Полагая в (4.20) радиус $r_0 = 0$, получим волновое сопротивление вихря

$$R = \frac{\rho\Gamma^2}{\pi}\int_0^\infty e^{-2kh}\sqrt{gk}\,dk\int_0^t \sin\left(k\int_\tau^t v\,d\tau\right)\sin\sqrt{gk}\,(t-\tau)\,d\tau \tag{4.22}$$

В заключение пользуюсь возможностью поблагодарить Л. Н. Сретенского за советы, данные им при просмотре работы.

Поступила 7 V 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Сретенский Л. Н. К теории волнового сопротивления. Тр. ЦАГИ, 1939, вып. № 458.
2. Havelock T. X. The Wave Resistance of Cylindrical Body, moved from Statical. Quart. J. Mech. and Appl. Math. vol. 2.
3. Чаплыгин С. А. Собрание сочинений. Т. II, Гостехиздат, 1948.
4. Кочин Н. Е. О волновом сопротивлении и подъемной силе погруженных в жидкость тел. Собр. соч., т. II, АН СССР, 1949.

О НЕКОТОРЫХ НИЗКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЖИДКОГО СЛОЯ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

П. В. Крауклис (Ленинград)

Известно, что жидкий слой, расположенный между упругими полупространствами, скорость поперечных волн в которых больше скорости звука в слое, является волноводом [1]. В этом случае волноводный характер распространения связан с интерференцией волн в слое при углах больших предельного. Более детальное изучение процессов, происходящих в рассматриваемой системе, показывает, что в последней при любых соотношениях между параметрами сред существует еще один тип медленнозатухающих с расстоянием колебаний, низкочастотная часть которых имеет малую скорость распространения [2]. Ниже изучаются некоторые основные особенности этих колебаний.

1. Пусть в цилиндрической системе координат (r, θ, z) жидкий слой *1*, определенный условием $0 \leqslant z \leqslant h$, разделяет упругое полупространство *0*, для которого $z < 0$ от полупространства *2*, для которого $z > h$. Каждая из сред характеризуется соответственно продольными a_i^{-1} $(i = 0, 1, 2)$ и поперечными b_i^{-1} $(i = 0, 2)$ скоростями распространения и плотностями ρ_i $(i = 0, 1, 2)$, связанными с постоянными Ламе:

$$a_i^2 = \frac{\rho_i}{\lambda_i + 2\mu_i}, \qquad b_i^2 = \frac{\rho_i}{\mu_i} \tag{1.1}$$

В точке среды с координатами $(0, 0, -H)$ находится источник типа центра расширения, зависимость от времени которого выражается единичной функцией. Источник возбуждает в среде *0* поле смещений, характеризуемое потенциалом

$$\varphi_0^\circ = \int_0^\infty \frac{I_0(kr)}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} X_0^\circ(k, \eta)\exp\left[k\left(\frac{t}{b_0}\eta \pm (z+H)\alpha_0\right)\right]d\eta \tag{1.2}$$

Здесь

$$X_0^\circ = \frac{1}{4\pi(\lambda_0 + 2\mu_0)\eta\chi_0}, \qquad \alpha_0 = \sqrt{1 + \gamma_0^2\eta^2}, \qquad \gamma_0 = \frac{a_0}{b_0} \tag{1.3}$$

При этом на плоскости η проводятся разрезы от точек $\pm i/\gamma_0$ в левую полуплоскость, а ветвь радикала фиксируется условием $\arg \alpha_0 = 0$ при $\eta > 0$. В формуле (1.2) знак плюс берется при $z < -H$, а знак минус при $z > -H$.

Обозначим через $\varphi_0, \psi_0, \varphi_2, \psi_2$ продольный и поперечный потенциалы дополнительных полей упругих смещений в полупространствах *0* и *2*, а через φ_1 потенциал поля смещений в жидком слое *1*. Потенциалы должны удовлетворять уравнениям

$$\frac{\partial^2\varphi_\nu}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_\nu}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi_\nu}{\partial z^2} = a_\nu^2\frac{\partial^2\varphi_\nu}{\partial t^2} \qquad (\nu = 0, 2) \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial^2\psi_\nu}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_\nu}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi_\nu}{\partial z^2} - \frac{\psi_\nu}{r^2} = b_\nu^2\frac{\partial^2\psi_\nu}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z^2} = a_1^2\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial t^2}$$

нулевым начальным данным

$$\varphi_1=\varphi_2=\varphi_0=\psi_0=\psi_2=0,\qquad \frac{\partial\varphi_1}{\partial t}=\frac{\partial\varphi_2}{\partial t}=\frac{\partial\varphi_0}{\partial t}=\frac{\partial\psi_0}{\partial t}=\frac{\partial\psi_2}{\partial t}=0\qquad (t\leqslant 0)\tag{1.5}$$

граничным условиям

$$\begin{gathered}
\frac{\partial\varphi_0}{\partial z}+\frac{\partial\psi_0}{\partial r}+\frac{\psi_0}{r}=\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\\
\mu_0\left[(b_0^2-2a_0^2)\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial t^2}+2\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial z^2}+2\frac{\partial^2\psi_0}{\partial r\,\partial z}+\frac{2}{r}\frac{\partial\psi_0}{\partial z}\right]=\rho_1\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2}\quad \text{при } z=0\\
\mu_0\left[2\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\,\partial z}+b_0^2\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-2\frac{\partial^2\psi_0}{\partial z^2}\right]=0\\
\frac{\partial\varphi_2}{\partial z}+\frac{\partial\psi_2}{\partial r}+\frac{\psi_2}{r}=\frac{\partial\varphi_2}{\partial z}\\
\mu_2\left[(b_2^2-2a_2^2)\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial z^2}+2\frac{\partial^2\psi_2}{\partial r\,\partial z}+\frac{2}{r}\frac{\partial\psi_2}{\partial z}\right]=\rho_1\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2}\quad \text{при } z=h\\
\mu_2\left[2\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\,\partial z}+b_2^2\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-2\frac{\partial^2\psi_2}{\partial z^2}\right]=0
\end{gathered}\tag{1.6}$$

обеспечивающим непрерывность вертикальных составляющих векторов смешений, t_{zz} векторов напряжений и равенство нулю касательных напряжений.

Решение указанной задачи представляется без труда в виде

$$\begin{gathered}
\varphi_0=\int_0^\infty\frac{I_0(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}X_0\exp\left[k\left(\frac{t}{b_0}\eta+z\alpha_0\right)\right]d\eta\\
\psi_0=\int_0^\infty\frac{I_1(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}Y_0\exp\left[k\left(\frac{t}{b_0}\eta+z\beta_0\right)\right]d\eta\\
\varphi_1=\int_0^\infty\frac{I_0(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}[X_1^-\operatorname{sh}kz\alpha_1+X_1^+\operatorname{ch}kz\alpha_1]\exp\frac{kt\eta}{b_0}\,d\eta\\
\varphi_2=\int_0^\infty\frac{I_0(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}X_2\exp\left[k\left(\frac{t}{b_0}\eta-(z-h)\alpha_2\right)\right]d\eta\\
\psi_2=\int_0^\infty\frac{I_1(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}Y_2\exp\left[k\left(\frac{t}{b_0}\eta-(z-h)\beta_2\right)\right]
\end{gathered}\tag{1.7}$$

Здесь

$$\alpha_\nu=\sqrt{1+\gamma_\nu^2\eta^2}\quad(\nu=0,1,2),\qquad \beta_0=\sqrt{1+\eta^2},\qquad \beta_2=\sqrt{1+\delta_2^2\eta^2}$$

$$\gamma_i=\frac{a_i}{b_0},\qquad \delta_2=\frac{b_2}{b_0}$$

При этом ветви радикалов определяются условиями $\arg\alpha_i=0$, $\arg\beta_i=0$ при $\eta>0$, а разрезы от точек ветвления радикалов проводятся в левую полуплоскость параллельно вещественной оси. Функции X_i, Y_i определяются из граничных условий (1.6). Ограничимся вначале случаем полупространств с одинаковыми параметрами, что не нарушает общности рассуждений, но позволяет упростить вычисления; для системы с разными полупространствами приводятся окончательные результаты.

2. Если упругие свойства полупространств совпадают, т. е. $a_0=a_2$, $b_0=b_2$, $\rho_0=\rho_2$, то для подынтегральных функций из (1.7) можно написать выражения:

$$\begin{gathered}
X_0=\frac{1}{2}\left(\frac{L_3}{L_1}+\frac{L_4}{L_2}\right)e^{-kH\alpha_0}X_0^\circ,\qquad X_2^-=-\alpha_0 g\eta^2\left(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}\right)e^{-kH\alpha_0}X_0^\circ\\
Y_0=\frac{1}{2}\left(\frac{L_5}{L_1}+\frac{L_6}{L_2}\right)e^{-kH\alpha_0}X_0^\circ,\quad X_1^-=\alpha_0 g\eta^2\left(\frac{1}{L_1}\operatorname{th}\frac{kh\alpha_1}{2}+\frac{1}{L_2}\operatorname{cth}\frac{kh\alpha_1}{2}\right)e^{-kH\alpha_0}X_0^\circ\\
X_2=\frac{1}{2}\left(\frac{L_7}{L_1}+\frac{L_8}{L_2}\right)e^{-kH\alpha_0}X_0^\circ,\qquad Y_2=\frac{1}{2}\left(\frac{L_9}{L_1}+\frac{L_{10}}{L_2}\right)e^{-kH\alpha_0}X_0^\circ
\end{gathered}$$

$$L_1=\alpha_1R_0+p_{10}\varkappa_0\eta^4\ \mathrm{th}\frac{kh\alpha_1}{2},\qquad L_2=\alpha_1R_0+p_{10}\varkappa_0\eta^4\ \mathrm{cth}\frac{kh\alpha_1}{2}$$

$$L_3=p_{10}\varkappa_0\eta^2\ \mathrm{th}\frac{kh\alpha_1}{2}-\alpha_1T_0,\qquad L_4=p_{10}\varkappa_0\eta^4\ \mathrm{cth}\frac{kh\alpha_1}{2}-\alpha_1T_0$$

$$L_5=4\alpha_0\alpha_1g,\quad L_6=-4\alpha_0\alpha_1g,\quad L_7=-L_3,\quad L_8=L_3,\quad L_9=L_5,\quad L_{10}=-L_5$$

$$R_0=(2+\eta^2)^2-4\alpha_0\beta_0,\qquad T=(2+\eta^2)^2+4\alpha_0\beta_0,\qquad g=2+\eta^2$$

$$p_{10}=\frac{\rho_1}{\rho_0},\qquad \gamma_1=\frac{a_1}{b_0},\qquad \gamma_0=\frac{a_0}{b_0}\tag{2.1}$$

Заметим, что если в формулах (2.1) отбросить слагаемые, содержащие L_1, то получится симметричная относительно плоскости $z={}^1/_2h$ часть волнового поля, если же отбросить слагаемые, содержашие L_2 — останется антисимметричная часть.

Этим целесообразно пользоваться при исследовании решения. Составляющие векторов смещений в каждой из сред можно получить из (1.7), если воспользоваться равенствами

$$q_\nu=\frac{\partial\varphi_\nu}{\partial r}-\frac{\partial\psi_\nu}{\partial z},\qquad w_\nu=\frac{\partial\varphi_\nu}{\partial z}+\frac{\partial\psi_\nu}{\partial r}+\frac{\psi_\nu}{r}\tag{2.2}$$

Из равенств (1.7), (2.1) и (2.2) вертикальная w_1 и горизонтальная q_1, составляющие вектора смещений в жидком слое представятся следующей суммой симметричной (q_s, w_s) и антисимметричной (q_a, w_a), частей волнового поля

$$q_1\equiv q_s+q_a=\int_0^\infty\frac{kI_1(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}Q_{1s}X_0^\circ\exp\left(k\frac{t}{b_0}\eta-kH\alpha_0\right)d\eta+$$
$$+\int_0^\infty\frac{kI_1(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}Q_{1a}X_0^\circ\exp\left(k\frac{t}{b_0}\eta-kH\alpha_0\right)d\eta\tag{2.3}$$

$$w_1\equiv w_s+w_a=\int_0^\infty\frac{kI_0(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}W_{1s}X_0^\circ\exp\left(k\frac{t}{b_0}\eta-kH\alpha_0\right)d\eta+$$
$$+\int_0^\infty\frac{kI_0(kr)\,dk}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}W_{1a}X_0^\circ\exp\left(k\frac{t}{b_0}\eta-kH\alpha_0\right)d\eta\tag{2.4}$$

$$Q_{1s}=-\frac{\alpha_0g\eta^2}{L_2\,\mathrm{sh}\,kh\varkappa_1/2}\,\mathrm{ch}\left[k\varkappa_1\left(z-\frac{h}{2}\right)\right],\qquad Q_{1a}=\frac{\alpha_0g\eta^2}{L_1\,\mathrm{ch}\,kh\,\alpha_1/2}\,\mathrm{sh}\left[k\varkappa_1\left(z-\frac{h}{2}\right)\right]$$
$$\tag{2.5}$$
$$W_{1s}=\frac{\alpha_0\varkappa_1g\eta^2}{L_2\,\mathrm{sh}\,kh\varkappa_1/2}\,\mathrm{sh}\left[k\varkappa_1\left(z-\frac{h}{2}\right)\right],\qquad W_{1a}=-\frac{\alpha_0g\eta^2}{L_1\,\mathrm{ch}\,kh\varkappa_1/2}\,\mathrm{ch}\left[k\varkappa_1\left(z-\frac{h}{2}\right)\right]$$

Для исследования решений (2.3), (2.4) необходимо знание особенностей подынтегральных функций в (2.5) и в первую очередь корней дисперсионных уравнений

$$L_1(kh,\eta)=0,\qquad L_2(kh,\eta)=0\tag{2.6}$$

3. Уравнение $L_1(kh,\eta)=0$, отвечающее антисимметричным колебаниям, имеет такой же вид, и дисперсионное уравнение, указанное в работе [3] для задачи о колебаниях жидкого слоя, лежащего на упругом полупространстве. Там же было показано, что низкочастотная часть этих колебаний представляется низкочастотной частью интерференционной релеевской волны, фазовые скорости v которой удовлетворяют неравенству $c_2>v>c_0$ (здесь c_2 — скорость волны Релея на свободной поверхности упругого полупространства, c_0 — скорость этой же волны на границе упругого и жидкого полупространств).

Таким образом, в такой системе не существуют низкочастотные волны с малой скоростью распространения, являющиеся предметом нашего обсуждения. Рассмотрим теперь дисперсионное уравнение симметричных колебаний $L_2(kh,\eta)=0$.

Корни этого уравнения целесообразно разбивать на два класса и к первому относить корни, находящиеся при $kh = 0$ на конечном расстоянии от начала координат. Можно показать, что при изучении низкочастотных колебаний слоистых систем достаточно ограничиться рассмотрением только корней первого класса [4]. Умножая левую часть $L_2(kh, \eta) = 0$ на kh и переходя к пределу $kh \to 0$, нетрудно убедиться, что при $kh = 0$ уравнение имеет корень четвертой кратности в начале координат и простые корни в точках $\pm i\gamma_0^{-1}$. С увеличением kh корень в начале координат расщепляется на двойной неподвижный корень и на два простых корня $\eta = \pm iy\ (y > 0)$, удаляющихся по мнимой оси. Приближенное выражение для них, справедливое при малых kh, получается, если разложить функцию $L_2(kh, \eta)$ в ряд по степеням kh и η и ограничиться несколькими первыми членами разложения

$$y = \left\{\frac{4(1-\gamma_0^2)\,kh}{4p_{10} + kh\,[2 + (1-\gamma_0^2)(1-\gamma_0^2 + 4\gamma_1^2)]}\right\}^{1/2} \tag{3.1}$$

С увеличением kh ординаты корней монотонно возрастают и при $kh \to \infty$ стремятся к корням уравнения

$$\alpha_1(g_0^2 - 4\alpha_0\beta_0) + p_{10}\alpha_0\eta^4 = 0 \tag{3.2}$$

Уравнение (3.2) получается при решении задачи о колебаниях границы раздела твердого и жидкого полупространств. Оно имеет на мнимой оси два корня с ординатами $\pm\tau_0$, удовлетворяющими неравенству $\tau_0 < \vartheta$, где ϑ — корень уравнения Релея для свободного упругого полупространства [5].

Как можно видеть из (1.7), ординаты корней с точностью до постоянного множителя определяют фазовую скорость колебаний. Поэтому фазовые скорости v колебаний, отвечающих рассмотренному корню, лежат в диапазоне $0 < v < \tau_0 / b_0$, который и представляет наибольший интерес. Что же касается корней, выходящих из $\pm i\gamma_0^{-1}$, то они уходят либо на второй лист римановой поверхности (если $b_0^{-1} < a_0^{-1} < a_1^{-1}$), либо двигаются влево от мнимой оси в полосе $\gamma_0^{-1} < |\mathrm{Im}\,\eta| < \gamma_0^{-1}$ (если выполняются условия $b_0^{-1} < a_1^{-1} < a_0^{-1}$ или $a_1^{-1} < b_0^{-1} < a_0^{-1}$), что приводит к сильному затуханию колебаний, соответствующих этим корням.

4. При исследовании интегралов (2.3), (2.4) будем деформировать путь интегрирования внутреннего интеграла в левую полуплоскость. При деформации могут быть пересечены разрезы, проведенные от точек ветвления, и полюса подынтегральной функции. В соответствии с этим поле смещений представится суммой, каждое из слагаемых которой описывает поле различной физической природы (головные, отраженные, релеевские и др. волны). Здесь изучается симметричное поле, описываемое интегралом по вычету в корнях уравнения $L_2(kh, \eta) = 0$.

Будем предполагать выполняющимся неравенство $kh \ll 1$ эквивалентное

$$\omega \ll (2a_1h)^{-1} \tag{4.1}$$

Тогда функцию $L_2(kh, \eta)$ можно приближенно представить в следующем виде

$$L_2 = \frac{2\eta^2 p_{01}}{kh}\left[\eta^2 + \frac{1-\gamma_0^2}{p_{01}}\,kh\right] \tag{4.2}$$

Из (4.2) вытекает аномальный характер дисперсии рассматриваемых колебаний. Зависимость фазовой v и групповой u скоростей от частоты при выполнении (4.1) определяется формулами

$$v = \left(\frac{1-\gamma_0^2}{p_{10}b_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}(kh)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1-\gamma_0^2}{p_{10}b_0^2}\right)^{\frac{1}{3}}(\omega h)^{\frac{1}{3}}, \qquad u = \frac{3}{2}\,v \tag{4.3}$$

Интересно вспомнить, что для изгибных колебаний свободного слоя и слоя в жидкости, имеющих тоже аномальную дисперсию, фазовые скорости пропорциональны соответственно $(\omega h)^{1/2}$, $(\omega h)^{3/5}$.

Составляющие вектора смещений симметричных колебаний из (2.3), (2.4) удовлетворяют равенствам

$$q_z = \frac{2}{\pi\sqrt{p_{01}(1-\gamma_0^2)}}\,\mathrm{Re}\int_0^{k_0}\frac{I_1(kr)\,k}{(kh)^{1/2}}\,e^{ikvt - kH}\,X_0^{\circ}\,dk \tag{4.4}$$

$$w_s = -\frac{2}{\pi \sqrt{p_{01}(1-\gamma_0)^2}} \operatorname{Re} \int_0^{k_0} \frac{I_0(kr)\,k^2}{(kh)^{1/2}} e^{ikvt-kH} \left(z - \frac{h}{2}\right) X_0^\circ\, dk \tag{4.5}$$

в которых v определяется из (4.3).

Если упругие свойства полупространств разные, то формулы для векторов смещений и фазовой скорости несколько усложняются и представляются в виде

$$v = (2\sqrt{1-\gamma_0^2 c})^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\omega h}{b_0^2}\right)^{\frac{1}{3}}, \qquad q_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi\sqrt{1-\gamma_0^2}} C^{-\frac{1}{2}} \operatorname{Re} \int_0^{k_0} \frac{J_1(kr)\,k}{(kh)^{1/2}} e^{ikvt-kH} X_0^\circ dk \tag{4.6}$$

$$w_1 = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi\sqrt{1-\gamma_0^2}} c^{-\frac{1}{2}} \operatorname{Re} \int_0^{k_0} \frac{J_0(kr)\,k^2}{(kh)^{1/2}} e^{ikvt-kH} (z - \mathrm{ch})\, X_0^\circ dk \tag{4.7}$$

$$\left(c = \frac{\delta_2^2 - \gamma_2^2}{p_{10}(\delta_2^2 - \gamma_2^2) + p_{12}\delta_2^2(1-\gamma_0^2)}\right) \tag{4.8}$$

Из (4.7) вытекает существование в слое жидкости такой плоскости $z = \mathrm{ch}$, все точки которой не испытывают вертикальных смещений при распространении рассматриваемых колебаний. Вообще говоря, по всей толщине слоя амплитуды w_1 составляющей поля смещений в $(z - \mathrm{ch})$ раз меньше горизонтальной составляющей, т. е. можно считать, что вектор смещений поляризован в одной плоскости.

При обсуждении свойств описываемой части поля большое значение имеет характер убывания поля с расстоянием. Предположим, что точка наблюдения находится достаточно далеко, чтобы выполнялось неравенство $kr \gg 1$ и заменим функции Бесселя в (4.4) — (4.7) первыми членами асимптотического разложения. В результате интегралы можно переписать в виде

$$\frac{1}{r}\int_0^{k_0} \varphi(k) \sin \left\{ r\left(k\frac{v}{V} \pm k\right) + \chi \right\} dk \tag{4.9}$$

Здесь $\varphi(k)$ — медленноменяющийся по сравнению со вторым членом множитель. Легко показать, что поле смещений (4.9) убывает

$$r^{-\frac{3}{2}} \quad \text{при } V > c_2, \qquad r^{-1} \quad \text{при } V < c_2$$

Здесь V — скорость перемещения наблюдателя.

Таким образом, волновое возмущение характеризуется аномально малым затуханием с расстоянием. Амплитуда низкочастотной части поля не зависит от скорости распространения в слое и определяется перепадом плотностей сред и соотношением между продольной и поперечной скоростями в упругой среде. С удалением от границ слоя ординаты точки наблюдения или источника амплитуды колебаний убывают экспоненциально с расстоянием, что указывает на волноводный характер распространения (это следует непосредственно из (2.1)). Колебания имеют очень малую скорость распространения, причем из-за аномальной дисперсии более высокие частоты будут распространяться с большей скоростью.

В заключение приношу благодарность Г. И. Петрашень и Л. А. Молоткову за обсуждение работы.

Поступила 10 VIII 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Распространение звуковых волн в слое жидкости между двумя поглощающими полупространствами. ДАН СССР, 1945, т. 47, стр. 422.
2. Крауклис П. В. О колебаниях жидкого слоя, помещенного в упругую среду. Аннотации докладов Второго Всесоюзного симпозиума по дифракции волн. 7—13 июня 1962, АН СССР, 1962, стр. 83.
3. Петрашень Г. И. Колебания упругого полупространства, покрытого слоем жидкости. Уч. зап., Ленингр. ун-та, 1951, вып. 25.
4. Молотков Л. А. О распространении низкочастотных колебаний в жидких полупространствах, разделенных упругим тонким слоем. Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Изд. Ленингр. ун-та, 1961, V.
5. Купрадзе В. Д., Соболев С. Л. К вопросу о распространении упругих волн на границе двух сред с разными упругими свойствами. Тр. Сейсмологич. ин-та АН СССР, 1930, № 10.