Прикладная математика и механика. Том XXVI, 1962
Отделение технических наук Академии наук Союза ССР

ОБ ИСТЕЧЕНИИ ВЯЗКОГО ГАЗА В ПУСТОТУ

М. Д. Ладыженский

(Москва)

При помощи уравнений Навье — Стокса исследуется вязкое течение от плоского и сферического источников в предположении, что коэффициент вязкости зависит от температуры по степенному закону, число Прандтля постоянно. Ищется асимптотическое решение, соответствующее истечению газа в пустоту, когда давление на бесконечности стремится к нулю.

В работе [1] были сформулированы условия, при выполнении которых вязкость и теплопроводность не влияют на асимптотическое поведение решения для невязкого сверхзвукового источника. В настоящей работе исследуется случай, когда эти условия не выполняются, что обычно имеет место на практике.

Показано, что для плоского источника скорость на бесконечности стремится к величине, несколько меньшей, чем соответствующая максимальная скорость для невязкого потока. Для сферического источника получен неожиданный результат: скорость газа на бесконечности стремится к нулю.

Проведенные в работе оценки показывают, что в области, где силы вязкости в уравнениях импульса оказываются сравнимыми с силами инерции, уравнения Навье — Стокса, строго говоря, теряют силу (как и при рассмотрении структуры ударной волны). Тем не менее, можно ожидать, что эти уравнения, как и для ударной волны, дают в известном смысле правильное качественное описание поведения течения.

1. Рассмотрим гиперзвуковое течение идеального газа в сопле, начальный участок которого определяет течение в некоторой области D, простирающейся до бесконечности [1,2]. Пусть вслед за начальным участком осуществляется резкое расширение потока, так что происходит свободное истечение газа в пустоту (практически — в пространство с давлением, много меньшим давления в конце начального участка сопла). При таком истечении в вакуум влияние диссипативных процессов, не сопровождаемое потерями импульса и тепла к окружающему пространству, проявляется не так, как в пограничном слое, а, скорее, как во фронте ударной волны [1].

Предположим степенной характер зависимости коэффициента вязкости μ от температуры T ($\mu \sim T^n$). В предположении, что в области D осуществляется течение от одного источника (в общем случае интенсивность источника меняется при переходе от одной линии тока к другой [1,2]), вязкость и теплопроводность не изменяют асимптотического поведения течения на бесконечности при $n > n^\circ$ [1]. Величина n° для плоского и осесимметрического потока соответственно будет

$$n^\circ = 1, \qquad n^\circ = 1 + \frac{1}{2\,(\varkappa - 1)}$$

где $\varkappa$ — показатель адиабаты.

При $n < n^\circ$ на некотором расстоянии r° от центра источника начинает проявляться вязкость и асимптотические разложения [1], найденные из уравнений Эйлера, теряют силу. Найдем решение для плоского и сферического источников при $n < n^\circ$ в области, где существенны силы вязкости.

2. Вязкое течение от плоского источника рассматривалось ранее в работах [3,4]. В работе [3] задача решалась в предположении, что коэффициенты вязкости μ и теплопроводности k постоянны, а число Прандтля σ имеет некоторое фиксированное численное значение. В работе [4] решение строится для двух случаев, когда один из коэффициентов, μ или k, равен нулю. Результаты [3,4] (при $k = 0$) очень близки. Задача сводится к исследованию одного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с параметром при производной, равным $1 / R$, где R — число Рейнольдса, определяемое через массовый расход Q источника ($R \sim Q / \mu$). При достаточно большом значении R решение соответствует сверхзвуковой ветви невязкого источника. На некотором расстоянии r от центра источника возможен переход в узкой области ширины R^{-1} к дозвуковой ветви другого, вообще говоря, невязкого источника. При этом давление стремится на бесконечности к некоторой постоянной величине p_∞, отличной от нуля. Положение области перехода, являющейся обычной ударной волной, размытой под влиянием вязкости, определяется величиной p_∞, аналогично тому, как положение скачка уплотнения в сверхзвуковом сопле на нерасчетном режиме определяется заданием давления на выходе.

Кроме того, существует интегральная кривая, соответствующая истечению газа в вакуум, давление вдоль которой стремится к нулю. В частном случае $\mu = \mathrm{const}$, $k = 0$ это решение указано в работе [4]. Ниже это решение определяется в случае μ и k, зависящих от T по степенному закону (n — показатель степени), и постоянного значения числа Прандтля σ.

Уравнения плоского вязкого радиального течения, после исключения давления и плотности при помощи уравнений неразрывности и состояния, могут быть аналогично [3] приведены к безразмерному виду

$$(\varkappa w^2 - \theta) w' + w\theta' + w\theta = -\frac{\varkappa w^2\theta^n}{R_*}(w'' - w) - \frac{\varkappa n w^2 \theta^{n-1}\theta'}{R_*}\left(w' + \frac{w}{2}\right) \tag{2.1}$$

$$\theta + \frac{\varkappa - 1}{2}\left(1 + \frac{\theta^n}{R_*}\right) w^2 + \frac{\theta^n}{R_*}\left(\frac{3\theta'}{4\sigma} + \frac{\varkappa - 1}{2}\frac{dw^2}{d\xi}\right) = \frac{\varkappa + 1}{2} \tag{2.2}$$

$$\theta = \frac{T}{T_*}, \quad T_* = \frac{2}{\varkappa + 1} T_0, \quad w = \frac{V}{V_*}, \quad V_* = \sqrt{\varkappa C T_*}$$
$$\xi = \ln \frac{r_*}{r}, \quad R_* = \frac{4Q}{4\mu} \tag{2.3}$$

Здесь (2.1) — уравнение импульса, (2.2) — интеграл энергии, существующий в случае радиальных течений. Введены следующие обозначения: V — скорость газа, w и θ — безразмерные скорость и температура соответственно, T_0 — температура торможения, определяемая в точке, где скорость, а также градиенты скорости и температуры равны нулю, T_* и V_* — критические температура и скорость соответственно, выражаемые через T_0 по формулам для невязкого потока, C — газовая постоянная, коэффициент вязкости задается в виде $\mu = \mu_* (T/T_*)^n$, r — расстояние от центра источника, r_* — характерная длина, которая в дальнейшем может быть принята за радиус эквивалентного невязкого источника с тем же значением теплосодержания, R_* — число Рейнольдса, соответствующее критической температуре, штрихом обозначено дифференцирование по независимой переменной ξ, остальные обозначения были введены выше.

Пусть w и θ стремятся на бесконечности ($\xi \to -\infty$) к некоторым предельным значениям w_∞ и θ_∞ соответственно. Из требования, чтобы величины w_∞ и θ_∞ не обращались в бесконечность, имеем

$$\lim w' = 0, \qquad \lim \theta' = 0 \quad \text{при } \xi \to -\infty \tag{2.4}$$

Можно доказать, что при $n < n^\circ$ величина θ_∞ не равна нулю. Предположив от противного $\theta_\infty = 0$ и представив $w = w_\infty(1 + \Delta)$, где $|\Delta| \ll 1$, из уравнения (2.2) с учетом (2.4) получаем, что скорость на бесконечности стремится к максимальной скорости V_m для невязкого потока, т. е. $w_\infty^2 = (\varkappa + 1)/(\varkappa - 1)$. Из уравнения (2.3) имеем, кроме того, $|\Delta| \sim \theta^n$ при $n < n^\circ = 1$ и $|\Delta| \sim \theta$ при $n \geqslant 1$. Используя выражение для Δ, с точностью до малых величин сводим уравнение (2.1) к дифференциальному уравнению первого порядка. Оказывается, что при $n < 1$ решение, для которого θ стремится к нулю на бесконечности, отсутствует. При $n > 1$ справедливо решение, полученное для невязкого потока.

Остается предположить, что $\theta_\infty \neq 0$ при $n < n^\circ$.

Для определения величин w_∞ и θ_∞, с учетом (2.4), имеем из уравнений (2.1) и (2.2)

$$w_\infty \theta_\infty = \frac{\varkappa w_\infty^3 \theta_\infty^n}{R_*}, \qquad \theta_\infty + \frac{\varkappa - 1}{2}\left(1 + \frac{\theta_\infty^n}{R_*}\right) w_\infty^2 = \frac{\varkappa + 1}{2} \tag{2.5}$$

При получении первого уравнения (2.5) использовано условие $w'' \to 0$ при $\xi \to -\infty$, вытекающее из стремления w' к нулю (2.4). Из уравнений (2.5) следует трансцендентное алгебраическое уравнение для определения θ_∞, решив которое, можно найти и w_∞

$$\frac{3\varkappa - 1}{\varkappa(\varkappa + 1)} \theta_\infty + \frac{\varkappa - 1}{\varkappa(\varkappa + 1)} R_* \theta_\infty^{1-n} = 1, \qquad w_\infty^2 = \frac{R_*}{\varkappa} \theta_\infty^{1-n} \tag{2.6}$$

Предположим, что число Рейнольдса R_* достаточно велико. Тогда, решая первое уравнение (2.6) методом последовательных приближений и ограничиваясь двумя приближениями, имеем

$$\theta_\infty = \left(\frac{\alpha}{R_*}\right)^{\frac{1}{1-n}} \left[1 - \frac{\beta}{1-n}\left(\frac{\alpha}{R_*}\right)^{\frac{1}{1-n}}\right], \qquad \alpha = \frac{\varkappa(\varkappa + 1)}{\varkappa - 1}, \qquad \beta = \frac{3\varkappa - 1}{\varkappa(\varkappa + 1)}$$

$$w_\infty = \sqrt{\frac{\varkappa + 1}{\varkappa - 1}} \left[1 - \frac{\beta}{2}\left(\frac{\alpha}{R_*}\right)^{\frac{1}{1-n}}\right] \tag{2.7}$$

Для предельного числа Маха M_∞ получаем, ограничиваясь первым приближением,

$$M_\infty = \frac{w_\infty}{\sqrt{\theta_\infty}} = \sqrt{\frac{\varkappa + 1}{\varkappa - 1}} \left(\frac{R_*}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2(1-n)}} \tag{2.8}$$

Итак, число Маха в плоском потоке при истечении в вакуум стремится к конечному пределу в результате влияния диссипативных процессов, а скорость газа стремится к значению, несколько меньшему, чем V_m.

Выражениями (2.7), как уже было отмечено, можно пользоваться при $n < 1$. При $n \geqslant 1$ согласно [1] имеем $w_\infty^2 = (\varkappa + 1)/(\varkappa - 1)$, $\theta_\infty = 0$.

Для определения асимптотического характера поведения решения подставим искомые функции в виде $w = w_\infty(1 + \Delta)$, $\theta = \theta_\infty(1 + \eta)$, где Δ и η — малые величины, в уравнения (2.1) и (2.2). Находим решение последовательно сначала с точностью до первых степеней Δ и η, затем — с точностью до квадратов и т. д. В результате получим

$$w = w_\infty(1 + a_1 e^{k\xi} + a_2 e^{2k\xi} + \ldots) = w_\infty\left[1 + a_1\left(\frac{r_*}{r}\right)^k + a_2\left(\frac{r_*}{r}\right)^{2k} + \ldots\right]$$

$$\theta = \theta_\infty(1 + b_1 e^{k\xi} + b_2 e^{2k\xi} + \ldots) = \theta_\infty\left[1 + b_1\left(\frac{r_*}{r}\right)^k + b_2\left(\frac{r_*}{r}\right)^{2k} + \ldots\right] \quad (2.9)$$

Коэффициенты этих рядов зависят от одного параметра, в качестве которого можно взять, например, величину $b_1 r_*^k$. Удобно, однако, выбрать r_* равным критическому радиусу невязкого источника, течение от которого близко к течению от рассматриваемого вязкого источника в области, где вязкие члены малы по сравнению с конвективными. Тогда в качестве произвольного параметра возьмем величину b_1. Имеем следующие равенства:

$$a_n = b_1^n f_n(k, \theta_\infty, w_\infty), \qquad b_n = b_1^n \varphi_n(k, \theta_\infty, w_\infty)$$

где f_n и φ_n — известные функции. Например, f_1 выражается

$$f_1 = \theta_\infty \frac{n(1 - 0.5k) - k - 1}{\varkappa k w_\infty^2 + \theta_\infty(k^2 - k - 2)} \quad (2.10)$$

Параметр k в (2.9) и (2.10) определяется из уравнения

$$\frac{3\lambda^2}{4\varkappa\sigma}k^3 + \lambda\left[\frac{1}{\varkappa} + \frac{3}{4\sigma}\left(1 - \frac{\lambda}{\varkappa}\right)\right]k^2 + \left[1 + \left(\frac{2}{\varkappa} - 3\right)\lambda - \frac{6\lambda^2}{4\varkappa\sigma}\right]k +$$
$$+ \left[\left(-3 + \frac{1}{\varkappa}\right)\lambda + (\varkappa - 1)(n - 1)\right] = 0 \qquad \left(\lambda = \frac{\theta_\infty}{w_\infty^2}\right) \quad (2.11)$$

Необходимо выбрать корень этого уравнения, который остается конечным при стремлении R_* к бесконечности, т. е. при $\lambda \to 0$. Для этого корня получаем приближенное выражение из (2.11)

$$k = k_0 + \lambda\left[3 - \frac{1}{\varkappa} - \frac{2 - 3\varkappa}{\varkappa}k_0 - \frac{k_0^2}{\varkappa}\right] + O(\lambda^2), \qquad k_0 = (\varkappa - 1)(1 - n) \quad (2.12)$$

Используя уравнения неразрывности и состояния, легко убеждаемся в том, что для рассматриваемого решения давление стремится к нулю.

3. Рассмотрим вязкое течение от сферического источника. В работе [5] это исследование было проведено в предположениях, что r не превышает некоторого фиксированного значения r_1 и для постоянных значений коэффициентов вязкости и теплопроводности. В этих допущениях получены результаты, аналогичные случаю плоского источника. Течение до некоторого значения $r = r_0$ соответствует сверхзвуковой ветви невязкого

источника и затем через ударную волну переходит к дозвуковой ветви другого, вообще говоря, источника. Давление на бесконечности для дозвукового источника, не равное нулю, определяет положение ударной волны.

Исследуем асимптотическое поведение решения, для которого давление на бесконечности стремится к нулю. Как и в п. 1, будем предполагать степенной характер зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры. Уравнения движения можно привести, после исключения давления и плотности, к виду

$$(\varkappa w^2 - \theta)\, w' + w\theta' + \frac{2w\theta}{y} = -\frac{\varkappa w^2\theta^n}{R_*}\left(w'' - \frac{2w}{y^2}\right) - \frac{n\varkappa w^2\theta^{n-1}\theta'}{R_*}\left(w' + \frac{2w}{y}\right) \qquad (3.1)$$

$$\theta + \frac{\varkappa-1}{2}\left(1 + \frac{2\theta^n}{R_* y}\right) w^2 + \frac{\theta^n}{R_*}\left(\frac{3\theta'}{4\sigma} + \frac{\varkappa-1}{2}\frac{dw^2}{dy}\right) = \frac{\varkappa+1}{2} \qquad (3.2)$$

$$(y = r_* / r, \quad R_* = 3Q / 4\mu r_*)$$

Здесь остальные обозначения — те же, что и в п. 1.

Оказывается, что в отличие от случая плоского источника при $n < n^\circ = 1 + 0.5\,(\varkappa - 1)^{-1}$ скорость w, полученная из решения уравнений (3.1) и (3.2), стремится на бесконечности к нулю. Проведем доказательство при $n = 0$. Допустим от противного, что w стремится на бесконечности к $w_\infty > 0$. Проинтегрируем уравнение (3.2) по y, обозначая индексом 1 значения величин при $y = y_1$. В результате получим

$$\int_{y_1}^{y} \theta\, dy + \frac{\varkappa-1}{R_*}\int_{y_1}^{y} w^2 \frac{dy}{y} + \frac{3(\theta - \theta_1)}{4\sigma R_*} =$$

$$= -\frac{\varkappa-1}{2}\int_{y_1}^{y} w^2\, dy - \frac{\varkappa-1}{2}(w^2 - w_1^2) + \frac{\varkappa+1}{2}(y - y_1) \qquad (3.3)$$

Правая часть уравнения (3.3) остается конечной при стремлении y к нулю (что соответствует $r \to \infty$). Отсюда следует, что и левая часть равенства должна остаться конечной, т. е. для θ справедливо асимптотическое выражение

$$\theta \approx -\frac{4\sigma(\varkappa-1)}{3} w_\infty^2 \ln y \quad \text{при } y \to 0 \qquad (3.4)$$

Равенство (3.4) противоречит физическому смыслу задачи, так как из него следует, что температура газа на бесконечности неограниченно возрастает. Покажем, что допущение $w_\infty > 0$ противоречит и первому уравнению (3.1). Перепишем это уравнение при $n = 0$ в виде

$$\frac{w''}{R_*} + w' - \frac{2w}{R_* y^2} + \frac{1}{\varkappa}\left[\frac{d}{dy}\left(\frac{\theta}{w}\right) + \frac{2\theta}{wy}\right] = 0 \qquad (3.5)$$

Проинтегрируем уравнение (3.5) дважды в интервале от некоторого фиксированного значения $y = y_1$ до y. В итоге получим

$$\frac{w}{R_*} = \frac{w_1}{R_*} + \frac{w'_1(y - y_1)}{R_*} - \int_{y_1}^{y} w\, dy + (y - y_1) w_1 + \frac{1}{\varkappa}\int_{y_1}^{y} \frac{\theta}{w} dy +$$

$$+ \frac{(y - y_1)\theta_1}{\varkappa w_1} - \frac{2y}{\varkappa}\int_{y_1}^{y} \frac{\theta}{w}\frac{dy}{y} + \frac{2y}{R_*}\int_{y_1}^{y} \frac{w}{y^2} dy - \frac{2}{R_*}\int_{y_1}^{y} \frac{w}{y}\, dy \qquad (3.6)$$

Устремим y к нулю. С учетом (3.4), предполагая конечность w, получим, что все члены в правой части (3.6) остаются конечными, кроме последнего, который асимптотически выражается в виде $(2w_\infty / R_*) \ln (1 / y)$. В то же время левая часть равенства остается конечной. Таким образом, и здесь приходим к противоречию с исходным допущением, согласно которому $w_\infty > 0$. Остается предположить, что скорость газа на бесконечности стремится к нулю.

Аналогичное, но более сложное доказательство провести можно и для $0 < n < n^\circ$. Наметим ход доказательства. Предполагая, что решение поставленной задачи существует, т. е. величины w и θ нигде не обращаются в бесконечность, проинтегрируем уравнение (3.2) по y при $n \neq 0$. В итоге получаем, что интеграл

$$J = \int_{y_1}^{y} \frac{\theta^n w^2}{y} dy \tag{3.7}$$

должен сходиться при y, стремящемся к нулю. Отсюда вытекает, что либо температура, либо скорость для сферического источника обращается в нуль на бесконечности. При $n > n^\circ$ температура стремится к нулю, а скорость — к максимальной скорости [1] для невязкого источника V_m. При $n < n^\circ$ температура θ_∞ отлична от нуля, а скорость $w_\infty = 0$. Предполагая обратное, что $w = w_\infty (1 + \Delta)$, где $|\Delta| \ll 1$ и $w_\infty \neq 0$, подставляем выражение для w в уравнения (3.1) и (3.2). Исследуя полученную систему, убеждаемся в справедливости высказанного утверждения.

Решение в окрестности бесконечно удаленной точки, для которого давление стремится к нулю, имеет следующий вид при $n < n^\circ$:

$$w = \sqrt{y}\,(a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + \ldots), \qquad \theta = b_0 + b_1 y + b_2 y^2 + \ldots \tag{3.8}$$

Коэффициенты этих рядов зависят от одного параметра, в качестве которого можно взять, например, величину b_0

$$a_0^2 = \frac{2R_*}{3\varkappa} b_0^{1-n}, \qquad b_1 = \frac{2\sigma(\varkappa+1) R_*}{3 b_0^n} \left[1 - \frac{2(2\varkappa - 1)}{\varkappa(\varkappa+1)} b_0\right] \tag{3.9}$$

Величина r_*, как и в п. 1, выбирается равной критическому радиусу невязкого источника, течение от которого близко к течению от рассматриваемого вязкого источника в области, где силы вязкости несущественны.

4. Полученные результаты указывают на то обстоятельство, что диссипативные процессы для плоского и сферического источников при $n < n^\circ$ (а следовательно, и для плоского и осесимметрического случаев истечения в вакуум) сказываются существенно по-разному. В первом случае скорость на бесконечности лишь немного отличается от максимальной скорости V_m для невязкого потока, тогда как во втором случае скорость газа стремится к нулю. Эти выводы получены в предположении, что справедливы уравнения Навье — Стокса. Однако, начиная с некоторого расстояния, эти уравнения теряют силу. Для того, чтобы определить границы применимости уравнений Навье — Стокса, найдем ту область, в которой отношение дополнительных членов в уравнениях Барнета к членам в уравнениях Навье — Стокса, обусловленных наличием вязкости, становится

величиной порядка единицы. Это и есть критерий того, что уравнения Навье — Стокса теряют силу. Указанное отношение ψ будет (см., например, [6])

$$\psi = \frac{\mu}{p} \operatorname{div} V \sim \frac{\mu V}{pr} \tag{4.1}$$

где p — давление, остальные обозначения — те же, что и в п.1. Пользуясь асимптотическим представлением решения для невязкого источника [1], из уравнения (4.1) получаем

$$\psi = \frac{3\varkappa}{4R_*}\left(\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\right)^h\left(\frac{r}{r_*}\right)^s, \qquad h = \frac{(\varkappa-1)(n-1)}{2}$$

$$s = (\varkappa-1)(1+\nu)(1-n)+\nu \tag{4.2}$$

где $\nu = 0, 1$ соответственно для плоского и сферического источников. Запишем здесь же отношение φ вязких членов в уравнениях Навье — Стокса к конвективным. Это отношение согласно [1] будет

$$\varphi = \frac{3}{4(\nu+1)R_*}\left(\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\right)^q\left(\frac{r}{r_*}\right)^s, \qquad q = \frac{(\varkappa-1)n-(\varkappa+1)}{2} \tag{4.3}$$

где s имеет то же значение, что и в уравнении (4.2). Сравнивая (4.2) и (4.3), находим

$$\frac{\psi}{\varphi} = \frac{\varkappa(\varkappa-1)(1+\nu)}{\varkappa+1} \tag{4.4}$$

Из (4.4) следует, что в области, где вязкие члены в уравнениях Навье — Стокса сравниваются по порядку величин с невязкими ($\varphi \sim 1$), барнетовские члены оказываются одного порядка с вязкими, так как $\psi \sim \varphi$. Другими словами, в области, где существенна диссипация, уравнения Навье — Стокса, строго говоря, неприменимы. Возникает вопрос, насколько выводы, полученные в пп. 2, 3 работы на основе анализа уравнений Навье — Стокса, соответствуют истине. Этот вопрос пока остается открытым. Можно, однако, думать, что, как и при исследовании структуры ударной волны, уравнения Навье — Стокса дают правильное качественное описание картины течения до тех пор, пока поток не становится близким к свободномолекулярному.

Полученные результаты можно рассматривать как указание на то обстоятельство, что скорость свободномолекулярного потока для плоского истечения близка к V_m, тогда как для пространственного течения эта скорость может быть существенно меньшей V_m.

С другой стороны, из закона сохранения энергии следует, что поток в единицу времени полной энергии для источника, равный $QV_m^2/2$, должен быть равен потоку энергии свободномолекулярного течения, которая складывается из энергии его упорядоченного радиального движения и энергии хаотического движения, соответствующей внешним (поступательное движение) и внутренним (вращательное, колебательное движение и т. д.) степеням свободы. Так как массовый расход для свободномолекулярного течения через замкнутую поверхность, окружающую источник, равен интенсивности источника Q, то можно записать уравнение

$$V_m^2 = V_\infty^2 + c^2 \tag{4.5}$$

где V_∞ — радиальная скорость макроскопического движения, а c — величина с размерностью скорости, квадрат которой равен удвоенной энергии осредненного хаотического движения молекул на единицу массы. Величина c, очевидно, характеризует «тепловой разброс» свободномолекулярного течения.

Из (4.5) и предыдущих рассуждений следует, что в плоском потоке тепловой разброс невелик, т. е. почти вся энергия источника переходит в энергию упорядоченного движения. Иная картина имеет место в пространственном потоке: из-за сильного влияния диссипативных процессов значительная часть энергии потока может перейти в энергию беспорядочного теплового движения молекул.

Отметим, что аналогичные явления могут иметь место в задачах о неустановившемся движении газа при разлете в вакуум. Здесь, по-видимому, также весьма важными являются диссипативные процессы.

В заключение автор благодарит В. С. Галкина и М. Н. Когана за внимание к работе и полезные обсуждения.

Поступила 19 IV 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Ладыженский М. Д. Анализ уравнений гиперзвуковых течений и решение задачи Коши. ПММ, 1962, т. XXVI, вып. 2.
2. Ладыженский М. Д. О течениях газа с большой сверхзвуковой скоростью. ДАН СССР, 1960, т. 134, № 2.
3. Levey H. C. Two dimensional source flow of a viscous fluid. Quart. Applied Math., 1954, XII, No 1.
4. Проснак В. Ударная волна в двумерном радиальном газовом потоке. Изд-во иностр. лит-ры, Сб. переводов, Механика, ИЛ, 1957, № 6.
5. Sakurai A. Three — dimensional steady, radial flow of viscous, heat — conducting, compressible fluid. The Quart. Journal of Mech. and Applied Mat., 1958, XI, part 3.
6. Tsien H. S. Superarodynamics, Mechanics of Rarefied Gases. JAS, 1946, vol. 13, No 12.