ДИФРАКЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ НА ПОДВИЖНОЙ ПЛАСТИНЕ

Е. Ф. Афанасьев

(Москва)

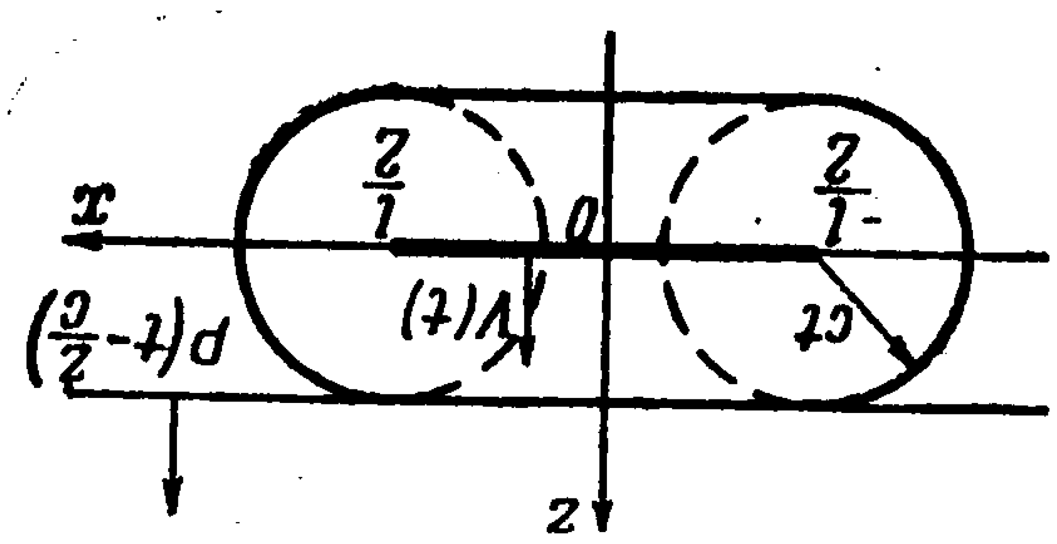
Плоская задача о дифракции нестационарной звуковой волны давления на неподвижной бесконечной пластине заданной ширины решена методом последовательных приближений в работе [1]. В общем случае под действием падающей волны давления пластина придет в движение, что значительно усложняет задачу. Ниже с помощью метода Фока [2] дается точное решение этой задачи в квадратурах с учетом перемещения пластины; определяется давление в жидкости и вычисляется сила, действующая на пластину со стороны жидкости; составляется уравнение движения пластины и дается его решение для любого момента времени; устанавливается в явном виде зависимость между профилем падающей волны и параметрами движения пластины; исследуется закон движения пластины в начальный период, равный удвоенному времени дифракции.

1. Пусть плоская волна, имеющая профиль давления

$$p = P\left(t - \frac{z}{c}\right), \qquad P(\xi) \equiv 0 \text{ при } \xi \leqslant 0$$

в момент времени $t = 0$ встречается с тонкой жесткой пластиной $-l/2 \leqslant x \leqslant l/2$, лежащей в плоскости $z = 0$ (фиг. 1).

Под действием волны пластина начнет двигаться со скоростью $v_z = V(t)$, при этом $V(0) = 0$.



Фиг. 1

Определим давление в жидкости при $t > 0$. Для этого требуется решить уравнение

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \tag{1.1}$$

при условиях

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} \quad \text{при } z = 0 \tag{1.2}$$

$$p = P\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad \text{при } t \leqslant 0 \tag{1.3}$$

Здесь $v(x, t)$—скорость в направлении оси z в плоскости $z = 0$, c и ρ_0 — скорость звука и плотность покоящейся жидкости.

Обозначим через $p_-(x, z, t)$ и $p_+(x, z, t)$ давление при $z < 0$ и $z > 0$ соответственно. Решение возьмем в виде [3, 4]

$$p_-(x, z, t) = P\left(t - \frac{z}{c}\right) + P\left(t + \frac{z}{c}\right) - \frac{c\rho_0}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{\vartheta_+} d\tau \int_{\chi_-}^{\chi_+} \frac{v(\xi, \tau)\, d\xi}{\sqrt{c^2(t-\tau)^2 - (x-\xi)^2 - z^2}}$$

$$p_+(x, z, t) = \frac{c\rho_0}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{\vartheta_-} d\tau \int_{\chi_-}^{\chi_+} \frac{v(\xi, \tau)\, d\xi}{\sqrt{c^2(t-\tau)^2 - (x-\xi)^2 - z^2}} \tag{1.4}$$

$$\vartheta_\pm = t \pm z/c, \qquad \chi_\pm = x \pm \sqrt{c^2(t-\tau)^2 - z^2}$$

Нетрудно проверить, что функции p_- и p_+ удовлетворяют уравнению (1.1), условиям (1.2) и (1.3).

Перейдем к безразмерным величинам

$$x_1 = \frac{2x}{l}, \qquad t_1 = \frac{2ct}{l}, \qquad v_1 = \frac{v}{c}, \qquad p_1 = \frac{p}{\rho_0 c^2}, \qquad P_1 = \frac{P}{\rho_0 c^2}$$

и условимся в дальнейшем опускать индекс 1.

Перепад давления на пластине

$$\Delta p = p_-(x, 0, t) - p_+(x, 0, t) = 2\left[P(t) - \frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t d\tau \int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} \frac{v(\xi, \tau)\, d\xi}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}}\right] \quad (1.5)$$

Вне пластины при $z = 0$ давление непрерывно:

$$p_-(x, 0, t) = p_+(x, 0, t) \quad \text{при } |x| > 1 \quad (1.6)$$

Функция $v(x, t)$, входящая в решение (1.4), неизвестна вне пластины. Определим эту функцию при $|x| > 1$, используя соотношение (1.6). Для этого решим интегральное уравнение первого рода

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t d\tau \int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} \frac{v(\xi, \tau)\, d\xi}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}} - \pi P(t) = 0 \quad \text{при } |x| > 1 \quad (1.7)$$

Сходное с ним уравнение решалось в работе [5].

Применим к (1.7) одностороннее преобразование Лапласа по t, обозначая через $P^*(\lambda)$, $V^*(\lambda)$ и $\varphi(x, \lambda)$ изображения функций $P(t)$, $V(t)$ и $v(x, t)$ соответственно. Учитывая, что $\varphi(-x, \lambda) = \varphi(x, \lambda)$, получим

$$\lambda\left\{\int_1^\infty [K_0(\lambda|x-\xi|) + K_0(\lambda|x+\xi|)]\,\varphi(\xi,\lambda)\, d\xi + V^*(\lambda)\int_{-1}^{1} K_0(\lambda|x-\xi|)\, d\xi\right\} - \pi P^*(\lambda) = 0 \qquad (x > 1) \quad (1.8)$$

Здесь K_0 — функция Макдональда. Для удобства положим

$$x - 1 = x_1, \qquad \varphi(x_1+1, \lambda) = \varphi_1(x_1, \lambda)$$

и опустим индекс 1; уравнение (1.8) примет вид

$$\lambda\left\{\int_0^\infty [K_0(\lambda|x-\xi|) + K_0(\lambda|x+2+\xi|)]\,\varphi(\xi, \lambda)\, d\xi + V^*(\lambda)\int_0^2 K_0(\lambda|x+\xi|)\, d\xi\right\} - \pi P^*(\lambda) = 0 \qquad (x > 0) \quad (1.9)$$

Интегральные уравнения (1.9) будем решать методом Фока [2]. Остановимся на основных моментах решения. Применяя к (1.9) преобразование Лапласа по x, получим

$$\frac{\Phi(k, \lambda)}{\sqrt{\lambda+k}} + G(k, \lambda) = \frac{\sqrt{\lambda-k}}{\pi}\int_\lambda^\infty \frac{\Phi(\xi, \lambda)}{(\xi-k)\sqrt{\xi^2-k^2}}\, d\xi \qquad (0 < \operatorname{Re} k < \operatorname{Re}\lambda) \quad (1.10)$$

Здесь

$$\Phi(k, \lambda) = \int_0^\infty e^{-kx}\varphi(x, \lambda)\, dx$$

$$G(k, \lambda) = \sqrt{\lambda-k}\left[\frac{1}{\pi}\int_\lambda^\infty \frac{\Phi(\xi, \lambda)\, e^{-2\xi}}{(\xi+k)\sqrt{\xi^2-\lambda^2}}\, d\xi - \frac{P^*(\lambda)}{k\lambda} + \frac{V^*(\lambda)}{\pi}\int_\lambda^\infty \frac{1-e^{-2\xi}}{\xi(\xi+k)\sqrt{\xi^2-k^2}}\, d\xi\right]$$

Для того чтобы решение уравнения (1.7) было ограниченное при $|x| > 1$ и $t \geqslant 0$ и интегрируемое по x в любом конечном промежутке, потребуем, чтобы функция $\Phi(k, \lambda)$ была регулярной при $\operatorname{Re} k > 0$ и стремилась к нулю при $k \to \infty$. Тогда функция $G(k, \lambda)$ регулярна в полосе $0 < \operatorname{Re} k < \operatorname{Re}\lambda$ и стремится к нулю при $k \to \infty$; поэтому эта функция может быть представлена интегралом Коши, контур которого можно деформировать так, чтобы он почти полностью охватил полосу регулярности:

$$G(k, \lambda) = -\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{G(\xi, \lambda)}{\xi-k}\, d\xi + \frac{1}{2\pi i}\int_{\lambda-i\infty}^{\lambda+i\infty} \frac{G(\xi,\lambda)}{\xi-k}\, d\xi = G_1(k, \lambda) + G_2(k, \lambda) \quad (1.11)$$

где

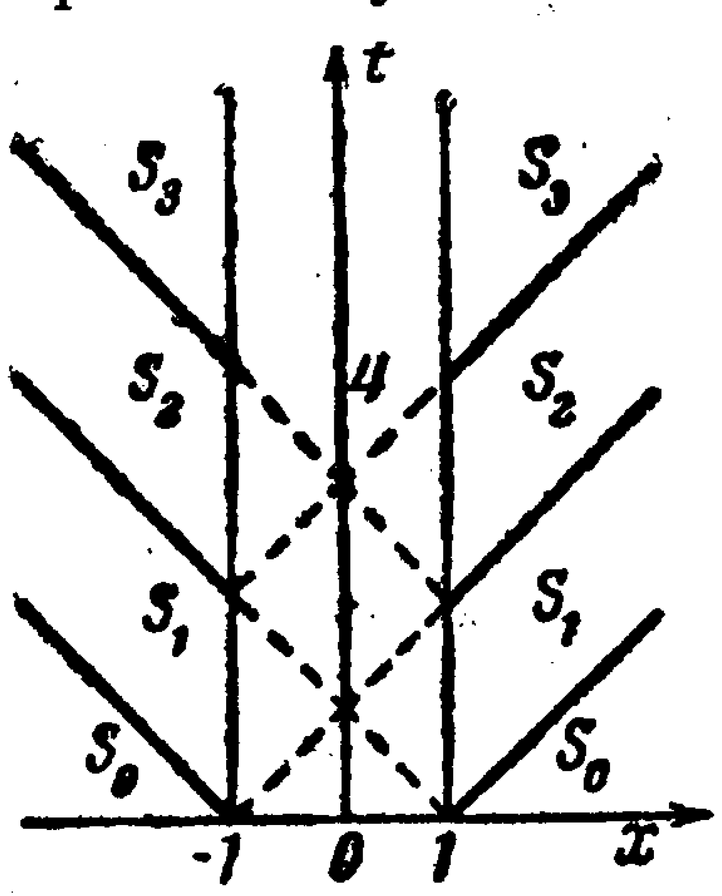
$$G_1(k,\lambda)=-\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{+i\infty}\frac{G(\xi,\lambda)}{\xi-k}\,d\xi=\frac{1}{\pi}\int_{\lambda}^{\infty}\frac{\Phi(\xi,k)\,e^{-2\xi}}{(\xi+k)\sqrt{\xi-\lambda}}\,d\xi-\frac{P^*(\lambda)}{k\sqrt{\lambda}}+$$
$$+\frac{V^*(\lambda)}{\pi}\int_{\lambda}^{\infty}\frac{1-e^{-2\xi}}{\xi(\xi+k)\sqrt{\xi-\lambda}}\,d\xi \tag{1.12}$$

регулярная функция в полуплоскости $\operatorname{Re} k>0$, а функция $G_2(k,\lambda)$ регулярная в полуплоскости $\operatorname{Re} k<\operatorname{Re}\lambda$.

Подставляя (1.11) в (1.10), получим

$$\frac{\Phi(k,\lambda)}{\sqrt{\lambda+k}}+G_1(k,\lambda)=\frac{\sqrt{\lambda-k}}{\pi}\int_{\lambda}^{\infty}\frac{\Phi(\xi,\lambda)}{(\xi-k)\sqrt{\xi^2-\lambda^2}}\,d\xi-G_2(k,\lambda) \tag{1.13}$$

В (1.13) левая часть регулярна в полуплоскости $\operatorname{Re} k>0$, а правая часть регулярна в полуплоскости $\operatorname{Re} k<\operatorname{Re}\lambda$, при этом обе части стремятся к нулю при $k\to\infty$. Следовательно, обе части уравнения (1.13) равны нулю. Отсюда, принимая во внимание (1.12), получим



Фиг. 2

$$\Phi(k,\lambda)=-\sqrt{\lambda+k}\,G_1(k,\lambda)=$$
$$=\frac{P^*(\lambda)}{k\sqrt{\lambda}}-\frac{V^*(\lambda)}{\pi}\int_{\lambda}^{\infty}\frac{1-e^{-2\xi}}{\xi(\xi+k)\sqrt{\xi-\lambda}}\,d\xi-$$
$$-\frac{1}{\pi}\int_{\lambda}^{\infty}\frac{\Phi(\xi,\lambda)\,e^{-2\xi}}{(\xi+k)\sqrt{\xi-\lambda}}\,d\xi \qquad (\operatorname{Re}k>0) \tag{1.14}$$

Из (1.14) обратным преобразованием Лапласа сначала по k, а потом по λ, получим распределение скорости при $z=0$ в плоскости переменных x, t

$$v(x,t)=V(t) \quad \text{в } S, \qquad v(x,t)=P(t) \quad \text{в } S_0$$
$$v(x,t)=P(t)+\frac{1}{\pi\sqrt{|x|-1}}\int_{|x|-1}^{t}[P(t-\tau)-V(t-\tau)]\,\frac{\sqrt{\tau-|x|+1}}{\tau}\,d\tau \quad \text{в } S_1 \tag{1.15}$$

а для скорости в остальных областях получим рекуррентную формулу

$$v(x,t)=P(t)+\frac{1}{\pi\sqrt{|x|-1}}\left(\int_{|x|-1}^{t}P(t-\tau)\,\frac{\sqrt{\tau-|x|+1}}{\tau}\,d\tau-\right. \tag{1.16}$$
$$\left.-\int_{|x|-1}^{|x|+1}V(t-\tau)\,\frac{\sqrt{\tau-|x|+1}}{\tau}\,d\tau-\int_{|x|+1}^{t}v(\tau-|x|,\,t-\tau)\,\frac{\sqrt{\tau-|x|+1}}{\tau}\,d\tau\right) \quad \text{в } S_n$$

где подынтегральная функция $v(x,t)$ известна, если найдено решение в областях $S_1, S_2, \ldots, S_{n-1}$ (фиг. 2).

Для неподвижной пластины в (1.16) следует положить $V(t)\equiv 0$, и в этом случае задачу можно считать законченной. Давление в жидкости вычисляется по формуле (1.4), перепад давлений на пластине по формуле (1.5).

В случае подвижной пластины требуется составить уравнение движения пластины и, решая его, определить функцию $V(t)$, на чем и остановимся.

2. Вычислим распределение перепада давления на пластине при $x\geqslant 0$. В начальный период времени в зависимости от значений x и t возможны три случая (фиг. 3).

Первый случай $0 \leqslant x \leqslant 1-t,\ t \leqslant 1$ (фиг. 3, а)

$$\Delta p_1 = 2\left[P(t) - \frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\iint\limits_{\sigma}\frac{V(\tau)\,d\xi d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}}\right] = 2\,[P(t) - V(t)] \tag{2.1}$$

Второй случай $1-t \leqslant x \leqslant 1,\ t \leqslant 1$ и $t-1 \leqslant x \leqslant 1,\ t \geqslant 1$ (фиг. 3,б)

$$\Delta p_2 = 2\left\{P(t) - \frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\left[\iint\limits_{\sigma+\sigma'}\frac{V(\tau)\,d\xi\,d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}} + \iint\limits_{\sigma_0+\sigma_1}\frac{P(\tau)\,d\xi\,d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \iint\limits_{\sigma_1}\frac{f(\xi,\tau)\,d\xi\,d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}}\right]\right\}$$

Здесь

$$f(x,t) = \frac{1}{\pi\sqrt{x-1}}\int\limits_{x-1}^{t}[P(t-\tau) - V(t-\tau)]\frac{\sqrt{\tau-x+1}}{\tau}\,d\tau$$

Переходя к характеристическим координатам

$$x_1 = t + x, \qquad t_1 = t - x$$

можно показать, что

$$\iint\limits_{\sigma_1}\frac{f(\xi,\tau)\,d\xi\,d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}} = \iint\limits_{\sigma'}\frac{[P(\tau)-V(\tau)]\,d\xi d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}} \tag{2.2}$$

Принимая во внимание (2.2), после громоздких вычислений получим (2.3)

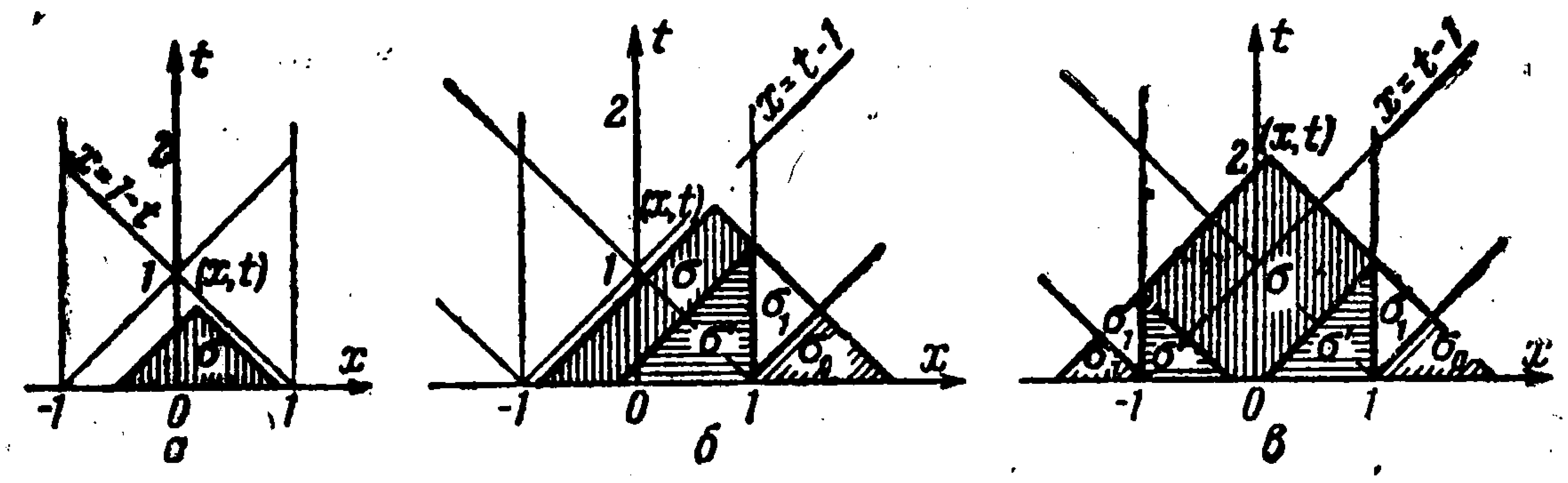
$$\Delta p_2 = 2\left(P(t) - V(t) - \frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{0}^{t-(1-x)}[P(\tau) - V(\tau)]\left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(1 - 2\,\frac{1-x}{t-\tau}\right)\right]d\tau\right)$$

Третий случай $0 \leqslant x \leqslant t-1,\ t \geqslant 1$ (фиг. 3, в). По аналогии с предыдущим случаем получим

$$\Delta p_3 = 2\left\{P(t) - V(t) - \frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{0}^{t-(1-x)}[P(\tau) - V(\tau)]\left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(1 - 2\,\frac{1-x}{t-\tau}\right)\right]d\tau - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{0}^{t-(1+x)}[P(\tau) - V(\tau)]\left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(1 - 2\,\frac{1+x}{t-\tau}\right)\right]d\tau\right\} \tag{2.4}$$

Отметим, что в (2.1), (2.3) и (2.4) член $2P(t)$ выражает давление на неподвижной неограниченной пластине, член $-2V(t)$ — изменение перепада вследствие ее перемещения, а интегральные члены учитывают влияние дифракции на краях.



Фиг. 5

Сила, действующая на пластину единицы длины

$$F(t) = 2\int\limits_{0}^{1}\Delta p dx = 2\left[\int\limits_{0}^{1-t}\Delta p_1 dx + \int\limits_{1-t}^{1}\Delta p_2 dx\right] \qquad \text{при } 0 \leqslant t \leqslant 1$$

$$F(t) = 2\int\limits_{0}^{1}\Delta p dx = 2\left[\int\limits_{0}^{t-1}\Delta p_3\, dx + \int\limits_{t-1}^{1}\Delta p_2 dx\right] \qquad \text{при } 1 \leqslant t \leqslant 2$$

Опуская вычисления, в обоих случаях получим

$$F(t)=4\left(P(t)-V(t)-\frac{1}{2}\int_0^t [P(\tau)-V(\tau)]\,d\tau\right) \qquad (0\leqslant t\leqslant 2) \tag{2.5}$$

Для времени $t>2$ аналогично получим

$$F(t)=4\left(P(t)-V(t)-\frac{1}{2}\int_{2n}^t [P(t)-V(\tau)]\,d\tau-R_n(t)\right) \qquad \left(\begin{matrix}2n\leqslant t\leqslant 2n+2\\ n=1,2,\ldots\end{matrix}\right) \tag{2.6}$$

Здесь

$$R_n(t)=\frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_0^1 dx\int_0^{2n} d\tau\int_{\xi_1}^{\xi_2}\frac{v(\xi,\tau)\,d\xi}{\sqrt{(t-\tau)^2-(x-\xi)^2}}+\int_0^{x_2} dx\int_{2n}^{\tau_1} d\tau\int_{\xi_3}^{\xi_4}\frac{v(\xi,t)-P(\tau)}{\sqrt{(t-\tau)^2(x-1+\xi)^2}}\,d\xi\right]$$

$$\xi_1=x-(t-\tau),\quad \tau_1=(t+2n-x)/2,\quad \xi_3=\tau+1-2n$$

$$\xi_2=x+(t-\tau),\quad x_2=t-2n,\quad \xi_4=1-x+t-\tau$$

известная функция, если найдено решение при $t\leqslant 2n$.

Предположим, что на пластину кроме гидродинамического давления больше никакие силы не действуют. Уравнение Ньютона в безразмерных величинах будет иметь вид

$$V'(t)=\frac{\varepsilon}{4}F(t) \qquad \left(\varepsilon=\frac{l\rho_0}{h\rho}\right) \tag{2.7}$$

где h — толщина, ρ — плотность пластины.

Используя (2.5) и (2.6), дифференцируя (2.7) один раз по t, получим

$$V''(t)+\varepsilon V'(t)-\frac{1}{2}\varepsilon V(t)=\varepsilon\left[P'(t)-\frac{1}{2}P(t)\right] \qquad (0\leqslant t\leqslant 2) \tag{2.8}$$

$$V''(t)+\varepsilon V'(t)-\frac{1}{2}\varepsilon V(t)=\varepsilon\left[P'(t)-\frac{1}{2}P(t)-R_n'(t)\right] \qquad \left(\begin{matrix}2n\leqslant t\leqslant 2n+2\\ n=1,2,\ldots\end{matrix}\right)$$

Условия

$$V(0)=0, \qquad V'(0)=\varepsilon P(0)$$

$$V=V(2n),\qquad V'=\varepsilon[P(2n)-V(2n)-R_n(2n)] \qquad \text{при } t=2n \tag{2.9}$$

где $V(2n)$ и $R_n(2n)$ известны, если найдено решение при $t\leqslant 2n$.

Решая эти уравнения, получим (2.10)

$$V(t)=\frac{\varepsilon}{\lambda_1-\lambda_2}\int_0^t P(t-\tau)\left[\left(\lambda_1-\frac{1}{2}\right)e^{\lambda_1\tau}-\left(\lambda_2-\frac{1}{2}\right)e^{\lambda_2\tau}\right]d\tau \qquad (0\leqslant t\leqslant 2)$$

$$V(t)=\frac{\varepsilon}{\lambda_1-\lambda_2}\int_0^{t-2n} P(t-\tau)\left[\left(\lambda_1-\frac{1}{2}\right)e^{\lambda_1\tau}\left(\lambda_2-\frac{1}{2}\right)e^{\lambda_2\tau}\right]d\tau+\frac{V(2n)}{\lambda_1-\lambda_2}[\lambda_1 e^{\lambda_1(t-2n)}-$$

$$-\lambda_2 e^{\lambda_2(t-2n)}]-\frac{\varepsilon}{\lambda_1-\lambda_2}\int_0^{t-2n} R_n(t-\tau)(\lambda_1 e^{\lambda_1\tau}-\lambda_2 e^{\lambda_2\tau})\,d\tau \qquad \left(\begin{matrix}2n\leqslant t\leqslant 2n+2\\ n=1,2,\ldots\end{matrix}\right)$$

где

$$\lambda_{1,2}=-(\varepsilon\mp\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon})/2$$

Таким образом, скорость пластины определяется последовательно через интервал времени $\Delta t=2$ по формулам (2.10).

Решая уравнения (2.8) относительно $P(t)$, получим

$$P(t)=\frac{1}{\varepsilon}\left[V'(t)+\left(\varepsilon+\frac{1}{2}\right)V(t)+\frac{1}{4}\int_0^t e^{(t-\tau)/2}V(\tau)\,d\tau\right] \qquad (0\leqslant t\leqslant 2)$$

$$P(t)=\frac{1}{\varepsilon}\left\{V'(t)-V'(2n)+\left(\varepsilon+\frac{1}{2}\right)[V(t)-V(2n)]+\varepsilon[R_n(t)-R_n(2n)]+\right. \tag{2.11}$$

$$\left.+\frac{1}{4}\int_{2n}^t e^{(t-\tau)/2}[V(\tau)-2\varepsilon R_n(\tau)]\,d\tau\right\} \qquad \left(\begin{matrix}2n\leqslant t\leqslant 2n+2\\ n=1,2,\ldots\end{matrix}\right)$$

Формулы (2.11) могут быть использованы для определения в акустическом приближении профиля падающей ударной волны по известным из эксперимента параметрам движения пластины, взятой в качестве механического датчика.

Исследуем закон движения пластины в начальный период времени $0 \leqslant t \leqslant l/c$. Возвращаясь к размерным величинам в (2.10), получим

$$V(t) = \frac{1}{\rho h} \int_0^t P(t-\tau) \left[\frac{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon} - \varepsilon - 1}{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon}} \exp\left(\frac{2\lambda_1 c}{l}\tau\right) + \frac{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon} + \varepsilon + 1}{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon}} \exp\left(\frac{2\lambda_2 c}{l}\tau\right) \right] d\tau \qquad (2.12)$$

Пусть волна короткая. Тогда ее действие можно рассматривать как импульсный удар. Обозначая через I удельный импульс волны, из (2.12) получим

$$V(t) = \frac{I}{\rho h} \left[\frac{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon} - \varepsilon - 1}{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon}} \exp\left(\frac{2\lambda_1}{l} t\right) + \frac{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon} + \varepsilon + 1}{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon}} \exp\left(\frac{2\lambda_2}{l} t\right) \right]$$

Отметим, что $V(t) = 0$ в момент времени

$$t^* = \frac{l}{c} \frac{\ln(\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon} + \varepsilon + 1)}{\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon}}, \qquad t^* \leqslant \frac{l}{c}, \qquad \frac{dt^*}{d\varepsilon} < 0 \qquad (2.13)$$

Отсюда следует, что в случае короткой волны в течение времени, пока дифракционная волна от одного края пластины дойдет до другого, наступит момент, когда скорость пластины уменьшится до нуля, а затем изменит знак; очевидно в этот момент пластина будет иметь наибольшее перемещение

$$u_{\max} = \int_0^{t^*} V(\tau)\, d\tau = \frac{Il}{\rho hc\varepsilon} \left[1 - (\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon} + \varepsilon + 1)^{-\varepsilon/\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon}} \right]$$

Пусть волна имеет постоянный профиль $P = P_0$. Тогда из (2.12) найдем

$$V_{\max} = V(t^*) = \frac{P_0 l}{\rho hc\varepsilon} [1 - (\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon} + \varepsilon + 1)^{-\varepsilon/\sqrt{\varepsilon^2+2\varepsilon}}]$$

где t^* то же самое, что и в (2.13). Отсюда следует, что в этом случае ускорение меняет знак в момент t^*.

Из рассмотрения этих случаев можно сделать заключение, что и в случае любых других профилей давления, удовлетворяющих условию $P'(t) \leqslant 0$, в течение времени $t \sim l/c$ скорость пластины и ускорение изменят направление. Этот результат объясняется сильным влиянием сопротивления жидкости и дифракции на движение пластины. Отсюда можно ожидать, что в дальнейшем пластина будет совершать затухающее движение возле некоторого предельного положения.

Поступила 26 VII 1961 Институт механики АН СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Fox E. N. The diffraction of saund pulses by infinitely strip. Philos. Trans. Roy. Soc, London. A, 1948, 241, No 828, p. 71—103.
2. Фок В. А. О некоторых интегральных уравнениях математической физики. Матем. сбор., 1944, т. 14 (56), вып. 1—2.
3. Мюнтц Г. Интегральные уравнения. ГТТИ, 1934.
4. Афанасьев Е. Ф. Отражение звуковых волн от плоскости с деформируемой частью в виде мембраны. Инж. ж., 1961, т. 1, вып. 2.
5. Флитман Л. М. Об одной смешанной краевой задаче для волнового уравнения. ПММ, 1958, т. XXII, вып. 6.