Движение с возвращением. Пусть

$$r(0) = \dot{r}(0) = 0, \qquad r(t_1) = L, \qquad \dot{r}(t_1) = 0, \qquad r(T) = \dot{r}(T) = 0 \qquad (0 < t_1 < T)$$

Тогда для этого движения характерна особенность, подобная отмеченной выше особенности движения с пассивным участком: оптимальное перемещение до $r = L$ происходит быстрее, чем возвращение к $r = 0$ (см. пунктирную кривую на фиг. 3— зависимость θ_1 от p_*); другими словами: на начальном участке движения, пока мощность уменьшилась еще незначительно, выгодно иметь большую реактивную тягу, чем на последующем участке, так как при этом можно обеспечить достаточно высокую скорость истечения рабочего вещества.

Поступила 25 XII 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н. и Токарев В. В. О движении тела переменной массы с постоянной затратой мощности в гравитационном поле. ДАН СССР, 1961, т. 137, № 5.
2. Иванов Ю. Н. Оптимальное изменение мощности при движении тела переменной массы в гравитационном поле. ПММ, 1962, т. XXVI, вып. 4.

О СТАЦИОНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОГО ЭЛЕКТРОПРОВОДНОГО ГАЗА В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ СКРЕЩЕННЫХ ПОЛЕЙ

И. Б. Чекмарев
(Ленинград)

При изучении течений электропроводной жидкости в каналах различной конфигурации имеет значение учет сжимаемости, а также зависимости коэффициентов переноса от параметров состояния ионизованного газа. При довольно широких предположениях относительно свойств газа Блевисс [1] получил и исследовал решение для магнитогазодинамического течения Куэтта. Учет зависимости проводимости от температуры позволил обнаружить гистерезисный характер изменения трения на стенке, подтвержденный позднее Бушем [2] при рассмотрении сжимаемого магнитогазодинамического пограничного слоя на пластине.

Ниже показывается, что при произвольном заданном законе изменения коэффициентов вязкости и электропроводности от температуры можно получить решение задачи о стационарном течении ионизованного газа в плоском канале для случая, когда движение создается внешними скрещенными магнитным и электрическим полями.

Рассмотрим стационарное движение электропроводного газа в бесконечно длинном плоском канале при наличии поперечных однородных магнитного и электрического полей. Оси правой системы координат выберем так, что

$$v_x = u(y), \qquad B_y = B_0, \qquad E_z = -E_0, \qquad j_z = j(y)$$

Так как все величины в данном случае зависят только от поперечной координаты y, то исходная система уравнений имеет вид

$$\frac{d}{dy}\left(\eta\frac{du}{dy}\right) = jB_0, \qquad \frac{dp}{dy} = jB_x, \qquad p = R\rho T$$
$$\frac{d}{dy}\left[\eta\frac{d}{dy}\left(\frac{u^2}{2} + \frac{c_pT}{P}\right)\right] = jE_0, \qquad j = -\frac{dH_x}{dy} = \sigma(B_0u - E_0) \qquad \left(P = \frac{\eta c_p}{\lambda}\right) \tag{1}$$

Здесь число Прандтля P и удельная теплоемкость c_p считаются постоянными, η и λ — коэффициенты вязкости и теплопроводности.

Исключив плотность тока j из уравнений движения и энергии, получим

$$\frac{d}{dy}\left[\eta\frac{d}{dy}\left(\frac{u^2}{2} + \frac{c_pT}{P} - \frac{E_0}{B_0}u\right)\right] = 0 \tag{2}$$

Интегрируя это уравнение при граничных условиях $u = 0$, $T = T_w$ при $y = \pm a$, где $2a$ — высота канала, T_w — температура стенок, находим связь между температурой и скоростью газа

$$T = T_w + \frac{P}{c_p}\left(\frac{E_0}{B_0}u - \frac{u^2}{2}\right). \tag{3}$$

Исключая теперь плотность тока из уравнений движения и закона Ома, принимая скорость газа за новую независимую переменную и вводя напряжение трения $\tau = \eta du / dy$, получаем

$$\tau \frac{d\tau}{du} = B_0^2 \sigma \eta (u - u_0) \qquad \left(u_0 = \frac{E_0}{B_0}\right) \tag{4}$$

Интегрируем уравнение (4) и определяем постоянную интегрирования из граничного условия

$$\tau = 0, \; u = u_m \quad \text{при } y = 0 \tag{5}$$

где u_m — неизвестная максимальная скорость на оси трубы.

Получаем связь между трением и скоростью

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} = \mp J(u, u_m), \; J(u, u_m) = \left(2B_0^2 \int\limits_u^{u_m} \sigma(u) \eta(u)(u_0 - u)\, du\right)^{1/2} \tag{6}$$

причем верхний знак следует брать при $y > 0$, а нижний — при $y < 0$. Так как коэффициенты σ и η предполагаются заданными функциями температуры, то на основании соотношения (3) они могут считаться известными функциями скорости.

Интегрирование уравнения (6) дает искомую связь между скоростью газа и координатой

$$y = \pm\left(a - \int\limits_0^u \frac{\eta(u)\, du}{J(u, u_m)}\right) \tag{7}$$

Полагая здесь $y = 0$, $u = u_m$, получаем соотношение либо для определения u_m при заданном размере канала a, либо для определения размера a при заданной максимальной скорости газа u_m

$$a = \int\limits_0^{u_m} \frac{\eta(u)\, du}{J(u, u_m)} \tag{8}$$

При помощи (8), формулу (7) можно переписать в виде

$$y = \pm \int\limits_u^{u_m} \frac{\eta(u)\, du}{J(u, u_m)} \tag{9}$$

В частном случае постоянных η и σ вычисление интеграла в (8) дает

$$u_m = u_0\left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch} M}\right) \qquad \left(M = B_0 a \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}\right) \text{ — число Гартмана} \tag{10}$$

Выполняя интегрирование в (9) и имея в виду (10), находим для распределения скоростей в канале следующую формулу:

$$u = u_0\left(1 - \frac{\operatorname{ch} My / a}{\operatorname{ch} M}\right) \tag{11}$$

Полученное решение нетрудно обобщить на случай [1] переменной удельной теплоемкости c_p.

Поступила 26 III 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Bleviss Z. O. Magnetogasdynamics of hypersonic Couette flow. J. Aerospace Sciences, 1958, vol. 25, No 10, p. 601—615. (Русск. пер. Сб. Механика, ИЛ, 1959, № 3, 39—63.)
2. Bush W. B. Compressible flate plate boundary layer flow with an applied magnetic field. J. Aerospace Sciences, 1960, vol. 27, No 1, 49. (Русск. пер. Сб. Механика, ИЛ, 1960, № 6, стр. 89.)