

ГИПЕРЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ТОНКИХ ПРИТУПЛЕННЫХ ТЕЛ СТЕПЕННОЙ ФОРМЫ

В. В. Лунев (Москва)

В работах [1, 2] установлены законы подобия обтекания тонких притупленных конусов и клиньев. В предлагаемой заметке показано, что в той же постановке аналогичные законы имеют место и для тонких тел степенной формы плоских ($\nu=0$) и осесимметричных.

Пусть форма обтекаемой поверхности имеет вид

$$r = \alpha L X^n \quad (\alpha \ll 1, r \gg r_0, n = \text{const})$$

Здесь L — некоторый линейный размер, $x = LX$ — продольная координата, отсчитываемая от носка тела, r_0 — радиус миделя притупления. Согласно закону подобия обтекания тонких притупленных тел [3] решение задачи зависит от параметров

$$Ma, \quad K = \frac{1}{2} c_x r_0^{1+\nu} \alpha^{-(3+\nu)} L^{-(1+\nu)}, \quad \gamma, n$$

Здесь M — число Маха набегающего потока, c_x — коэффициент сопротивления притупленного носка, γ — показатель адиабаты. В задаче отсутствует характерная длина тела, поэтому величину L так же, как и в работах [1, 2], можно исключить из системы определяющих параметров, положив, например, $K = 1$. Тогда решение задачи, в частности, величины p и R , где $\alpha^2 \rho_\infty U_\infty^2 p$, $\alpha L R$, ρ_∞ и U_∞ — соответственно давление на поверхности тела, форма ударной волны, плотность и скорость набегающего потока, — будут функциями переменной

$$X = \frac{x}{r_0} \alpha^{(3+\nu)/(1+\nu)} \left(\frac{2}{c_x} \right)^{1/(1+\nu)}$$

Для получения качественных результатов примем приближенную грубую схему, сходную с применявшейся в работах [1, 2]. Используя закон плоских сечений и интегральный метод решения, при вычислении кинетической энергии и импульса газа примем, что вся масса возмущенного газа сосредоточена вблизи ударной волны и имеет скорость (нормальную к оси тела), равную скорости непосредственно за ударной волной. При вычислении внутренней энергии возмущенного газа примем, что в области с малой плотностью (высокоэнтропийный слой) давление постоянно и равно давлению на поверхности тела в том же сечении. В области сильно сжатого газа будем считать давление и плотность газа, равными их значениям сразу за ударной волной. Предположение о величине плотности нужно здесь для определения толщины области сильно сжатого газа.

С принятыми допущениями уравнения энергии и импульса (на единицу угла между меридиальными плоскостями в осесимметричном случае) примут вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^2 R'^2 R^{1+\nu} + \frac{p}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1} R^{1+\nu} - X^{n(1+\nu)} \right) &= 1 + 2^\nu n \int_0^X p X^{n(1+\nu)-1} dX \\ \frac{2}{\gamma+1} R^{1+\nu} R' &= 2^\nu \int_0^X p R^\nu dX \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь для простоты принято ограничение $Ma \gg 1$.

При $X \rightarrow 0$ решение уравнений (1) будет приближенным решением задачи о сильном взрыве [4], имеющем вид

$$p = \kappa_\nu X^{-2(1+\nu)/(3+\nu)}, \quad R = \chi_\nu X^{2/(\nu+3)}$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_0 &= \frac{4}{9(\gamma+1)} \chi_0^2, \quad \chi_0 = \left[\frac{9}{2} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^2 \frac{\gamma-1}{2\gamma-1} \right]^{1/3} \\ \kappa_1 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\gamma-1}{2(2\gamma-1)}}, \quad \chi_1 = 2 \sqrt{(\gamma+1) \kappa_1} \end{aligned} \quad (2)$$

При $\gamma = 1.4$ формулы (2) дают значения давления, превышающие при $\nu = 0$ и $\nu = 1$ точные [4] примерно на 10 и 20% соответственно (это отличие соответственно в два и полтора раза меньше, чем в работах [1, 2]).

При $X \rightarrow \infty$ решение уравнений (1) имеет вид

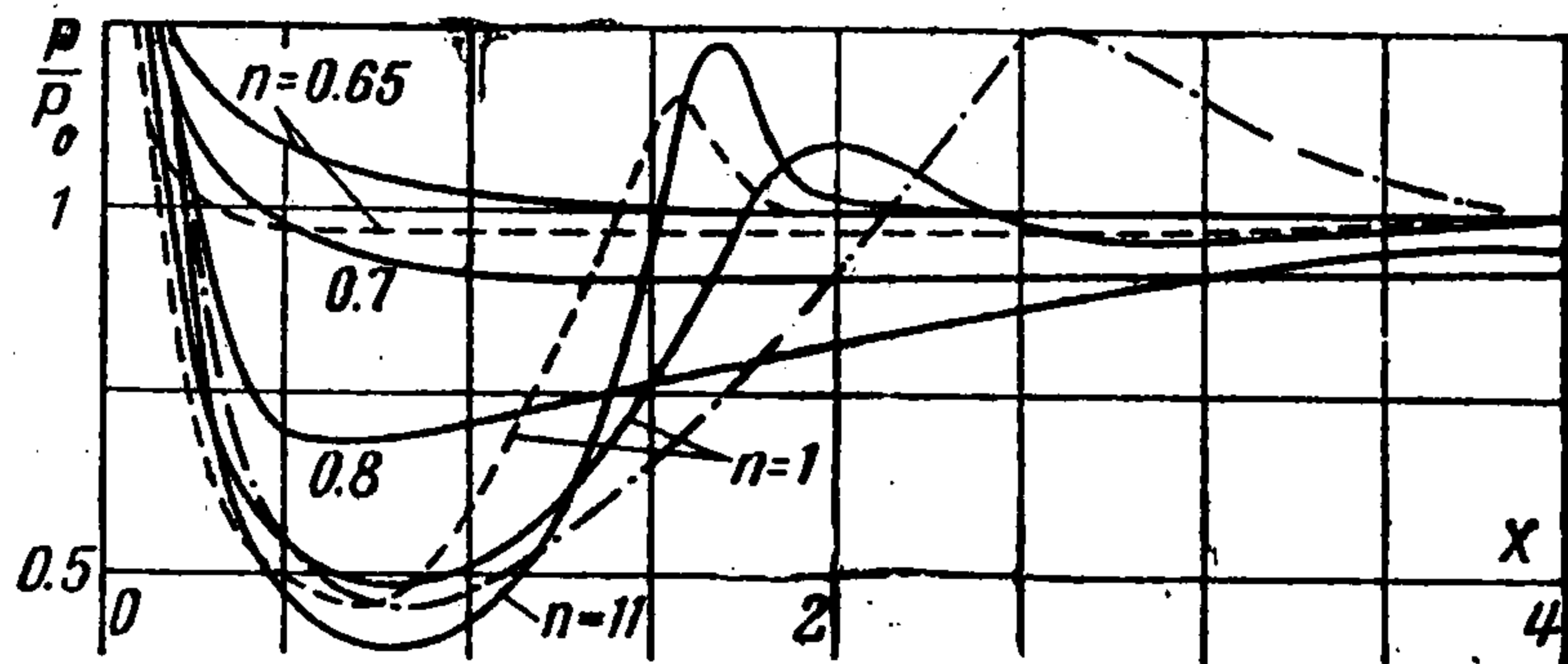
$$p = p_0 = CX^{2(n-1)}, \quad R = R_0 = BX^n \quad (3)$$

Здесь введено обозначение

$$C = \frac{2^{1-\nu} nm}{\gamma + 1} B^2, \quad B^{1+\nu} = \frac{(\gamma^2 - 1) m}{2 [2^\nu n (\gamma - 1) + m]} \left(\frac{2^\nu n}{m + n - 1} + \frac{1}{\gamma - 1} \right)$$

$$m = 2n + n\nu - 1$$

При $\gamma = 1.4$ и $\nu = 1$ формула (3) в диапазоне $\nu = 0.65 \div 1$ дает значения p , отличающиеся от точных [5] не более чем на 5%. (При этом точные и приближенные значения совпадают при $n \approx 1$, $n \approx 0.73$.)



Таким образом, уравнения (1) имеют точность, достаточную для получения качественных сравнительных результатов.

На фигуре приведены кривые отношения p/p_0 , полученные численным интегрированием системы (1) при $\nu = 1$ и различных n для $\gamma = 1.4$ (сплошные линии) и $\gamma = 1.2$ (пунктир).

Для сравнения на этой же фигуре приведена кривая работы [2] (штрихпунктир) при $\nu = n = 1$ и $\gamma = 1.4$.

Как видно, уменьшение γ приводит к сокращению области влияния притупления. С уменьшением n кривые p/p_0 теряют свой колебательный характер и при $n \approx 0.65$ становятся почти монотонными. При $\gamma = 1.4$ и $\nu = 1$ отношения C_x/C_{x_0} , где C_x и C_{x_0} — соответственно коэффициенты сопротивления притупленного и острого тел в одинаковых сечениях, при $n \leq 1$ не имеют минимума и с ростом X монотонно убывают до единицы. Таким образом, сопротивление притупленного тела степенной формы при $n \leq 1$ больше, чем сопротивление острого, при любой относительной длине тела x/r_0 . При $n = 1.1$ отношение C_x/C_{x_0} при $X = 1.5$ имеет минимум, примерно равный 0.9. Заметим, что в работе [2] такой минимум имел место при $n = 1$.

Поступила 3 IX 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Влияние малого затупления передней кромки профиля на его обтекание при большой сверхзвуковой скорости. ДАН СССР, 1957, т. 114, № 4.
2. Черный Г. Г. Обтекание тонкого затупленного конуса при большой сверхзвуковой скорости. ДАН СССР, 1957, т. 115, № 4.
3. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
4. Седов Л. И. Методы подобия и размерности. М., Гостехиздат, 1957.
5. Гродзовский Л. Г., Крашенинникова Н. Л. Автомодельные движения газа с ударными волнами, распространяющимися по степенному закону по покоящемуся газу. ПММ, 1959, т. XXIII, вып. 5.