

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ, СВЯЗАННЫЕ С МОДЕЛЬЮ СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНОГО ПОТОКА

Н. Т. Пащенко

(Москва)

Теплообмену в сильно разреженных газах посвящено значительное число работ. В работах [1,2] и ряде последующих рассматривались вопросы определения равновесной температуры движущихся с постоянной скоростью тел (пластина, цилиндр); тела предполагались абсолютно теплопроводными, подсчитывался интегральный приток тепла ко всей поверхности; при этом, в силу принятого предположения об абсолютной теплопроводности, оставались невыясненными вопросы, связанные с различным нагреванием элементов поверхности, неодинаково ориентированных по отношению к скорости обтекания; кроме того, вследствие стационарности задачи, оставался за пределами рассмотрения процесс установления равновесной температуры, что, как будет показано, существенно на больших высотах.

В предлагаемой работе при использовании полученного в работе [3] выражения для притока тепла определяется температура тонкого тела, совершающего, кроме поступательного, малые нестационарные движения<sup>1</sup> как в случае только конвективного теплообмена, так и при излучении; при этом температура определяется как функция времени, местного угла атаки, скорости, характеристик поверхности и термодинамических параметров среды на рассматриваемой высоте; отмечается существенная зависимость времени установления равновесной температуры от высоты. Для принятой модели взаимодействия газа с поверхностью находятся температура газа на границе с поверхностью и температура поверхности и указывается на зависимость скачка температуры между газом и стенкой от принятой модели взаимодействия. Отмечается некоторая аналогия между газодинамической температурой торможения и равновесной температурой пластины в свободномолекулярном потоке. Этот факт, а также установленная в [3] аналогия между выражением для избыточного давления и используемой в газодинамике формулой «поршневой теории» может служить некоторым основанием для применения полученных здесь выражений для температуры в области механики сплошной среды.

1. Пусть в сильно разреженном газе тело движется поступательно с постоянной скоростью  $V$  относительно некоторой, фиксированной в пространстве системы отсчета (невозмущенное движение) и при этом может совершать малые нестационарные движения относительно этого невозмущенного. Тогда, согласно принятой в работе [3] кинетической модели газа, при указанных там ограничениях на форму и движение тела, имеем, что приток тепла за время  $dt$  к элементу поверхности  $ds$  определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \Delta Q = & \frac{\varepsilon \rho_{\infty}}{2} \left\{ \frac{2Rc^{\circ}}{\sqrt{\pi}} \left[ T_{\infty} - T_{\infty}(1-\alpha) \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{V^{\alpha} V^{\beta} g_{\alpha\beta}}{c^{\circ 2}} \right) - \alpha T_w \right] + \right. \\ & + \frac{c^{\circ}}{2\sqrt{\pi}} [V^{\alpha} V^{\beta} g_{\alpha\beta} + 2V^{\alpha} w_{./t}^{\beta} g_{\alpha\beta}] + \frac{1}{2} V^{\alpha} V^{\beta} g_{\alpha\beta} (w_{./i}^3 - V^{\gamma} w_{./\gamma}^3) + \\ & \left. + \frac{R}{2} \left[ 5T_{\infty} - 4T_{\infty}(1-\alpha) \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{V^{\alpha} V^{\beta} g_{\alpha\beta}}{c^{\circ 2}} \right) - 4\alpha T_w \right] (w_{./i}^3 - V^{\gamma} w_{./\gamma}^3) \right\} ds dt \quad (1.1) \end{aligned}$$

Все тензорные величины рассматриваются в координатах, нормально связанной с невозмущенным состоянием поверхности; приняты следующие обозначения:  $\rho_{\infty}, T_{\infty}$  — плотность и температура покоящейся среды,  $c^{\circ}$  — наиболее вероятная скорость хаотического движения молекул,  $w_{./s}^i, w_{./t}^i$  — ковариантные производные компонент вектора смещения по координатам и времени,  $w_{./3}^3 = -1$ ,  $R$  — газовая постоянная,  $g_{\alpha\beta}$  — основной метрический тензор рассматриваемой координатной системы,  $\alpha$  — коэффициент

<sup>1</sup> Аналогичные рассмотрения могут быть проведены для определения температуры поверхности толстых выпуклых тел в стационарном движении, только вместо выражения (1.1) настоящей работы, следует использовать соответствующие выражения для притока тепла, приводимые, например, в [1,2].

аккомодации,  $\varepsilon$  — коэффициент диффузного отражения,  $T_w$  — температура поверхности.

При определении нагревания тела примем следующую термомеханическую модель. Будем предполагать, что примыкающий к  $ds$  слой твердого тела (в дальнейшем этот слой будем называть телом или элементом поверхности) имеет толщину  $h$ , достаточно малую для того, чтобы можно было приписать массе, заключенной в объеме  $hds$ , одну и ту же температуру  $T_w$ ; внутреннюю поверхность слоя при этом будем считать адиабатически изолированной. Тогда в рассматриваемый объем  $hds$  поступает через  $ds$  тепло  $\Delta Q$  за счет соударений с молекулами газа, через боковые грани —  $\Delta Q_1$  за счет теплопроводности со стороны внешних по отношению к  $hds$  частей твердого тела и отдается через  $ds$  тепло  $\Delta Q_2$  за счет излучения (предполагается, что поверхность излучает как абсолютно черное тело по закону Стефана — Больцмана). Таким образом, количество тепла  $\Delta Q_3$ , затрачиваемое на нагревание элемента поверхности, выражается из условия теплового баланса соотношением

$$\Delta Q_3 = c\rho_w hds dT_w, \quad \Delta Q_3 = \Delta Q + \Delta Q_1 - \Delta Q_2 \quad (1.2)$$

Здесь  $c$  и  $\rho_w$  — удельная теплоемкость и плотность тела соответственно.

Выразим  $\Delta Q_1$  и  $\Delta Q_2$  через параметры среды и тела. Легко видеть, что

$$\Delta Q_1 = kT_{w/\alpha\beta} g^{\alpha\beta} hds dt \quad (1.3)$$

где  $k$  — коэффициент теплопроводности твердого тела,  $T_{w/\alpha\beta} g^{\alpha\beta}$  — оператор Лапласа от функции  $T_w$  в рассматриваемой координатной

$$\Delta Q_2 = \sigma T_w^4 ds dt \quad (1.4)$$

где  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана<sup>1</sup>.

Подставляя (1.1), (1.3) и (1.4) в (1.2), получим, вообще говоря, нелинейное уравнение в частных производных для определения температуры поверхности  $T_w$  в зависимости от времени  $t$ , координат  $x^i$ , свойств поверхности, характеристик движения тела и термодинамических параметров газовой среды на рассматриваемой высоте

$$\begin{aligned} T_{w/t} = & \frac{kT_{w/\alpha\beta} g^{\alpha\beta}}{c\rho_w} + \frac{\varepsilon\rho_\infty}{2c\rho_w h} \left\{ \frac{2Rc^\circ}{\sqrt{\pi}} \left[ T_\infty - T_\infty \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{V^\alpha V^\beta g_{\alpha\beta}}{c^{\circ 2}} \right) (1 - \alpha) - \alpha T_w \right] + \right. \\ & \left. + \frac{c^\circ}{2\sqrt{\pi}} (V^\alpha V^\beta g_{\alpha\beta} + 2V^\alpha w_{./t}^\beta g_{\alpha\beta}) + \frac{1}{2} (V^\alpha V^\beta g_{\alpha\beta}) (w_{./t}^3 - V^\gamma w_{./\gamma}^3) + \right. \\ & \left. + \frac{R}{2} \left[ 5T_\infty - 4T_\infty \left( 1 + \frac{2}{3} \frac{V^\alpha V^\beta g_{\alpha\beta}}{c^{\circ 2}} \right) (1 - \alpha) - 4\alpha T_w \right] (w_{./t}^3 - V^\gamma w_{./\gamma}^3) \right\} - \frac{\sigma T_w^4}{c\rho_w h} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Вопросы, связанные с теплопроводностью вдоль поверхности, в данной работе рассматриваться не будут, в связи с чем первый член в правой части уравнения (1.5) опускается; таким образом, исключаем из рассмотрения тепловое взаимодействие частей тела между собой. Тогда уравнение (1.5) превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение относительно неизвестной функции  $T_w$ , где время  $t$  является независимой переменной, а координаты  $x^i$  — параметрами; вектор смещения  $\mathbf{w}(x^i, t)$ , характеризующий нестационарные движения поверхности, предполагается заданной функцией координат и времени. Уравнение (1.5) можно представить в виде

$$\frac{dT}{dt} = B_1 - B_2 T + B_3 + B_4 - B_5 T^4 \quad (1.6)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$T = T_w / T_\infty, \quad V^\alpha V^\beta g_{\alpha\beta} / c^{\circ 2} = S^2, \quad \frac{w_{./t}^3 - V^\alpha w_{./\alpha}^3}{c^\circ} = S_n, \quad \frac{\varepsilon\rho_\infty R c^\circ}{c\rho_w h \sqrt{\pi}} = a_1 \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} B_1 = a_1 \left[ 1 - (1 - \alpha) \left( 1 + \frac{2}{3} S^2 \right) + \frac{S^2}{2} \right], \quad B_2 = a_1 \alpha [1 + \sqrt{\pi} S_n], \quad B_3 = a_1 V^\alpha w_{./t}^\beta g_{\alpha\beta} / c^{\circ 2} \\ B_4 = a_1 \sqrt{\pi} S_n \left[ \frac{1}{2} S^2 + 1.25 - (1 - \alpha) \left( 1 + \frac{2}{3} S^2 \right) \right], \quad B_5 = \frac{\sigma T_\infty^3}{\rho_w h} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> В случае, когда тело не является абсолютно черным, в правой части равенства добавляется множитель, характеризующий степень черноты.

Выясним на простейших частных задачах характерные особенности явлений, которые могут быть охвачены принятыми моделями газа и тела (имеется в виду кинетическая модель газа и термомеханическая модель тела).

2. Рассмотрим случай чисто конвективного теплообмена (излучение отсутствует). Уравнение (1.6) становится линейным

$$\frac{dT}{dt} = B_1 - B_2 T + B_3 + B_4 \quad (2.1)$$

и общее решение его дается формулой

$$T = \exp\left(-\int_0^t B_2 dt\right) \left[ T_{00} + \int_0^t (B_1 + B_3 + B_4) \exp\left(\int_0^x B_2 dx\right) dt \right] \quad \left( T_{00} = \frac{T_{w_0}}{T} \right) \quad (2.2)$$

где  $T_{00}$  — безразмерная начальная температура элемента поверхности

Пусть тело совершает лишь невозмущенное движение, тогда  $B_i$  не зависят от времени, общее решение в этом случае при  $B_2 \neq 0$  имеет вид<sup>1</sup>

$$T = T_{00} \exp(-B_2 t) + [1 - \exp(-B_2 t)] \frac{(B_1 + B_3 + B_4)}{B_2}$$

или, подставляя вместо  $B_i$  их выражения, вводя местный угол наклона  $\beta$  и заменяя  $S$  его значением

$$S = \sqrt{1/2\kappa M}$$

получим

$$T = T_{00} \exp[-a_1 \alpha t (1 + \sqrt{\kappa\pi/2M\beta})] + \frac{1}{\alpha} \left\{ 1 + (1 - \alpha) \left( 1 + \frac{\kappa M^2}{3} \right) + \frac{\kappa M^2}{4} + \frac{\sqrt{\kappa\pi/2M\beta}}{4(1 + \sqrt{\kappa\pi/2M\beta})} \right\} \{ 1 - \exp[-a_1 \alpha t (1 + \sqrt{\kappa\pi/2M\beta})] \} \quad (2.3)$$

Отсюда при  $t \rightarrow \infty$  находим устанавливающуюся с течением времени безразмерную равновесную температуру

$$T_e = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 + (1 - \alpha) \left( 1 + \frac{\kappa M^2}{3} \right) + \frac{\kappa M^2}{4} + \frac{\sqrt{\kappa\pi/2M\beta}}{4(1 + \sqrt{\kappa\pi/2M\beta})} \right] \quad (2.4)$$

На пластине, движущейся без угла атаки, при  $\alpha = 1$  устанавливается равновесная температура

$$T_e = 1 + \frac{\kappa M^2}{4} \quad (2.5)$$

Согласно ограничениям, налагаемым в работе [3] на форму и движение тела ( $S_n \ll 1$ ), особенности в выражениях (2.3), (2.4) находятся вне пределов применимости выражения для притока тепла в виде (1.1) (появление особенности является результатом проведенной в [3] линеаризации); наличие особенности может служить некоторым указанием на пределы приемлемых значений  $M\beta$ .

Рассмотрим устанавливающуюся температуру как функцию местного угла атаки. Легко видеть, что температура на обращенных к потоку частях поверхности выше температуры, устанавливающейся на пластине. Найдем разность равновесных температур  $\Delta T_e$  для двух элементов поверхности, наклоненных под углами  $\beta$  и  $-\beta$  по отношению к направлению скорости набегающего потока

$$\Delta T_e = \frac{M\beta}{2\alpha} \sqrt{\frac{\kappa\pi}{2}} \frac{1}{1 - \kappa\pi/2 M^2\beta^2} \quad (2.6)$$

Проведенные для ряда значений  $M$  и  $\beta$  расчеты показывают, что разность температур в рассматриваемых точках поверхности составляет, как правило, небольшой процент от соответствующей температуры пластины без угла атаки, по крайней мере в области допустимых  $M\beta$  (очевидно, с ростом  $M$  допустимые значения углов атаки  $\beta$

<sup>1</sup> Случай  $B_2 = 0$  по смыслу величин, определяющих  $B_2$  (1.7), может иметь место либо при  $\alpha = 0$ , либо при  $\varepsilon = 0$ . Первый случай соответствует независимому от температуры поверхности притоку тепла и приводит, как видно из (2.2), к линейному возрастанию со временем температуры поверхности. В случае  $\varepsilon = 0$  приток тепла к поверхности отсутствует и во все время движения температура остается равной первоначальной.

уменьшаются), однако может оказаться, что учет этой разности температур будет важным при определении возникающих в конструкции термических напряжений.

В работах [1,2] определялась лишь равновесная температура, не зависящая, как видно из (2.4), от высоты. Следует отметить, однако, как показывают расчеты по формуле (2.3), на больших высотах ( $\approx 100$  км и выше) процесс установления равновесной температуры протекает крайне медленно, как можно видеть по данным таблицы и фиг. 1, где пунктирными кривыми дана зависимость температуры тела  $T_1$  без учета излучения и сплошными — температура тела  $T_2$  с учетом излучения. Так, например, при движении тела без угла атаки на высотах 150—200 км с безразмерной скоростью  $S = 20$  в течение двух с половиной часов температура поверхности практически останется равной начальной температуре. Несмотря на то, что при отсутствии излучения равновесная температура не зависит от высоты, время установления этой температуры определяется главным образом высотой.

Рассмотрим выражение для устанавливающейся на пластине равновесной температуры (2.5). Из теории пограничного слоя известно [4], что при обтекании пластины стационарным потоком сжимаемого газа с числом Прандтля, равным единице, при температурных граничных условиях так называемой «адиабатической стенки» (предполагается, что температура газа на границе с пластиной равна температуре пластины) существует интеграл уравнения энергии, интеграл Стодола — Крокко, записываемый для безразмерной температуры в виде

$$T_e^* = 1 + \frac{1}{2} (\kappa - 1) M^2 \quad (2.7)$$

Нетрудно обнаружить сходство получаемой в рассматриваемом случае равновесной температуры (2.5) с интегралом Стодола — Крокко. Сравнивая (2.5) и (2.7), можно видеть, что при  $\alpha = 1$  выражения эти отличаются лишь множителем при  $\kappa$  и совпадают при  $\kappa = 2$ ; при  $\kappa < 2$  равновесная температура (2.6), устанавливающаяся на пластине в свободномолекулярном потоке, выше соответствующей температуры торможения (2.7) континуального течения, что находится в согласии с результатами [2], но не выше кинетической<sup>1</sup> температуры  $T_k = 1 + \kappa M^2/3$  свободномолекулярного потока с массовой скоростью  $V$ .

В общем случае  $\alpha \neq 0$  устанавливающаяся на поверхности равновесная температура (2.4) зависит от величины  $\alpha$ ; особым случаем является  $\alpha = 0$ , когда тело получает тепло, но не отдает, в результате чего температура неограниченно растет и, как видно из (2.2), не существует стационарного ограниченного решения задачи.

Принимаемое в упомянутой задаче пограничного слоя граничное условие по температуре (равенство температуры поверхности и газа на границе с поверхностью) не является единственным и не всегда может иметь место. Так, принятая модель взаимодействия молекул газа с поверхностью уже определяет значение температуры газа на границе со стенкой, которое оказывается отличным от устанавливающейся на поверхности равновесной температуры  $T_e$  (2.4). Полученная при помощи граничного значения функции распределения ([3], формула 1.1)) безразмерная температура газа  $T^\circ$  на границе поверхности тела равна

$$T^\circ = \alpha \varepsilon T + \left[ \frac{2 - \varepsilon}{2} \left( 1 + \frac{\kappa M^2}{3} \right) \left( 1 + \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}} M \beta \right) \right] + \frac{\varepsilon}{2} \left[ \left( 1 + \frac{\kappa M^2}{3} \right) (1 - \alpha) - \alpha T \right] \quad (2.8)$$

В случае обычно принимаемого значения коэффициента аккомодации  $\alpha = 1$  выражение (2.7) имеет вид

$$T^\circ = \varepsilon T + \frac{2 - \varepsilon}{2} \left[ \left( 1 + \frac{\kappa M^2}{3} \right) \left( 1 + \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}} M \beta \right) \right] - \frac{\varepsilon T}{2} \quad (2.9)$$

<sup>1</sup> Кинетическая температура газа находится [5] из соотношения

$$\frac{3}{2} RT_k = \int_{\Omega} c^i c_i f dc / \int_{\Omega} f dc \quad (\Omega — область интегрирования, 0 < |c| < \infty)$$

в данном случае  $f$  — Максвелловское распределение с массовой скоростью  $V$ .

Таким образом, модель такова, что температура газа на границе со стенкой зависит от кинетической температуры газа, температуры стенки, формы ее и характера взаимодействия молекул с поверхностью.

Рассмотрим частные случаи взаимодействия молекул с поверхностью. При чисто зеркальном отражении ( $\epsilon = 0$ ) температура газа на границе со стенкой не зависит от температуры стенки

$$T^{\circ} = \left(1 + \frac{1}{3} \kappa M^2\right) \left(1 + \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}} M\beta\right)$$

и в случае пластины равна кинетической температуре газа. В случае чисто диффузного отражения ( $\epsilon = 1$ )

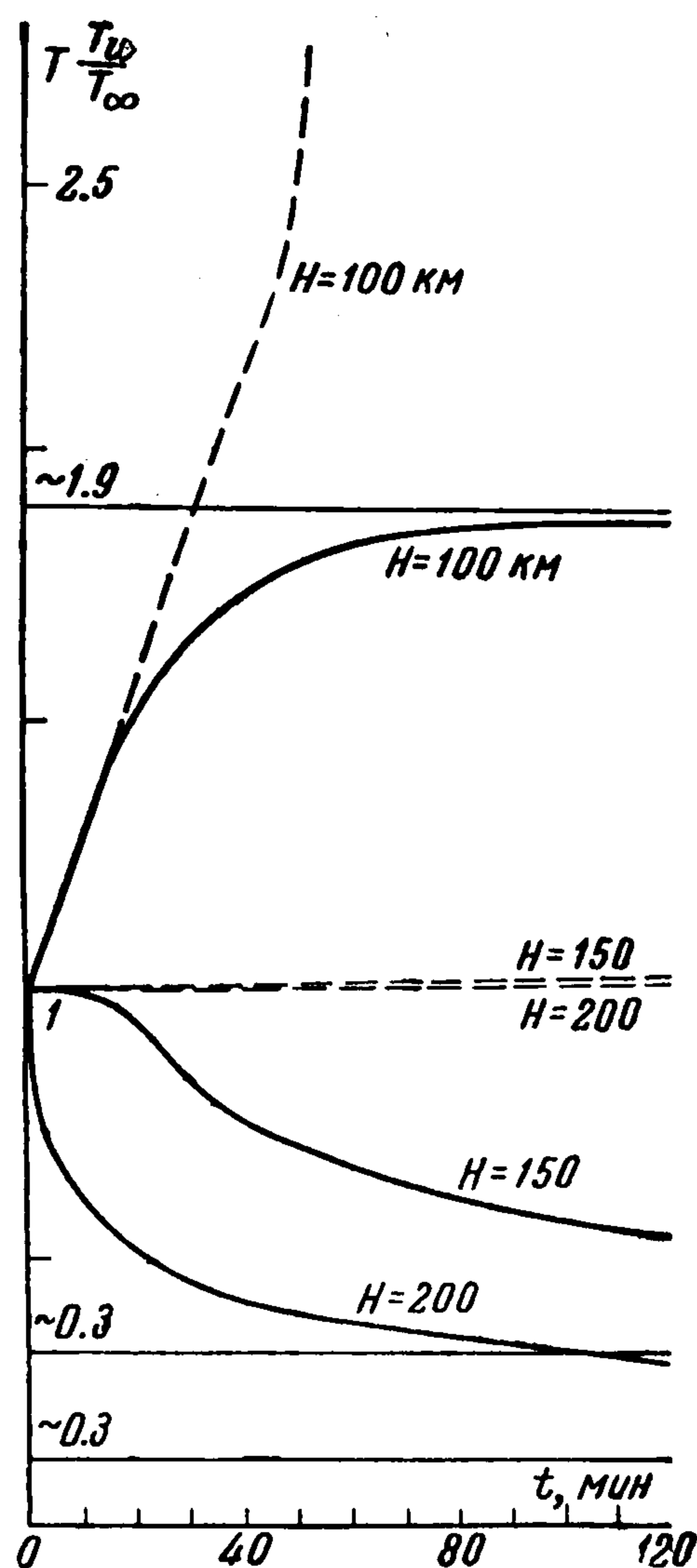
$$T^{\circ} = T + \frac{1}{2} \left[ \left(1 + \frac{1}{3} \kappa M^2\right) \left(1 + \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}} M\beta\right) - T \right] \quad (2.10)$$

и для пластины, движущейся без угла атаки, получим (при  $\alpha = 1$ )

$$T^{\circ} = T + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} \kappa M^2 - T\right) \quad (2.11)$$

Из (2.11) можно видеть, что  $T^{\circ} < T$ , если поверхность поддерживается при температуре выше кинетической температуры газа, и наоборот. Таким образом, вообще говоря, на границе газа с поверхностью (в рамках принятых моделей газа, поверхности и их взаимодействия) существует скачок температуры, и лишь в специальном случае, когда пластина нагрета до кинетической температуры потока, температура газа на границе с пластиной равна температуре пластины, причем эта температура отлична

Зависимость безразмерной температуры от времени при  $\alpha=1, \epsilon=0, S=20, c=0.12 \text{ кал см}^{-1} \text{ град}^{-1}, \rho_w = 7.9 \text{ г см}^{-3}, h=0.5 \text{ см}$



$H, \rho_{\infty}, T_{\infty}$	$t$	$T_1$	$T_2$	
$H=100 \text{ км}$ $\rho_{\infty}=0.829 \cdot 10^{-9} \text{ г см}^{-3}$ $T_{\infty}=237^{\circ} \text{ К}$	10	1.28	1.27594	
	20	1.6	1.51412	
	30	1.8	1.69201	
	40	2.196	1.80242	
	50	2.396	1.8587	
	60	2.792		
	$\infty$	201	1.889	
	$H=150 \text{ км}$ $\rho_{\infty}=0.34 \cdot 10^{-11} \text{ г см}^{-3}$ $T_{\infty}=418^{\circ} \text{ К}$	10	1.002	0.87623
		20	1.004	0.80394
		30	1.006	0.75319
40			0.71447	
50		1.008	0.68343	
60		1.00995	0.65773	
70		1.012	0.6359	
80		1.014	0.61703	
90		1.0146	0.60049	
100		1.016	0.58572	
110		1.018	0.57269	
120		1.02	0.56058	
130		1.022	0.55007	
140		1.024	0.54022	
150		1.026		
$H=200 \text{ км}$ $\rho_{\infty}=0.166 \cdot 10^{-12} \text{ г см}^{-3}$ $T_{\infty}=647^{\circ} \text{ К}$	$\infty$	201	0.328	
	10	1.00091	0.53505	
	20	1.002	0.49705	
	30	1.0028	0.46875	
	40	1.0038	0.4464	
	50	1.0048	0.42303	
	60	1.0058	0.41252	
	70	1.0068	0.39915	
	80	1.0076	0.38745	
	90	1.0086	0.35997	
	100	1.0096	0.33954	
	110	1.0106		
	120	1.0116		
	130	1.0124		
	140	1.0134		
150	1.0144			
$\infty$	201		0.121	

от равновесной температуры, устанавливающейся на пластине в результате лишь конвективного теплообмена.

Выражение (2.8) для температуры газа на границе со стенкой может быть использовано как краевое условие при решении температурных задач в газе.

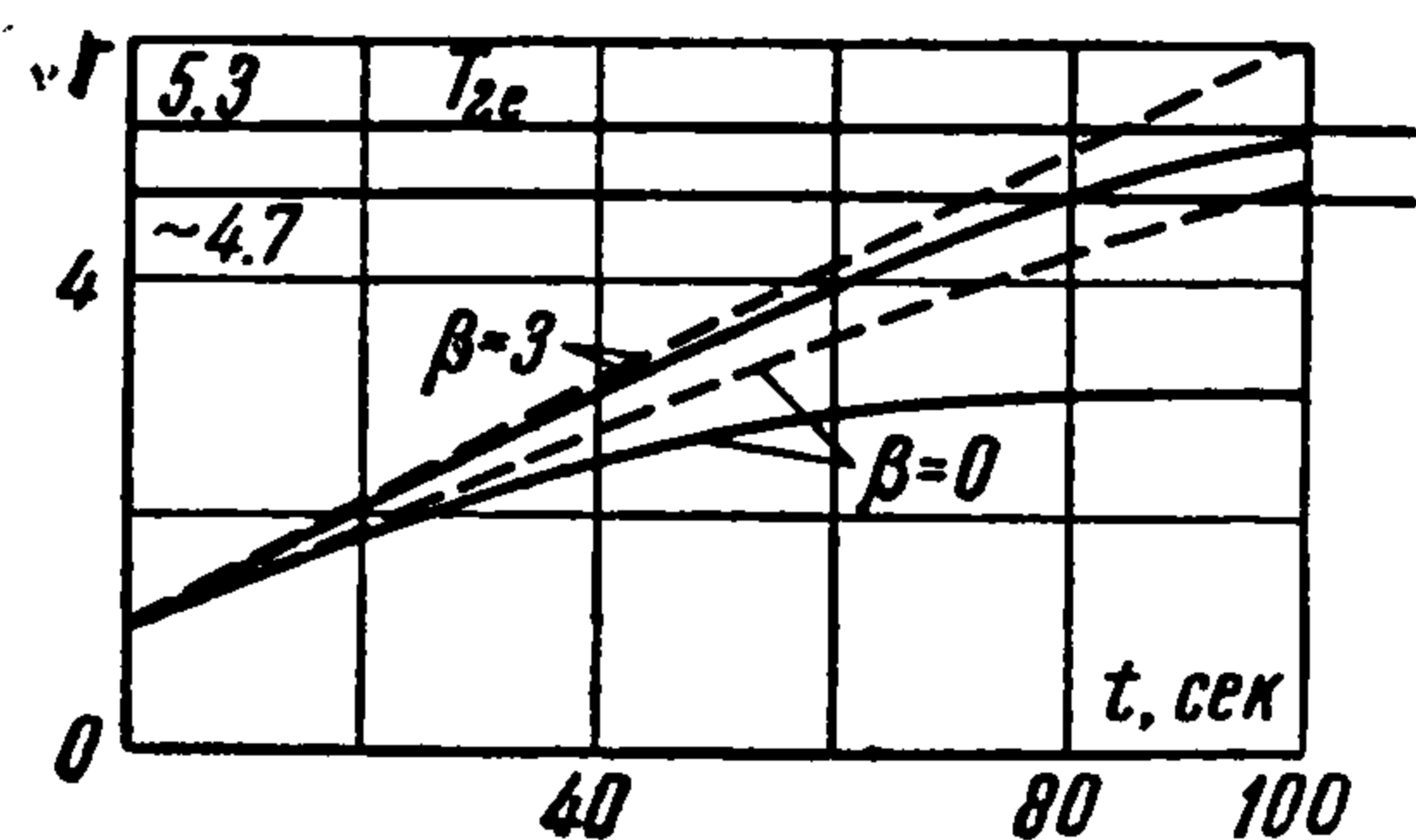
3. Рассмотрим теплообмен с излучением. В случае невозмущенного движения поверхности  $B_i$  не зависят от времени, в уравнении (1.6) переменные разделяются и решение его может быть получено в квадратурах

$$t = \int_{T_\infty}^T \frac{dT}{B_1 - B_2 T + B_3 + B_4 - B_5 T^4} \quad (3.1)$$

Проведенные вычисления показывают (фиг. 1 и таблица), что на больших высотах (150 км и выше) излучение составляет основную часть теплообмена поверхности со средой; если принять в качестве начальной температуры температуру окружающей среды, то, как видно из фиг. 1, равновесная температура при наличии радиационного теплообмена, начиная с высоты 150 км, ниже температуры окружающей среды и много ниже равновесной температуры, найденной с учетом лишь чисто конвективного теплообмена.

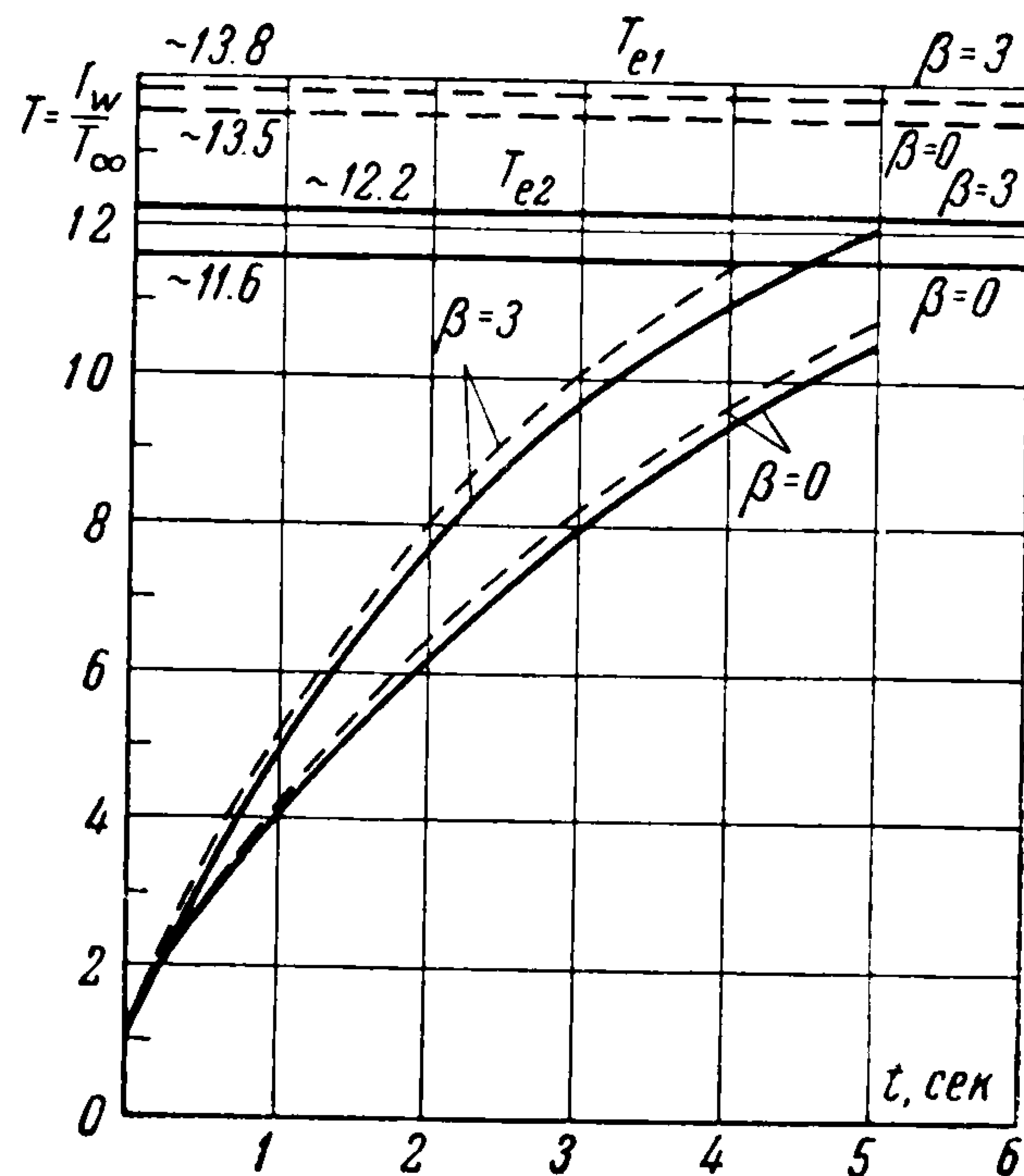
И здесь, как и в предыдущем случае (п. 2), следует обратить внимание на длительность процесса установления равновесной температуры. Зависимость температуры от времени для разных высот была получена путем численного интегрирования уравнения (1.6), термодинамические характеристики среды на разных высотах были взяты из [6,7] при этом при расчетах принимались следующие характеристики поверхности:  $\epsilon = 1$ ,  $\alpha = 1$ ,  $c = 0.12 \text{ кал} \cdot \text{г}^{-1} \text{ см}^{-3} \text{ град}^{-1}$ ,  $\rho_w = 7.9 \text{ г см}^{-3}$ ,  $h = 0.5 \text{ см}$ .

4. Полученные в данной работе результаты, строго говоря, обоснованы лишь для больших высот в области свободномолекулярного течения. Уже отмечалась установленная в [3] аналогия по давлениям в свободномолекулярном течении и течении идеальной сжимаемой жидкости; сравнение формул (2.7) и (2.5) настоящей работы позволяет усмотреть подобную аналогию по температурам. Так как в механике сплошной среды еще не найдены простые зависимости температуры поверхности или притока тепла от местного угла атаки в нестационарном движении, то представляет интерес, в виду отмеченной аналогии, принять (до тех пор, пока не будут получены строго обоснованные за-



Фиг. 3

висимости температуры и притока тепла от местного угла атаки) в качестве гипотезы для газодинамических расчетов полученное в виде (1.1) выражение для притока тепла и все вытекающие отсюда следствия. Были проведены вычисления по определению температуры на высотах 20—50 км как в случае чисто конвективного теплообмена, так и для теплообмена с излучением при  $S = 5$ . Проведенные расчеты показывают, что с уменьшением высоты доля излучения в общем тепловом балансе уменьшается (не следует забывать, что в задаче рассматривалось лишь излучение самой поверхности и не принималось во внимание излучение газа). На фиг. 2 и 3 построены зависимости от времени температуры тела  $T_1$  без учета излучения и  $T_2$  с учетом излучения; фиг. 2 характеризует процесс установления равновесной температуры на высоте 20 км, фиг. 3 — на высоте 50 км; через  $T_{e1}$  и  $T_{e2}$  обозначены равновесные температуры при отсутствии и наличии излучения соответственно. Из графиков видно,



Фиг. 2

что с уменьшением высоты процесс установления равновесной температуры происходит значительно быстрее; на графиках можно проследить также влияние угла атаки на процесс установления равновесной температуры.

Поступила 17 VIII 1961

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Stalder J. R. and Jukoff D. Heat Transfer to Bodies Travelling at High Speed in the Upper Atmosphere, 1949, NASA Report 944. (Русс. пер. ВРТ, 1952, № 5).
2. Stalder J. R., Goodwin G. and Greager M. O. A comparison of Theory and Experiment for High Speed Free Molecule Flow, 1951, NASA Report 1032. (Русс. пер. Механика, 1954, № 3).
3. Пащенко Н. Т. Обтекание колеблющейся поверхности потоком сильно разреженного газа. ПММ, 1959, т. 23, вып. 4.
4. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. М., ГИТТЛ, 1948, т. II.
5. Krzywoblocki M. Z. On Some Problems in Free Molecule-Slip Flow Regimes, Acta Physica Austriaca, 1955, Band 9, Heft 3—4.
6. Физические свойства поносферы на высотах от 90 до 300 км. Проблемы современной физики, 1957, № 10.
7. Ракетные исследования верхней атмосферы. ВРТ, 1956, № 5.

### О ПОДЪЕМНОЙ СИЛЕ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

В. С. Галкин, А. А. Гладков (Москва)

Обращается внимание на то, что подъемная сила широкого класса (клин, конус и т. п.) тел при гиперзвуковых скоростях и любом значении числа Кнудсена может быть отрицательной при любом угле атаки  $\alpha$  в интервале  $0 < \alpha \leq \pi / 2$ . Для наглядности рассмотрим простейший случай: обтекание клина с углом полураствора  $\delta$  свободно-молекулярным потоком, скорость которого  $V \gg c$ , т. е.  $S = V / c \gg 1$ , где  $c$  — наиболее вероятная тепловая скорость налетающих на тело молекул. При этом тепловыми скоростями налетающих молекул можно пренебречь и считать, что они двигаются параллельно одна другой с одинаковой скоростью  $V$ . Тогда при наличии диффузного отражения весь импульс налетающих молекул тратится на силу сопротивления тела, а подъемная сила создается импульсом отраженных молекул, сила реакции которого направлена по внутренней нормали к элементу поверхности тела.

Пусть сила сопротивления тела направлена по оси  $x$ , параллельной  $V$ , подъемная сила — по оси  $y$ , получающейся поворотом вектора  $V$  против часовой стрелки на угол  $\pi / 2$ , угол атаки есть угол между осью  $x$  и осью симметрии клина.

Подъемная сила нижней поверхности клина

$$Y_+ \approx \sin 2(\delta + \alpha)$$

Подъемная сила верхней поверхности клина

$$Y_- \approx \sin 2(\alpha - \delta) \text{ при } \delta > \alpha, \quad Y_- = 0 \text{ при } \delta \leq \alpha$$

Иначе, подъемная сила клина

$$Y \approx \sin 2\alpha \cos 2\delta \text{ при } \delta > \alpha, \quad Y \approx \sin 2(\delta + \alpha) \text{ при } \delta \leq \alpha$$

Отсюда следует, что  $Y \leq 0$  при  $\delta \geq \pi / 4$  для любого угла атаки,  $Y \leq 0$  при  $\delta < \pi / 4$  для  $\alpha \geq \pi / 2 - \delta$  ( $\alpha \geq \delta$ ).

В последнем случае аэродинамические силы действуют только на нижнюю поверхность. Если  $\alpha \geq \pi / 2 - \delta$ , то ее угол атаки больше или равен  $\pi / 2$ , проекция силы реакции импульса отраженных молекул на ось  $y$  отрицательна или равна нулю. Можно показать, что в случае кругового конуса  $Y \leq 0$  при любом угле атаки, если  $\sin \delta \geq 1 / \sqrt{3}$ . Полученный вывод легко объяснить. Если угол атаки клина или конуса  $\alpha \approx \pi / 2$ , то всегда  $Y < 0$ .