ПАРАМЕТРЫ ПОДОБИЯ ПРИ БОЛЬШИХ ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

Ю. Л. Жилин

(Москва)

В работах Хейса и Пробстейна [1–2] показано, что при обтекании произвольного тела при $M_\infty \to \infty$ устанавливается некоторое предельное течение, которое для данного газа с учетом различных физико-химических процессов зависит только от плотности ρ_∞ и скорости U_∞ невозмущенного потока и не зависит от числа Маха, статической температуры, давления и т. д. Этот закон, известный под названием принципа гиперзвуковой стабилизации, позволяет упростить законы подобия для обтекания тел потоком совершенного газа, справедливые при умеренных сверхзвуковых скоростях. Предположим, что отношение удельных теплоемкостей газа $\varkappa$ и число Прандтля σ постоянны, а коэффициент вязкости μ является степенной функцией от температуры T

$$\mu = cT^n \qquad (c, n = \text{const})$$

Пользуясь теорией размерностей и принципом гиперзвуковой стабилизации, можно показать, что безразмерные величины

$$\varkappa, \quad \sigma, \quad n, \quad T_w/T_0, \quad R_0$$

будут параметрами подобия для обтекания произвольных геометрически подобных тел при $M_\infty \to \infty$ при одинаковом законе распределения безразмерной температуры поверхности. Здесь T_w — характерная температура поверхности тела, T_0 — температура адиабатического торможения невозмущенного потока. Параметр R_0 равен

$$R_0 = \frac{\rho_\infty U_\infty l}{\mu_0} \qquad (\mu_0 = cT_0^{\,n})$$

(l — характерная длина тела). Определенное таким образом эффективное число Рейнольдса зависит только от плотности и скорости невозмущенного потока в отличие от обычного числа Рейнольдса R_∞, которое еще зависит от его статической температуры T_∞. При больших сверхзвуковых скоростях числа R_0 и R_∞ связаны соотношением

$$\frac{R_0}{R_\infty} = \left[\frac{2}{(\varkappa - 1) M_\infty^{\,2}}\right]^n, \qquad R_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty l}{cT_\infty^{\,n}}$$

из которого следует, что увеличение числа Маха при $R_\infty = \text{const}$ приводит к уменьшению эффективного числа Рейнольдса, т. е. к увеличению влияния вязкости.

Таким образом, вместо обычного закона подобия при умеренных числах Маха, который требовал совпадения двух параметров подобия чисел M_∞ и R_∞ (или M_∞ и R_0) при больших гиперзвуковых скоростях для подобия обтекания геометрически подобных тел достаточно совпадения только одного параметра — эффективного числа Рейнольдса R_0 (наряду с $\varkappa, \sigma, n, T_w/T_0$). Так как параметр R_0 введен при самых общих предположениях относительно характера обтекания, то этот параметр должен характеризовать широкий круг явлений при больших гиперзвуковых скоростях: явления перехода, взаимодействия, отрыв потока и т. д. В частности, известный параметр Тзяна $M_\infty/\sqrt{R_\infty}$, характеризующий влияние разреженности на обтекание, при $M_\infty \to \infty$ переходит в параметр $R_0^{-1/2}$.

Рассматривая при тех же предположениях относительно свойств газа задачу о взаимодействии пограничного слоя с невязким потоком при обтекании тонких тел в обычной постановке [2], можно показать, что безразмерные параметры

$$\varkappa, \quad \sigma, \quad n, \quad T_w/T_0, \quad M_\infty\tau, \quad \tau^2\sqrt{R_0} \tag{1}$$

являются параметрами подобия при обтекании аффинно-подобных тел (τ — относительная толщина тела). Параметр $\tau^2\sqrt{R_0}$, характеризующий взаимодействие, также находится в соответствии с принципом гиперзвуковой стабилизации и поэтому справедлив при любых гиперзвуковых числах Маха. Комбинируя параметры (1), нетрудно образовать известный параметр [2,3]

$$\chi = \frac{M_\infty^{2+n}}{\sqrt{R_\infty}} = \left(\frac{2}{\varkappa - 1}\right)^{\frac{n}{2}} \frac{M_\infty^2}{\sqrt{R_0}}.$$

При умеренных гиперзвуковых скоростях ($M_\infty \tau_\Sigma = 0\,(1)$; τ_Σ — относительная толщина тела, увеличенного на толщину пограничного слоя) для подобия обтекания аффинно-подобных тонких тел необходимо соблюсти равенство параметров подобия $M_\infty\tau$ и χ (или $M_\infty\tau$ и $\tau^2\sqrt{R_0}$). Так как при $M_\infty \to \infty$ параметры $M_\infty\tau$ и χ также стремятся к бесконечности, то при больших гиперзвуковых скоростях совпадение этих двух параметров необязательно и в этом случае остается справедливым один параметр подобия — $\tau^2\sqrt{R_0}$. Очевидно, что параметр $\tau^2\sqrt{R_0}$ более удобен, чем введенный в работе [2] для случая $M_\infty \to \infty$ параметр подобия $\tau\sqrt{R_b}$ (где число Рейнольдса R_b вычисляется по плотности и вязкости потока на поверхности тела), так как он определяется непосредственно через параметры невозмущенного потока.

В случае взаимодействия влияние разреженности на обтекание характеризуется параметром $R_0^{-1/4}$ (порядок отношения длины свободного пробега к толщине пограничного слоя).

При обтекании аффинно-подобных тонких тел справедливы следующие функциональные соотношения

$$\begin{aligned}
C_p &= \frac{p(x)}{\rho_\infty U_\infty^2} = \tau^2 C_p\left(\frac{x}{l}, \varkappa, \sigma, n, \frac{T_w}{T_0}, M_\infty\tau, \tau^2\sqrt{R_0}\right)\\
C_t &= \frac{t(x)}{\rho_\infty U_\infty^2} = \frac{1}{R_0^{3/4}} C_t\left(\frac{x}{l}, \varkappa, \sigma, n, \frac{T_w}{T_0}, M_\infty\tau, \tau^2\sqrt{R_0}\right)\\
C_q &= \frac{q(x)}{\rho_\infty U_\infty^3} = \frac{1}{R_0^{3/4}} C_q\left(\frac{x}{l}, \varkappa, \sigma, n, \frac{T_w}{T_0}, M_\infty\tau, \tau^2\sqrt{R_0}\right)\\
\delta^* &= \frac{l}{R_0^{1/4}}\delta\left(\frac{x}{l}, \varkappa, \sigma, n, \frac{T_n}{T_0}, M_\infty\tau, \tau^2\sqrt{R_0}\right)
\end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь p, t и q — давление, напряжение трения и тепловой поток к поверхности тела; δ^* — толщина пограничного слоя. В случае обтекания плоской пластинки

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{R_0}} C_p\left(\frac{x}{l}, \varkappa, \sigma, n, \frac{T_w}{T_0}, \frac{M_\infty^2}{\sqrt{R_0}}\right) \quad \text{и т. д.} \qquad (3)$$

При $M_\infty \tau_\Sigma \gg 1$ наступает гиперзвуковая стабилизация обтекания и параметры, связанные с числом Маха невозмущенного потока, выпадают из числа параметров подобия в соотношениях (2) — (3).

Поступила 2 IX 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Hayes W. D. and Probstein R. F. Hypersonic Flow Theory. Academic Press, N. — L., 1959.
2. Hayes W. D. and Probstein R. F. Viscous Hyperconic Similitude. JASS, Vol. 26, No 12, 1959.
3. Лунев В. В. О подобии при обтекании тонких тел вязким газом при больших сверхзвуковых скоростях. ПММ, 1959, т. XXIII, вып. 1.