac{dw}{dt} = -\frac{\delta}{u} \mathbf{r}_1 \times \frac{dv_1}{dt} \quad (6.5)$$

Согласно (6.5) при свободных колебаниях ($dv_1/dt \approx 0$) вектор w описывает эллипс, вращающийся в плоскости Γ с угловой скоростью

$$\Omega = -\frac{\delta}{2u} \frac{g}{R}$$

Частота пульсаций азимутальных колебаний равна разности угловых скоростей географических осей и осей эллипса, что соответствует периоду пульсации

$$T = \frac{2\pi}{\left| U \sin \varphi + \frac{\delta}{2u} \frac{g}{R} \right|}, \quad \text{или в часах} \quad T = \frac{24}{\left| \sin \varphi + \frac{144}{\cos \varphi} \delta \right|} \quad (6.6)$$

После короткого маневра, изменившего абсолютную скорость v_1 на Δv , состояние прежде невозмущенного компаса характеризуется согласно (6.4) следующими значениями координат:

$$\rho = \frac{\delta}{u} \mathbf{r}_1 \times \Delta v, \quad \mathbf{u} = v_1$$

Соответствующий азимутальный уход в пучности пульсаций выражается формулой

$$\Delta \alpha_m = \frac{17}{\cos \varphi} \delta \frac{\Delta v}{v_1} \quad (6.7)$$

Поступила 16 IV 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Ишлинский А. Ю. К теории гироскопического компаса. ПММ, 1956, т. XX вып. 4.
2. Вауерсфельд В. Die Bewegungsgesetze des Raumkompasses. Ingenieur — Archiv, 1960, в. XXVII, н 6.
3. Кошляков В. Н. О проводимости уравнений движения гироскопического компаса. ПММ; 1961, т. XXV, вып. 5.