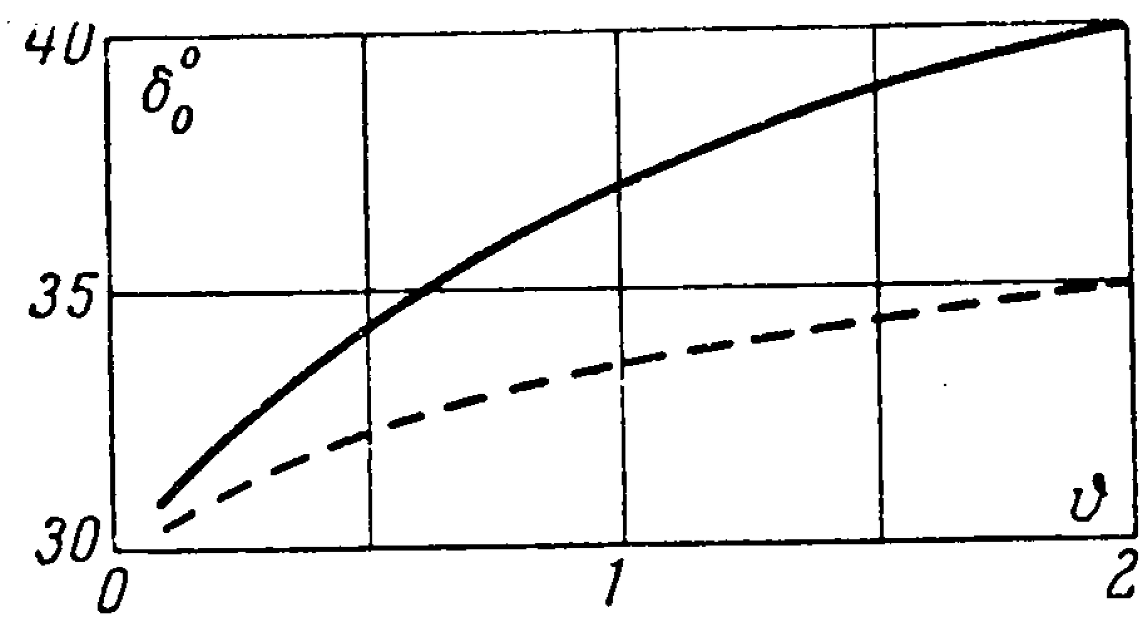
О ПОДЪЕМНОЙ СИЛЕ В СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНОМ ПОТОКЕ

В. С. Галкин (Москва)

В работе [1] показано, что если пренебречь силами, действующими на основания таких тел, как клин, конус и т. п., то подъемная сила этих тел в свободномолекулярном потоке может быть отрицательной при любых значениях угла атаки в интервале $0<\alpha\leqslant\pi/2$ и критерия $\vartheta=V/c$, где V — скорость тела, c — наиболее вероятная тепловая скорость налетающих молекул. В предлагаемой заметке показано, что этот вывод справедлив и для некоторых тел конечной длины с учетом сил, действующих на их основания.

Рассмотрим в качестве простейшего примера случай обтекания симметричного клина конечной длины с углом полураствора δ. Для обоснования вывода об отрицательности подъемной силы нужно доказать существование такого значения $\delta=\delta_0$, что при $\delta\geqslant\delta_0$ и $0\leqslant\alpha\leqslant\pi/2$ коэффициент подъемной силы клина $C_y\leqslant 0$, а при $\delta<\delta_0$ имеем $C_y>0$ в некотором интервале значений $\alpha>0$, т. е. значение $\delta=\delta_0$ необходимо определить из условия $dC_y/d\alpha=0$ при $\alpha=0$.

Пусть вектор $\mathbf{V}$ лежит в плоскости xy, перпендикулярной основанию клина; ось x антипараллельна $\mathbf{V}$; ось y получается поворотом оси x против часовой стрелки на прямой угол; α — угол между осью x и плоскостью симметрии клина; $(\pi/2-\theta)$ — угол между внешней нормалью к телу и вектором $\mathbf{V}$; подъемная сила Y направлена по оси y; q — скоростной напор; F — площадь основания клина; коэффициент подъемной силы клина $C_y=Y/qF$. Тогда формулы для давления p и касательного напряжения τ, действующих на элемент поверхности клина, имеют вид [2]



$$p=\frac{q}{2\vartheta^2}\left[\left(\sqrt{T}+\frac{2\eta}{\sqrt{\pi}}\right)\exp(-\eta^2)+\right.$$
$$\left.+(1+\sqrt{\pi T}\eta+2\eta^2)(1+\operatorname{erf}\eta)\right]\qquad(1)$$
$$\tau=\frac{q\cos\theta}{\sqrt{\pi}\vartheta}\left[\exp(-\eta^2)+\sqrt{\pi}\eta(1+\operatorname{erf}\eta)\right]$$
$$\eta=\vartheta\sin\theta$$

Здесь T — отношение температуры отраженных молекул к статической температуре набегающего потока. Используя (1), найдем, что коэффициент подъемной силы элемента поверхности, отнесенный к площади этого элемента, и коэффициент подъемной силы клина соответственно равны

$$k=\frac{\cos\theta}{2\vartheta^2}\left[\sqrt{T}\exp(-\eta^2)+(1+\sqrt{\pi T}\eta)(1+\operatorname{erf}\eta)\right],\quad C_y=\frac{k_1+k_2}{2\sin\delta}+k_3\qquad(2)$$

Здесь k_1, k_2, k_3 — соответственно коэффициенты подъемной силы элементов нижней, верхней и задней поверхностей клина. Отсюда получаем искомое условие (при $T=\mathrm{const}$)

$$\left(\sqrt{T}-\frac{2\vartheta}{\sqrt{\pi}}\frac{1-\sin^2\delta}{\sin\delta}\right)\exp(-\vartheta^2\sin^2\delta)-\sqrt{T}\exp(-\vartheta^2)+$$
$$+[1+\operatorname{erf}(\vartheta\sin\delta)]\left(1-\vartheta\sqrt{\pi T}\,\frac{1-2\sin^2\delta}{\sin\delta}\right)-(1-\operatorname{erf}\vartheta)(1-\vartheta\sqrt{\pi T})=0$$

Результаты решения этого уравнения приведены на фигуре. Сплошной линией обозначены данные при $T=1$, пунктирной — при $T=0{,}1$. При больших значениях ϑ имеем решение $\sin\delta_0\approx 1/\sqrt{2}-(4\vartheta\sqrt{\pi T})^{-1}$, которое с удовлетворительной точностью применимо при $\vartheta\geqslant 3$, $T\geqslant 1$. Таким образом, величина δ_0 существенно уменьшается вместе с ϑ. В общем случае соответствующие характерные величины, аналогичные δ_0, будут, естественно, зависеть от формы тела и от значения T.

Поступила 6 XII 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Галкин В. С. и Гладков А. А. О подъемной силе при гиперзвуковых скоростях. ПММ, 1961, т. XXV, вып. 6.
2. Hayes W. D., Probstein R. F. Hypersonic Flow Theory. Academic Press, New York, 1959.