Прикладная математика и механика. Том XXVI, 1962
Отделение технических наук Академии наук Союза ССР

О ПРИБЛИЖЕННОМ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПОМОЩИ ПЕРЕХОДНЫХ КРИВЫХ

Г. Н. Мильштейн

(Свердловск)

Задача осуществления переходного процесса решается часто отдельно от задачи осуществления заданной траектории. Это означает, что если начальное состояние не совпадает с начальным положением осуществляемой траектории, то сначала одним методом производится переходный процесс, позволяющий попасть на траекторию, а затем другим методом решается задача осуществления этой траектории (см., например, [1]). Здесь рассматривается один способ, использующий результаты работ Е. А. Барбашина [2-4] по приближенному осуществлению траекторий, который позволяет решать эти задачи единым методом. Сущность предлагаемого способа заключается в следующем. Считается, что каким-либо образом задано семейство переходных кривых, которое определяет поле направлений в пространстве фазовых координат. Заданная система дифференциальных уравнений также определяет некоторое поле направлений, которое зависит от управляющих функций. Управляющие функции находятся тогда из условия минимизации в каждый момент времени квадратичного отклонения между соответствующими векторами из двух вышеуказанных полей направлений.

§ 1. Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(t)\, x_k + \sum_{k=1}^{m} b_{ik} u_k \qquad (i = 1, \ldots, n; \quad m \leqslant n) \tag{1.1}$$

Здесь b_{ik} — постоянные, u_k — скалярные управляющие функции, которые могут зависеть как от времени, так и от фазовых координат. В матричной форме систему (1.1) можно записать следующим образом:

$$dx \,/\, dt = A(t)\, x + Bu \tag{1.2}$$

где $A(t)$ — квадратная матрица n-го порядка, B — прямоугольная матрица с размерами $n \times m$. Будем предполагать, что ранг матрицы B равен m, или, что то же самое, векторы $b_k (b_{1k}, \ldots, b_{nk})$, образующие столбцы матрицы B, линейно независимы.

Пусть при $t_0 \leqslant t < \infty$ задана линия $x_i = \psi_i(t)$ $(i = 1, \ldots, n)$, или в векторной форме $x = \psi(t)$. В пространстве фазовых координат будем считать заданным каким-либо образом некоторое n-параметрическое семейство кривых

$$f(x_0, \tau, t) \tag{1.3}$$

Здесь координаты вектора x_0 представляют собой n параметров $t_0 \leqslant \tau \leqslant t < \infty$, и время τ определяется из того условия, что каждая кривая семейства (1.3) в момент τ находится в точке x_0, т. е.

$$f(x_0, \tau, \tau) = x_0 \tag{1.4}$$

Кривые из семейства (1.3) будем называть переходными. Предполагается, что кривая $x = \psi(t)$ принадлежит семейству (1.3). Понятно тогда, что $f(\psi(\tau), \tau, t) = \psi(t)$. Функцию $f(x_0, \tau, t)$ при любых фиксированных x_0 и τ будем считать кусочно непрерывно дифференцируемой по t. Тогда при весьма широких условиях семейство (1.3) можно рассматривать в качестве решения некоторой системы дифференциальных уравнений

$$\frac{df}{dt} = F(f, t) \qquad (t_0 \leqslant t < \infty) \tag{1.5}$$

где $F(f, t)$,— вообще говоря, кусочно непрерывная функция по t. Для всего дальнейшего естественно выбирать такое семейство $f(x_0, \tau, t)$, каждая кривая которого при $t \to \infty$ неограниченно приближается к кривой $\psi(t)$. Для выполнения этого условия решение $\psi(t)$ системы (1.5) должно быть асимптотически устойчивым в целом.

Если начальная точка $x_0 = x(t_0)$ системы (1.2) не совпадает с точкой $\psi(t_0)$, то перед нами стоят задачи осуществления переходного процесса и заданного процесса $\psi(t)$. Будем решать эти задачи единым методом, используя переходные кривые введенного семейства (1.3).

Для этого можно подбирать управляющие функции $u_i(t)$ таким образом, чтобы решение $x(t)$ системы (1.2), определяемое начальными условиями $x(t_0) = x_0$, было некоторым приближением переходной кривой $f(x_0, t_0, t)$ из семейства (1.3). Так как начальная точка этой кривой и начальное положение системы (1.2) совпадают, то управляющие функции можно выбирать так же, как это делается в работах [2, 3]. В статье [2] было показано, что управляющие функции определяются системой уравнений вида

$$\sum_{i=1}^{m} (b_k, b_i)\, u_i(t) = (r(t), b_k) \qquad (k = 1, \ldots, m) \tag{1.6}$$

где (b_k, b_i) — скалярное произведение векторов b_k, b_i, а векторная функция

$$r(t) = f_t'(x_0, t_0, t) - A(t)\, f$$

Однако, если число управляющих функций $m < n$, то спустя как угодно малый промежуток времени Δt, положение $x(t_0 + \Delta t)$, определяемое системой (1.2), вообще говоря, не будет совпадать с точкой $f(x_0, t_0, t_0 + \Delta t)$. Но через точку $x(t_0 + \Delta t)$ проходит переходная кривая $f(x(t_0 + \Delta t), t_0 + \Delta t, t)$ семейства (1.3). Естественно поэтому с момента $t_0 + \Delta t$ решать задачу осуществления траектории $f(x(t_0 + \Delta t), t_0 + \Delta t, t)$ и, в соответствии с этим, из уравнений (1.7) находить управляющие функции $u_i(t)$. Поступая таким образом через каждый промежуток времени Δt, будем находить управление $u(t)$ из уравнений вида (1.6), подставляя в векторную функцию $r(t)$ соответствующую переходную кривую семейства (1.3).

Будем считать промежуток времени Δt бесконечно малым. Пусть в момент τ траектория системы (1.2) проходит через точку $x(\tau)$. Тогда для нахождения управления $u(\tau)$ следует в каждый момент времени τ решать задачу осуществления переходной линии $f(x(\tau), \tau, t)$. В таком случае управление u найдется как функция $u(x(\tau), \tau)$ из следующей системы линейных уравнений:

$$\sum_{i=1}^{m} (b_k, b_i)\, u_i(x(\tau), \tau) = (r(x(\tau), \tau), b_k) \tag{1.7}$$

Здесь

$$r(x(\tau), \tau) = \left.\frac{\partial f(x(\tau), \tau, t)}{\partial t}\right|_{t=\tau} - A(\tau)\, f(x(\tau), \tau, \tau)$$

или в силу (1.4) следует, что

$$r(x(\tau), \tau) = \left.\frac{\partial f(x(\tau), \tau, t)}{\partial t}\right|_{t=\tau} - A(\tau)\, x(\tau) \tag{1.8}$$

Учитывая, что $x(\tau)$ есть решение системы (1.2), можно считать, что найденное из уравнений (1.7) управление является функцией $u(x, \tau)$ фазовых координат и времени. Формально $u(x, \tau)$ можно получить из уравнений (1.7), считая, что $x(\tau)$ не зависит от τ. То же самое управление $u(x, \tau)$ можно получить из условия наилучшего квадратичного приближения в каждый момент τ вектора скорости траектории $f(x, \tau, t)$ вектором скорости решения системы (1.2). Действительно, в этом случае следует подбирать управляющие функции $u(x, \tau)$ таким образом, чтобы минимизировать величину

$$\left\| A(\tau)\, x + Bu - \left.\frac{\partial f(x, \tau, t)}{\partial t}\right|_{t=\tau} \right\| \qquad \left(\|x\| = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right]^{1/2}\right) \tag{1.9}$$

Проводя те же рассуждения, что и в статье [2], согласно ([5], стр. 205), нетрудно показать, что искомое управление $u(x, \tau)$ должно удовлетворять системе (1.7). Если семейство переходных кривых (1.3) задается в качестве решений системы (1.5), тогда

$$\left.\frac{\partial f(x, \tau, t)}{\partial t}\right|_{t=\tau} = F(x, \tau)$$

и система (1.7) принимает вид

$$\sum_{i=1}^{m} (b_k, b_i)\, u_i(x, \tau) = (F(x, \tau) - A(\tau)\, x, b_k) \qquad (k = 1, \ldots, m) \tag{1.10}$$

Формулы (1.7) и (1.10) имеют простой вид, когда система векторов $b_1, \ldots, b_m$ ортонормированная. Тогда

$$u_i(x, t) = (r(x, t), b_i) \tag{1.11}$$

Замечание 1. Выше предполагалось, что заданная кривая $\psi(t)$ принадлежит семейству переходных кривых. Подчинять выбор семейства (1.3) такому условию не всегда естественно. Может случиться, что переходные кривые достигнут линию $\psi(t$ за конечные промежутки времени, и при этом производные переходной кривой и) линии $\psi(t)$ в момент встречи не совпадут. Если в этом случае траектория системы (1.2) в силу управлений, найденных из уравнений (1.7), достигнет кривую $\psi(t)$ за конечный промежуток времени и если продолжать дальше пользоваться этими же управлениями, то на практике может получиться скользящий режим.

Замечание 2. Пусть задана нелинейная система дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \Phi(x, t) + Bu \tag{1.12}$$

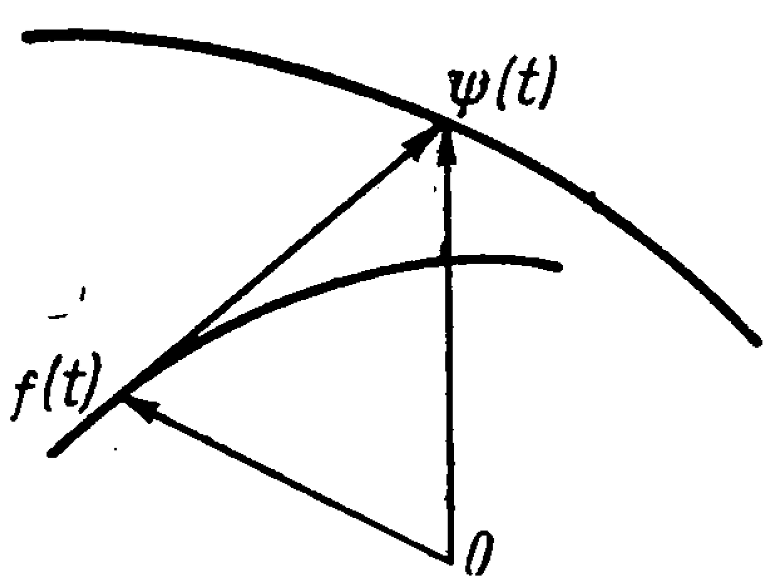
кривая $\psi(t)$ и семейство переходных кривых (1.3). Будем $u(x, \tau)$ подбирать таким образом, чтобы минимизировать в каждый момент времени величину

$$\left\| \Phi(x, \tau) + Bu - \frac{\partial f(x, \tau, t)}{\partial t}\Big|_{t=\tau} \right\|$$

которая имеет тот же самый смысл, что и величина (1.9). Тогда, например, в случае, когда система векторов $b_1, \ldots, b_m$ ортонормированная, а семейство (1.3) задано в качестве решений системы дифференциальных уравнений (1.5), будем иметь

$$u_k(x, \tau) = (F(x, \tau) - \Phi(x, \tau), b_k)$$

Рассмотрим пример. Будем считать, что заданы система (1.2) и линия $\psi(t)$. Семейство переходных кривых получим в качестве линий погони для кривой $\psi(t)$. Предполагая, что модуль скорости линий погони известен и является некоторой скалярной функцией $v(t)$, найдем систему дифференциальных уравнений, которой удовлетворяют линии погони. Из фиг. 1 очевидно, что



Фиг. 1

$$\frac{\psi(t) - f(t)}{\|\psi(t) - f(t)\|} = \frac{f'(t)}{v(t)}$$

или $$\frac{df}{dt} = \frac{v(t)}{\|\psi(t) - f(t)\|}[\psi(t) - f(t)]$$

Для простоты предположим, что система векторов $b_1, \ldots, b_m$ ортонормированная. Тогда управления найдутся по формулам (1.11)

$$u_i(x, t) = \left(\frac{v(t)}{\|\psi(t) - x\|}(\psi(t) - x) - A(t)x, b_i\right)$$

§ 2. Рассмотрим подробнее случай, когда семейство переходных кривых $f(x_0, t_0, t)$ задается в качестве решений некоторой системы линейных дифференциальных уравнений

$$df / dt = Cf - C\psi + d\psi / dt \tag{2.1}$$

Здесь C — квадратная матрица, которая, вообще говоря, зависит от времени. Ясно, что $\psi(t)$ является решением этой системы. Если матрица C такая, что однородная система, соответствующая системе (2.1), асимптотически устойчива относительно начала координат, то $\psi(t)$ является асимптотически устойчивым движением системы (2.1). Управляющие функции для системы (1.2) нетрудно найти из уравнений (1.10), подставляя в них вместо $F(x, t)$ правую часть системы (2.1). Если система векторов $b_1, \ldots, b_m$ ортонормированная (это предполагается для простоты в дальнейшем), то управляющие функции найдутся в виде

$$u_i(x, t) = \left(C(x - \psi) + \frac{d\psi}{dt} - Ax, b_i\right) \qquad (i = 1, \ldots, m) \tag{2.2}$$

Если в уравнении (2.1) за матрицу $C(t)$ выбрать матрицу $A(t)$, то управления (2.2) (а также найденные из уравнений (1.10)) будут совпадать с управлениями, полученными в работе [2]. Таким образом, управления, найденные в работе [2], приближают кривую $\psi(t)$ по семейству переходных кривых, являющихся решением линейной системы дифференциальных уравнений (2.1) в частном случае, когда $C(t) \equiv A(t)$. Подставив управления (2.2) в систему (1.1), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(t)x_k + \sum_{k=1}^{m}([C - A]x, b_k)b_{ik} + \sum_{k=1}^{m}\left(\frac{d\psi}{dt} - C\psi, b_k\right)b_{ik} \qquad (i = 1, \ldots, n) \tag{2.3}$$

В системе (2.3) сделаем замену переменных $z = x - \psi(t)$. Тогда получим новую систему уравнений

$$\frac{dz_i}{dt} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(t) z_k + \sum_{k=1}^{m} ([C - A] z, b_k) b_{ik} +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n} a_{ik}(t) \psi_k(t) - \frac{d\psi_i}{dt} + \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{d\psi}{dt} - A\psi, b_k\right) b_{ik} \tag{2.4}$$

которую можно привести к матричному виду

$$\frac{dz}{dt} = [A + D(C - A)] z + A\psi - \frac{d\psi}{dt} + \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{d\psi}{dt} - A\psi, b_i\right) b_i \tag{2.5}$$

Здесь

$$D = \sum_{i=1}^{m} D_i, \qquad D_i = \begin{Vmatrix} b_{i1}^2 & b_{i1}b_{i2} & \ldots & b_{i1}b_{in} \\ b_{i2}b_{i1} & b_{i2}^2 & \ldots & b_{i2}b_{in} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{in}b_{i1} & b_{in}b_{i2} & \ldots & b_{in}^2 \end{Vmatrix}$$

Пусть $z_0 = x_0 - \psi(t_0)$. Тогда решение $z(t)$ уравнения (2.5) можно найти по формуле Коши

$$z(t) = F(t) z_0 + \int_{t_0}^{t} F(t) F^{-1}(\tau) y(\tau) d\tau \tag{2.6}$$

Здесь $F(t)$ — фундаментальная матрица решений однородной системы уравнений

$$\frac{dz}{dt} = [A + D(C - A)] z = Hz \qquad (H = A + D(C - A)) \tag{2.7}$$

которая соответствует системе (2.5), а вектор-функция $y(\tau)$ имеет вид

$$y(\tau) = A\psi - \frac{d\psi}{dt} + \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{d\psi}{dt} - A\psi, b_i\right) b_i$$

Выясним возможности уменьшения отклонения $z(t)$. Заметим, что вектор-функция $y(t)$ не зависит от выбора семейства, задаваемого в виде (2.1) (т. е. в конечном счете от выбора матрицы C), и она, следовательно, может быть получена, если за матрицу C в уравнении (2.1) принять матрицу A. Поэтому согласно работе [2], можно записать

$$\| y(t) \| = \min_{u_i} \left\| \sum_{i=1}^{m} b_i u_i + A(t)\psi - \dot{\psi}(t) \right\|$$

и функция $\| y(t) \|$ дальнейшей минимизации путем выбора матрицы C не подвергается. Но фундаментальная матрица системы (2.7) зависит от матрицы C, и последнюю следует выбирать в пределах накладываемых на нее ограничений таким образом, чтобы отклонение $z(t)$ было малым.

Это можно достичь, подчиняя выбор матрицы C условию улучшения в том или ином смысле поведения решений однородной системы (2.7). На эту систему можно смотреть как на систему автоматического регулирования. Действительно, если $\psi(t) \equiv 0$, то система (2.7) эквивалентна системе

$$\frac{dx}{dt} = Ax + \sum_{i=1}^{m} ((C - A)\,x,\, b_i)\, b_i \tag{2.8}$$

Функции $u_i(x) = ((C - A)\,x,\, b_i)$ будут управляющими функциями, в которые элементы матрицы C входят в качестве параметров. В случае, когда матрицы A и C постоянные, существуют способы такого выбора параметров (параметрами здесь являются элементы матрицы C), которые позволяют в том или ином смысле улучшать переходные процессы систем автоматического регулирования (2.8). Так, например, можно воспользоваться для этого идеями работ [6, 7]. Можно также подбирать элементы матрицы C с тем расчетом, чтобы степень устойчивости [8] системы (2.7) повышалась.

Замечание. Пусть в уравнении (2.8) $m = 1$, т. е. управление $u(x) = ((C - A)\,x,\, b)$, где $b(b_1, \ldots, b_n)$ — n-мерный вектор. Оказывается, элементы матрицы C можно всегда подобрать таким образом, что в силу системы (2.8) с этими управлениями минимизируется интеграл [9]

$$J(u) = \int_0^\infty \left(\sum_{k=1}^{n} a_k x_k^2 + cu^2 \right) dt$$

Действительно, в работе [9] найдено уравнение такого регулятора в виде $u = p_1x_1 + \cdots + p_nx_n$. Равенство $((C - A)\,x,\, b) = p_1x_1 + \cdots + p_nx_n$ ввиду произвольности переменных $x_1, \ldots, x_n$ приводит к системе уравнений n-го порядка с n^2 неизвестными c_{ik}, которые будут являться элементами матрицы C. Так как $b_1^2 + \cdots + b_n^2 \neq 0$, то нетрудно видеть, что полученная система линейных уравнений всегда разрешима относительно c_{ik}.

Пример. Рассмотрим уравнение $\ddot{x} + a\dot{x} + bx = u$, которое эквивалентно следующей системе уравнений:

$$\dot{x} = y, \qquad \dot{y} = -bx - ay + u \tag{2.9}$$

Относительно кривой $\psi(t)$ предположим, что она вырождается в начало координат. Тогда, если семейство переходных кривых задается в качестве решений системы уравнений

$$\dot{x} = c_{11}x + c_{12}y, \qquad \dot{y} = c_{21}x + c_{22}y$$

то управление имеет вид

$$u(x,\, y) = (c_{21} + b)\, x + (c_{22} + a)\, y$$

Подставляя это управление в систему (2.9), получим

$$\dot{x} = y, \qquad \dot{y} = c_{21}x + c_{22}y$$

Параметры c_{21}, c_{22} будем выбирать таким образом, чтобы повысить степень устойчивости. Понятно, что на матрицу C (см. выражение (2.2), (2.7), (2.8)) должны накладываться некоторые ограничения, связанные с ограничениями, накладываемыми на управления, и еще с тем, что системы (2.7) и (2.8) должны быть асимптотически устойчивыми в начале координат. Но эти ограничения не должны исключать выбора в качестве C матрицы A, так как при таком выборе управляющие функции в системе (2.8) будут тождественно равны нулю. В нашем примере будем считать, что параметры c_{21} и c_{22} ограничены по модулю числом N, где $N \geqslant \max\{1, |a|, |b|\}$. Непосредственным подсчетом убеждаемся, что наивысшая степень устойчивости в данном случае достигается при $c_{21} = -N$, $c_{22} = -N$, если $N \leqslant 4$, и при $c_{21} = -N$, $c_{22} = -2\sqrt{N}$, если $N > 4$.

§ 3. Для простоты дальнейших рассуждений предположим, что матрицы A и C — постоянные. Формула (2.6) тогда представится в виде

$$z(t) = F(t)\, z_0 + \int_{t_0}^{t} F(t-\tau)\, y(\tau)\, d\tau, \tag{3.1}$$

Пользуясь этой формулой, нетрудно получить оценку для отклонения $z(t)$:

$$\|z(t)\|_c \leqslant \max_i \sum_{k=1}^{n} |f_{ik}(t)|\, \|z_0\|_c + \int_{t_0}^{t} \max_i \sum_{k=1}^{n} |f_{ik}(t-\tau)|\, \|y(\tau)\|_c\, d\tau \tag{3.2}$$

где $f_{ik}(t)$ — элементы фундаментальной матрицы $F(t)$, а $\|x\|_c$ в данном случае равняется $\max_i |x_i|$. Из выражения (3.2) видно, что уменьшение отклонения $\|z(t)\|$ связано с уменьшением элементов фундаментальной матрицы решений системы (2.7). Для оценки элементов $f_{ik}(t)$ воспользуемся результатами работы [10]. Здесь для удобства приводятся некоторые результаты этой работы в нужном виде.

Рассматривается система линейных однородных дифференциальных уравнений

$$dx\,/\,dt = Hx \tag{3.3}$$

Будем считать, что матрица H не зависит от времени. Пусть $G(x)$ — некоторая положительно определенная квадратичная форма, $g(x) = dG\,/\,dt$ в силу (3.3) и, наконец, $N = \max g(x)$ при $G(x) = 1$. Тогда для любой координаты решения $x(t_0,\ x_0;\ t)$ системы (3.3) выполняется следующее неравенство:

$$|x_s(t_0,\ x_0;\ t)|^2 \leqslant G(x_0)\, \frac{V_{n-1}^{(s)}}{V_n}\, e^{N(t-t_0)} \qquad (s = 1, \ldots, n;\ t_0 \leqslant t < \infty) \tag{3.4}$$

Здесь V_n — определитель, соответствующий матрице квадратичной формы G, а $V_{n-1}^{(s)}$ — минор $(n-1)$-го порядка, получаемый из определителя V_n вычеркиванием S-й строки и S-го столбца. Будем считать, что матрица C подбирается таким образом, что начало координат для системы (2.7) асимптотически устойчиво. Выберем в качестве g определенно отрицательную квадратную форму $g(x) = -(x,\ x) = -(x,\ Ex)$, где E — единичная матрица. Так как система (2.7) асимптотически устойчива относительно начала координат, то найдется определенно положительная квадратичная форма $G(x) = (x,\ Vx)$ такая, что $dG\,/\,dt = g$ в силу (2.7). Матрицу V можно найти ([5], стр. 429) из матричного уравнения

$$H^*V + VH = E \qquad (H = A + D(C - A)) \tag{3.5}$$

В данном случае

$$N = \max_{G(x)=1} [-(x,\ Ex)] = \max_{(x,\ Vx)=1} \frac{(x,\ -Ex)}{(x,\ Vx)} = \max \frac{(x,\ -Ex)}{(x,\ Vx)}$$

Дальше нетрудно видеть ([5], стр. 257), что $N = -1\,/\,\mu$, где μ — максимальное собственное значение матрицы V. Пользуясь выражением (3.4), для элементов фундаментальной матрицы решения системы (2.7) можно получить оценку

$$|f_{ik}(t)|^2 \leqslant G(e_k)\, \frac{V_{n-1}^{(i)}}{V_n} \exp\left(-\frac{1}{\mu}(t - t_0)\right) \tag{3.6}$$

где e_k — единичный координатный вектор. Выражение, стоящее в правой части неравенства (3.6), является функцией элементов матрицы C. Минимизируя эту функцию при тех или иных ограничениях на элементы матрицы C, можно добиться уменьшения элементов фундаментальной матрицы системы (2.7) и вместе с этим уменьшения отклонения $\|z(t)\|$.

§ 4. Пусть теперь на правые части системы (1.2) воздействуют постоянные возмущения, тогда эта система будет иметь следующий вид:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + \varphi(t) \tag{4.1}$$

где вектор $\varphi(t)=(\varphi_1(t), \ldots, \varphi_n(t))$. Семейство переходных кривых зададим в качестве решений системы дифференциальных уравнений

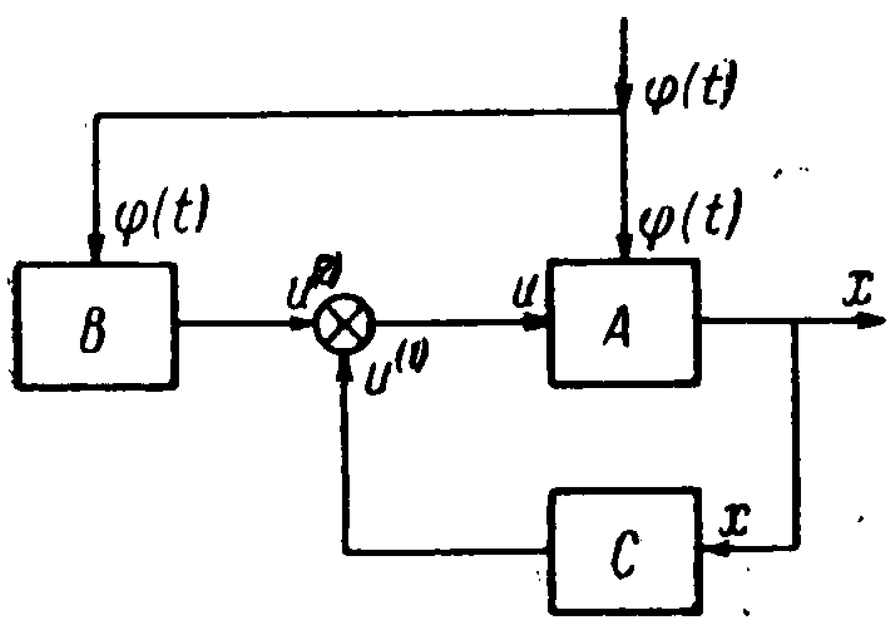
$$df / dt = Cf \tag{4.2}$$

Для простоты считаем, что $\psi(t) \equiv 0$. Минимизируя для этого случая величину (1.9), т. е. величину $\| Ax + Bu + \varphi(t) - Cx \|$, найдем, что

$$u_i(x, t) = ((C - A)x - \varphi, b_i) \qquad (i = 1, \ldots, m) \tag{4.3}$$

Обратим теперь внимание на то, что управляющие функции (4.3) можно вычислить, зная величину возмущения лишь в данный момент времени t. Это позволяет без какого-либо затруднения в построении управляющих функций рассматривать системы, подверженные случайным возмущениям. Каждую из управляющих функций (4.3) разобьем на две части $u_i^{(1)} + u_i^{(2)}$

$$u_i^{(1)}(x, t) = ((C - A)x, b_i), \qquad u_i^{(2)}(t) = (-\varphi, b_i)$$



Фиг. 2

Функция $u_i^{(1)}(x, t)$ не будет зависеть от t, если матрицы A и C — постоянные. Структурная схема системы, которую описывает уравнение (4.1), представлена на фиг. 2. Здесь A — объект регулирования, осуществляющий требуемый процесс B — корректирующее устройство, C — элемент обратной связи. В A поступают возмущения $\varphi(t)$. Одновременно они посылаются в корректирующее устройство B, которое вырабатывает управляющее воздействие $u_i^{(2)}(t)$. Элемент обратной связи C вырабатывает сигнал обратной связи $u_i^{(1)}(x, t)$. Если требуется осуществлять некоторую траекторию $\psi(t)$ при помощи подверженной случайным возмущениям системы (4.1), то управляющее воздействие будет иметь уже следующий вид:

$$u_i^{(2)}(t) = \left(\frac{d\psi}{dt} - C\psi - \varphi, b_i\right)$$

а сигнал обратной связи останется тем же. Как это было показано в § 2, поведение траектории $\psi(t)$, а также постоянно действующие возмущения $\varphi(t)$ не оказывают влияния на выбор матрицы C, который связан лишь с самой системой (1.2) и может быть произведен каким-либо образом заранее.

Автор приносит Е. А. Барбашину глубокую благодарность за внимание и руководство при выполнении работы.

Поступила 26 III 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Барбашин Е. А. Об одной задаче теории динамического программирования. ПММ, 1960, т. XXIV, вып. 6.
2. Барбашин Е. А. Об оценке среднеквадратичного значения отклонения от заданной траектории. Автоматика и телемеханика, 1960, т. XXI, № 7.
3. Барбашин Е. А. Об оценке максимума отклонения от заданной траектории. Автоматика и телемеханика, 1960, т. XXI, № 10.
4. Барбашин Е. А. О приближенном осуществлении движения по заданной траектории. Автоматика и телемеханика, 1961, т. XXII, № 6.
5. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. Гостехиздат, 1953.
6. Фельдбаум А. А. Интегральные критерии качества регулирования. Автоматика и телемеханика, 1948, т. IX, № 1.
7. Четаев Н. Г. О выборе параметров устойчивой механической системы. ПММ, 1951, т. XV, вып. 3.
8. Цыпкин Я. З. и Бромберг П. В. О степени устойчивости линейных систем. Изв. АН СССР, ОТН, 1945, № 12.
9. Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. Автоматика и телемеханика, 1960, т. XXI, № 2.
10. Горбунов А. Д. Об одном методе получения оценок решения системы обыкновенных линейных однородных дифференциальных уравнений. Вестн. МГУ, 1950, № 10.