

**О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ДАВЛЕНИИ НА ПЛОТИНУ,
 ВЫЗВАННОМ ЕЕ АПЕРИОДИЧЕСКИМИ ИЛИ ИМПУЛЬСИВНЫМИ
 КОЛЕБАНИЯМИ И ВЕРТИКАЛЬНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ ЗЕМНОЙ
 ПОВЕРХНОСТИ**

Чень Чжень-чен

(Москва)

Рассматривается задача о распределении гидродинамического давления вдоль плотины, обусловленного ее апериодическими или импульсивными колебаниями и вертикальными колебаниями земной поверхности, находящейся под жидкостью. Из полученных результатов вытекает, что вертикальные колебания земной поверхности оказывают значительное влияние на нагрузку плотины как при сильном, так и при разрушительном землетрясении. Выводятся формулы для распределения динамического давления жидкости по плотине.

Задача о динамическом давлении жидкости на плотину, вызванном ее колебаниями по периодическому закону, например $V = V_0 \cos \omega t$, была рассмотрена в работах [1-4], где V_0 — амплитуда скорости колеблющейся плотины. Задача о поверхностных волнах жидкости, возникающих от периодической поверхностной или внутренней системы давлений была рассмотрена в работах [5-7].

§ 1. Исследуем задачу о динамическом давлении жидкости на плотину, обусловленном колебаниями земной поверхности со скоростью $V(t)$, которая лежит в плоскости x, y и наклонена под углом ϑ к горизонту.

Пусть в прямоугольных координатах x, y, z , в плоскостях $x = U_1(t)$, $y = U_2(t) - h$ помещаются плотина и земная поверхность соответственно. Часть пространства, ограниченного условиями $x \geq U_1(t)$, $U_2(t) - h \leq y \leq U_2(t)$, $-\infty \leq z \leq \infty$, заполняется жидкостью.

Предположим, что поверхность жидкости вначале покоится. Обозначая через $\varphi(x, y, t)$ потенциал скоростей жидкости, имеем начальные и граничные условия задачи

$$\frac{\partial \varphi(x, 0, 0)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \varphi(0, y, 0)}{\partial x} = V_1(0), \quad \frac{\partial \varphi(x, -h, 0)}{\partial y} = V_2(0) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_1(t) \quad \text{при } x = U_1(t) = \int_0^t V_1(\tau) d\tau \quad (V_1(t) = V(t) \cos \vartheta) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = V_2(t) \quad \text{при } y = U_2(t) - h \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = U_2(t) = \int_0^t V_2(\tau) d\tau \quad (V_2(t) = V(t) \sin \vartheta) \quad (1.4)$$

Потенциал скоростей жидкости, который должен удовлетворять уравнению Лапласа $\Delta \varphi = 0$, возьмем в виде

$$\varphi(x, y, t) = \int_0^\infty [B(\omega, k) \operatorname{ch} k(Y + h) + D(\omega, k) \operatorname{sh} kY] \cos kX \cos \omega t d\omega dk + \\ + \int_0^\infty A(\omega, \alpha) \sin \alpha Y e^{-\alpha X} \cos \omega t d\omega d\alpha \quad \begin{pmatrix} X = x - U_1(t) \\ Y = y - U_2(t) \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Здесь функции $A(\omega, \alpha)$, $B(\omega, k)$ и $D(\omega, k)$ — произвольные, функция $\varphi(x, y, t)$ определяется так, чтобы

$$\varphi = \varphi(x, y, t) \quad \text{при } x \geq U_1(t) \quad (-h \leq Y \leq 0), \quad \varphi = 0 \quad \text{при } x < U_1(t)$$

Граничное условие (1.2) будет удовлетворено, если взять

$$- \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \alpha A(\omega, \alpha) \sin \alpha Y \cos \omega t \, d\omega \, d\alpha = V_1(t) \quad (1.6)$$

Введем новую переменную $\zeta = Y$ и перепишем (1.6) в виде

$$- \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \alpha A(\omega, \alpha) \sin \alpha \zeta \cos \omega t \, d\omega \, d\alpha = V_1(t) f(\zeta) \quad (1.7)$$

где

$$f(\zeta) = 1 \quad \text{при } -h \leq \zeta \leq 0, \quad f(\zeta) = 0 \quad \text{при } -h > \zeta > 0$$

Пользуясь преобразованием Фурье, из интегрального уравнения (1.7) получим

$$A(\omega, \alpha) = \frac{4(1 - \cos \alpha h)}{\pi^2 \alpha^2} G_1(\omega) \quad \left(G_1(\omega) = \int_0^{\infty} V_1(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau \right) \quad (1.8)$$

В силу граничного условия (1.3) имеем

$$\int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} D(\omega, k) k \operatorname{ch} kh \cos kX \, dk + \int_0^{\infty} A(\omega, \alpha) \cos \alpha h e^{-\alpha Y} \alpha \, d\alpha \right] \cos \omega t \, d\omega = V_2(t) \quad (1.9)$$

Отсюда

$$D(\omega, k) = - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{A(\omega, \alpha) \alpha^2 \cos \alpha h}{k(\alpha^2 + k^2) \operatorname{ch} kh} \, d\alpha + \frac{2}{\pi} \frac{G_2(\omega) \delta(k)}{k \operatorname{ch} kh} \quad (1.10)$$

Здесь

$$\delta(k) = \frac{2}{\pi} \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{\sin kl}{k} \quad \left(\begin{array}{l} \text{дельта-функ-} \\ \text{ция Дирака} \end{array} \right), \quad G_2(\omega) = \int_0^{\infty} V_2(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau$$

Из граничного условия (1.4) определим неизвестную функцию

$$B(\omega, k) = - \frac{kgD(\omega, k)}{kg \operatorname{sh} kh - \omega^2 \operatorname{ch} kh} - \frac{2g}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{A(\omega, \alpha) \alpha^2 \, d\alpha}{(\alpha^2 + k^2)(kg \operatorname{sh} kh - \omega^2 \operatorname{ch} kh)} \quad (1.11)$$

После подстановки выражения (1.8), (1.10) и (1.11) в формулу (1.5) получаем искомый потенциал скоростей $\varphi(x, y, t)$.

1°. Для того, чтобы найти динамическое давление жидкости на плотину, вызванное ее апериодическими колебаниями, будем предполагать, что

$$V(t) = V_0 e^{-\lambda t} \quad (\lambda = \xi + i\eta) \quad (1.12)$$

где V_0 , ξ и η — вещественные постоянные. При этом скорости колеблющейся плотины $V_1(t)$ и земной поверхности $V_2(t)$, находящейся под жидкостью, соответственно будут

$$V_1(t) = V_1 e^{-\lambda t}, \quad V_2(t) = V_2 e^{-\lambda t} \quad (V_1 = V_0 \cos \vartheta, \quad V_2 = V_0 \sin \vartheta) \quad (1.13)$$

$$U(t) = \int_0^t V(\tau) \, d\tau = U_0 (1 - e^{-\lambda t}) \quad \left(U_0 = \frac{V_0}{\lambda} \right)$$

Отсюда смещения плотины $U_1(t)$ и земной поверхности $U_2(t)$ будут

$$U_1(t) = U_1(1 - e^{-\lambda t}), \quad U_2(t) = U_2(1 - e^{-\lambda t}) \quad (U_1 = U_0 \cos \vartheta, \quad U_2 = U_0 \sin \vartheta) \quad (1.14)$$

Из выражения (1.12), учитывая (1.8) и (1.10), находим

$$G_1(\omega) = \frac{\lambda V_1}{\lambda^2 + \omega^2}, \quad G_2(\omega) = \frac{\lambda V_2}{\lambda^2 + \omega^2} \quad (1.15)$$

Введем обозначения

$$\Psi(\alpha, k, \omega) = (1 - \cos \alpha h) G_1(\omega) / (\alpha^2 + k^2) (kg \operatorname{sh} kh - \omega^2 \operatorname{ch} kh)$$

$$\begin{aligned} S_1 &= \iiint_0^\infty \frac{\cos \alpha h}{\operatorname{ch} kh} \Psi(\alpha, k, \omega) \operatorname{ch} k(Y+h) \omega \sin \omega t \, d\alpha \, dk \, d\omega \\ S_2 &= \iiint_0^\infty \Psi(\alpha, k, \omega) \operatorname{ch} k(Y+h) \omega \sin \omega t \, d\alpha \, dk \, d\omega \\ S_3 &= \iiint_0^\infty \frac{\cos \alpha h}{\operatorname{ch} kh} \Psi(\alpha, k, \omega) k \operatorname{sh} k(Y+h) \cos \omega t \, d\alpha \, dk \, d\omega \\ S_4 &= \iiint_0^\infty \Psi(\alpha, k, \omega) k \operatorname{sh} k(Y+h) \cos \omega t \, d\alpha \, dk \, d\omega \end{aligned} \quad (1.16)$$

Дифференцируя $\varphi(x, y, t)$ по t при $t > 0$, $x = U_1(t)$, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= \frac{8}{\pi^3} \iiint_0^\infty \frac{(1 - \cos \alpha h) \cos \alpha h}{k(\alpha^2 + k^2) \operatorname{ch} kh} G_1(\omega) [\omega \sin \omega t \operatorname{sh} kY + \\ &+ V_2 e^{-\lambda t} k \operatorname{ch} kY \cos \omega t] \, d\alpha \, dk \, d\omega - \frac{8g}{\pi^3} [S_1 - S_2 + V_2 e^{-\lambda t} (S_3 - S_4)] + \\ &+ U_2 g (e^{-\lambda t} - 1) - \lambda V_2 Y e^{-\lambda t} - V_2^2 e^{-2\lambda t} - \\ &- \frac{4}{\pi^2} \iiint_0^\infty \frac{(1 - \cos \alpha h)}{\alpha^2} G_1(\omega) [\omega \sin \omega t \sin \alpha Y + \\ &+ \alpha (V_2 \cos \alpha Y - V_1 \sin \alpha Y) e^{-\lambda t} \cos \omega t] \, d\alpha \, d\omega \quad (1.17) \end{aligned}$$

Начнем с рассмотрения S_1 . Сначала интегрируем по переменному ω . при этом имеем

$$T = \lambda V_1 \int_0^\infty \frac{\omega \sin \omega t \, d\omega}{(\omega^2 + \lambda^2) (kg \operatorname{sh} kh - \omega^2 \operatorname{ch} kh)} = \frac{\pi \lambda}{2} V_1 \frac{e^{-\lambda t} - \cos \sqrt{kg \operatorname{th} kh} t}{kg \operatorname{sh} kh + \lambda^2 \operatorname{ch} kh} \quad (1.18)$$

Введем обозначение $M_1 = \sqrt{kg \operatorname{th} kh}$. Подстановка (1.18) в выражение (1.16) для S_1 дает

$$S_1 = \frac{\pi \lambda}{2} V_1 (R_1 e^{-\lambda t} - R_2) \quad (1.19)$$

где

$$\begin{aligned} R_1 &= \iiint_0^\infty \frac{(1 - \cos \alpha h) \cos \alpha h \operatorname{ch} k(Y+h) \, d\alpha \, dk}{(\alpha^2 + k^2) (kg \operatorname{sh} kh + \lambda^2 \operatorname{ch} kh) \operatorname{ch} kh} \\ R_2 &= \iiint_0^\infty \frac{(1 - \cos \alpha h) \cos \alpha h \operatorname{ch} k(Y+h) \cos M_1 t \, d\alpha \, dk}{(\alpha^2 + k^2) (kg \operatorname{sh} kh + \lambda^2 \operatorname{ch} kh) \operatorname{ch} kh} \end{aligned}$$

Так как интегралы (1.19) равномерно сходятся относительно α и k , то мы можем изменять порядок интегрирования, т. е. будем интегрировать сначала по k . Перепишем R_1 в следующем виде

$$R_1 = \int_0^\infty (1 - \cos \alpha h) \cos \alpha h d\alpha R_1^* \quad (1.20)$$

$$\left(R_1^* = \int_0^\infty \frac{\operatorname{ch} k (Y + h) dk}{(\alpha^2 + k^2) (kg \operatorname{sh} kh + \lambda^2 \operatorname{ch} kh) \operatorname{ch} kh} \right)$$

Вычислим R_1^* , пользуясь теорией вычетов. На комплексной плоскости имеем два корня $\pm i\alpha$ и бесконечное число корней $\pm im\pi/2h$, где $m = 1, 3, 5, \dots, \infty$ для уравнений $\alpha^2 + k^2 = 0$ и $\operatorname{ch} kh = 0$ соответственно. Чтобы найти корни трансцендентного уравнения $kg \operatorname{sh} kh + \lambda^2 \operatorname{ch} kh = 0$, введем новую переменную $kh = \gamma$ и преобразуем его к виду

$$\gamma \operatorname{th} \gamma = \mu \quad (\mu = -\lambda^2 h / g = (\eta^2 - \xi^2 - i2\eta\xi) h / g) \quad (1.21)$$

Воспользуемся конформным отображением

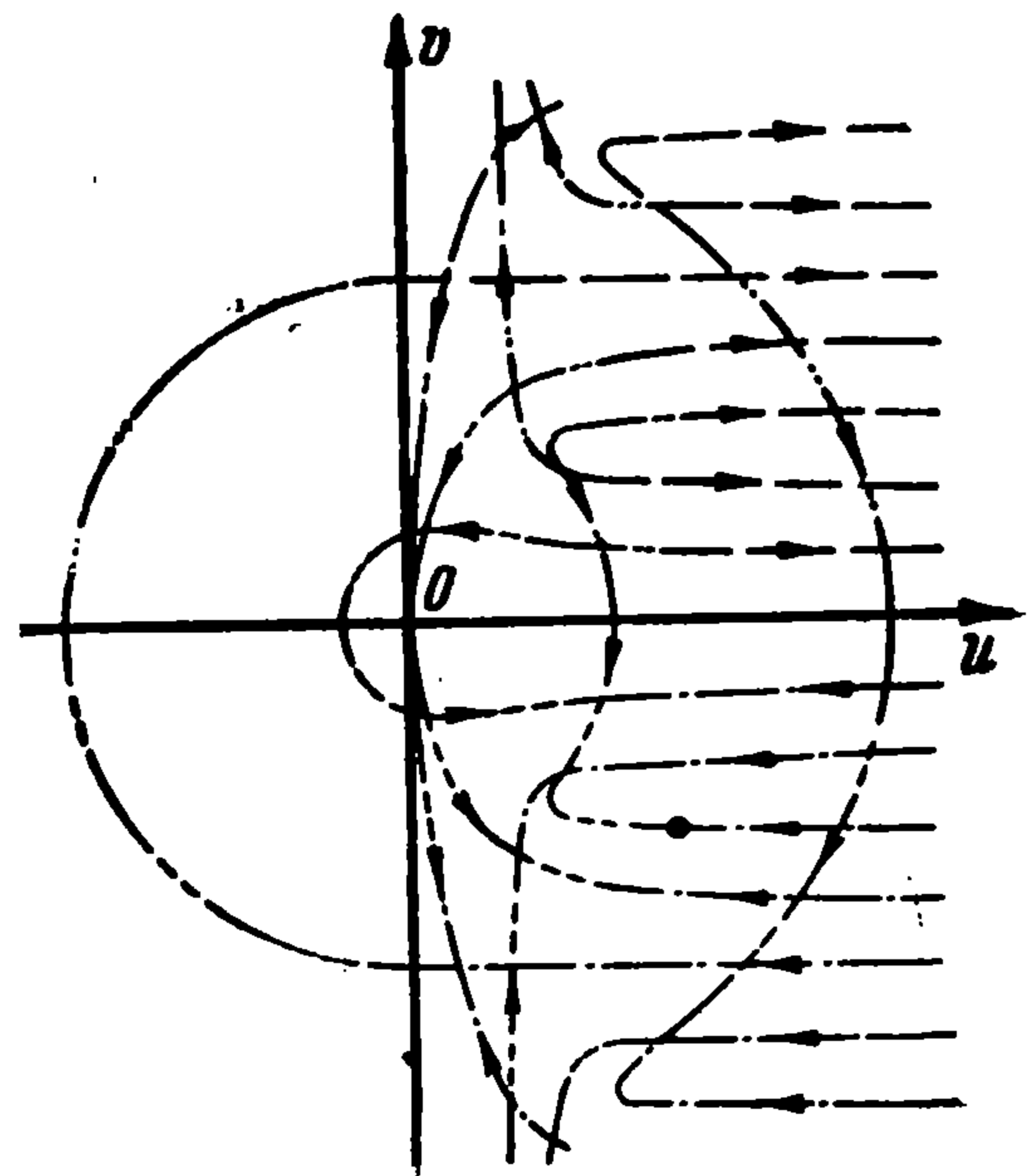
$$w = f(z') = z' \operatorname{th} z' \quad (w = u + iv, z' = x' + iy') \quad (1.22)$$

Отсюда

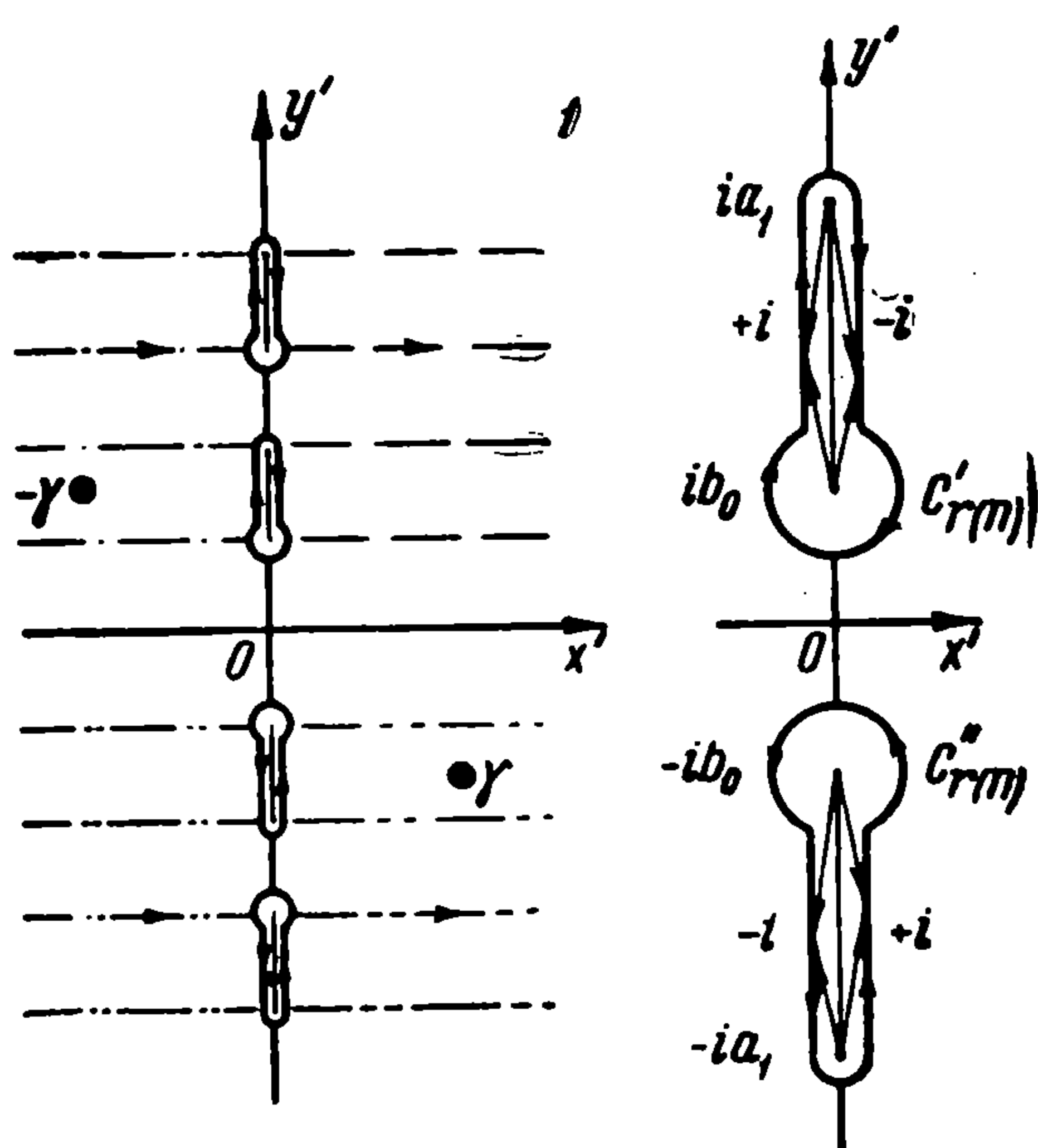
$$u = \frac{x' \operatorname{sh} 2x' - y' \sin 2y'}{\cos 2y' + \operatorname{ch} 2x'}, \quad v = \frac{y' \operatorname{sh} 2x' + x' \sin 2y'}{\cos 2y' + \operatorname{ch} 2x'} \quad (1.23)$$

Из формулы (1.23) и фиг. 1,2 видно, что отображение (1.22) преобразует параллельные прямые $\pm n\pi/4$, где $n = 1, \dots, 8$, на плоскости z' в кривые на плоскости w . При помощи этих фигур, при известном μ , найдем корни уравнения (1.21) на плоскости z' , соответствующие точке μ на плоскости w . Кроме того, посредством последовательных приближений из формул (1.21) и (1.23) получим искомые γ с нужной степенью точности. Из фиг. 1,2 и формулы (1.23) видим, что уравнение (1.21) имеет следующие корни: при μ являющейся комплексной постоянной, — несколько комплексных корней (два, четыре и т. д.); при $\mu < 0$ — бесконечное число мнимых корней; при $\mu > 0$ — два вещественных корня и бесконечное число мнимых корней; при μ — мнимой постоянной — несколько комплексных корней. Последнему случаю соответствует $\xi = \eta$.

В качестве примера предположим, что $\xi < \eta$ и точка μ расположена, как указано на фиг. 1.



Фиг. 1



Фиг. 2

После ряда интегрирований находим

$$R_1 = -i \frac{\pi^2 h}{2} \frac{(1 - \operatorname{ch} \gamma) \operatorname{ch} [\gamma(Y+h)/h]}{g[\gamma^2 - (1 + \mu)\mu] \operatorname{ch}^2 \gamma} e^{-\gamma} + \frac{\pi}{2} \int_0^\infty \frac{(1 - \cos \alpha h) \cos \alpha (Y+h) d\alpha}{\alpha (\lambda^2 \cos \alpha h - \alpha g \sin \alpha h)} +$$

$$+ \pi \int_0^\infty \sum_{m=1,3}^\infty \frac{\cos C(Y+h) \cos \alpha h}{gC(C^2 - \alpha^2) h} (1 - \cos \alpha h) d\alpha \quad \begin{matrix} (\gamma = p - iq) \\ (C = m\pi/2h) \end{matrix} \quad (1.24)$$

Здесь p, q — вещественные постоянные.

Возвращаясь к вычислению R_2 , рассмотрим интеграл

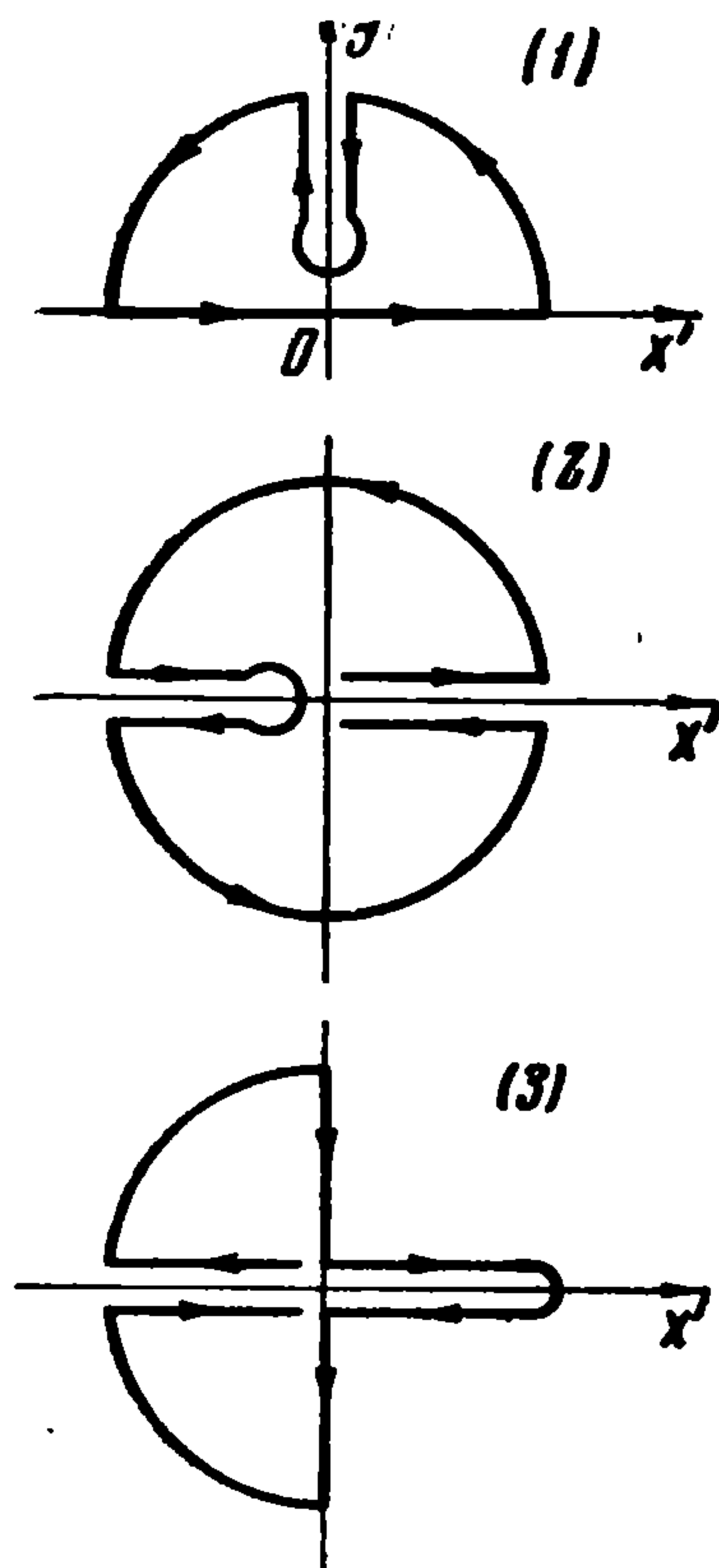
$$R_2^* = \int_0^\infty \frac{\operatorname{ch} k(Y+h) \cos M_1 t dk}{(\alpha^2 + k^2) (kg \operatorname{sh} kh + \lambda^2 \operatorname{ch} kh) \operatorname{ch} kh} \quad (1.25)$$

Для вычисления этого интеграла выберем три вспомогательные функции

$$F_1(z') = \frac{\operatorname{ch} z'(Y+h) \exp[iM_1(z')t]}{(\alpha^2 + z'^2) (z'g \operatorname{sh} z'h + \lambda^2 \operatorname{ch} z'h) \operatorname{ch} z'h}$$

$$F_2(z') = \frac{\cos z'(Y+h) \exp[-M_2(z')t]}{(\alpha^2 - z'^2) (\lambda^2 \cos z'h - z'g \sin z'h) \cos z'h} \quad (1.26)$$

$$F_3(z') = \frac{\cos z'(Y+h) \exp[M_2(z')t]}{(\alpha^2 - z'^2) (\lambda^2 \cos z'h - z'g \sin z'h) \cos z'h}$$



Фиг. 3

и соответствующие контуры, изображенные на фиг. 3, где контур (1) находится на плоскости I (фиг. 2), а контуры (2) и (3) размещаются на плоскости I' получающейся из плоскости I преобразованием (x', y') на $(-y', x')$ и поворотом на 90° по часовой стрелке. При этом имеем два корня $\pm i\gamma$ на преобразованной плоскости, соответствующего уравнению $\lambda^2 \cos z'h - z'g \sin z'h = 0$.

Прежде чем перейти к контурному интегрированию, изучим многозначные функции

$$M_1(z') = \sqrt{z'g \operatorname{th} z'h}, \quad M_2(z') = \sqrt{z'g \operatorname{tg} z'h} \quad (1.27)$$

Разложив $\operatorname{th} z'h$ и $\operatorname{tg} z'h$ в бесконечные произведения

$$\operatorname{th} \chi = \chi \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\chi^2}{n^2 \pi^2}\right) \bigg/ \prod_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{4\chi^2}{(2n+1)^2 \pi^2}\right)$$

$$\operatorname{tg} \chi = \chi \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\chi^2}{n^2 \pi^2}\right) \bigg/ \prod_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{4\chi^2}{(2n+1)^2 \pi^2}\right) \quad (1.28)$$

где $\chi = z'h$, получим

$$M_1(z') = z' C_0 \sqrt{\frac{z' - ia_1}{z' - ib_0}} \sqrt{\frac{z' + ia_1}{z' + ib_0}} \sqrt{\frac{z' - ia_2}{z' - ib_1}} \dots$$

$$M_2(z') = z' C_0 \sqrt{\frac{z' - a_1}{z' - b_0}} \sqrt{\frac{z' + a_1}{z' + b_0}} \sqrt{\frac{z' - a_2}{z' - b_1}} \dots \quad (1.29)$$

где C_0, b_0, a_1, b_1, a_2 — вещественные постоянные, причем $a_{n+1} = (n+1)\pi/h$, $b_n = (2n+1)\pi/2h$. Отсюда видим, что функция $M_1(z')$ имеет бесконечное число точек разветвления, находящихся на мнимой оси, а $M_2(z')$ имеет такие же точки, но они находятся на вещественной оси.

Вырежем плоскость z' , как указано на фиг. 2. После этого внутри соответствующего контура в многосвязной области функции $M_1(z')$ $M_2(z')$ будут однозначны. Положим

$$M_1^*(z') = M_1(z') / z'$$

Значениями аргументов будут соответственно на левом и правом берегах разрезов, находящихся на положительной мнимой оси

$$\arg M_1^*(z') = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} \pi - \left(\frac{1}{2} \pi - 2\pi \right) + 0 + 0 + \dots \right] = \frac{1}{2} \pi$$

$$\arg M_1^*(z') = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \pi - \frac{1}{2} \pi + 0 + 0 + \dots \right) = -\frac{1}{2} \pi$$

Вследствие этого на левом и правом берегах функция $M_1^*(z')$ имеет соответственно $+i$, $-i$ перед корнем. Аналогичным путем определим $\arg M_1^*(z')$ на соответствующих берегах отрезков, помещающихся на отрицательной мнимой оси (фиг. 2).

Заметим, что при интегрированиях по контурам (1) и (3) обходы принимают направления, указанные стрелками на фиг. 2, а по контуру (2) — по часовой стрелке. Применяя теорему о вычетах, получаем

$$\oint_{(1)I} F_1(z') dz' = 2R_2^* + iN_1 + iN_2 + \tag{1.30}$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_{r(n)}} F_1(z') dz' = -iN^* e^{-\lambda t} + f_1^*(\alpha, Y, t)$$

$$\oint_{(2)I'} F_2(z') dz' = 2N_1 + 2N_2 + H_1 +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_{r(n)}} F_2(z') dz' = N^* (e^{\lambda t} - e^{-\lambda t}) + f_2^*(\alpha, Y, t)$$

$$\oint_{(3)I'} F_3(z') dz' = -i2R_2^* + H_2 +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_{r(n)}} F_3(z') dz' + f_3^*(\alpha, Y, t) = -N^* e^{-\lambda t}$$

Здесь

$$N_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{a_{n+1}}^{b_n} \frac{\cos k(Y+h) \exp(iM_2 t) dk}{(\alpha^2 - k^2)(\lambda^2 \cos kh - kg \sin kh) \cos kh}$$

$$N_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{b_n}^{a_{n+1}} \frac{\cos k(Y+h) \exp(-iM_2 t) dk}{(\alpha^2 - k^2)(\lambda^2 \cos kh - kg \sin kh) \cos kh}$$

$$N^* = \frac{2\pi\gamma h^2 \operatorname{ch} [\gamma(Y+h)/h]}{g(\alpha^2 h^2 + \gamma^2) \Gamma(\gamma, \mu) \operatorname{ch}^2 \gamma}, \quad M_2 = \sqrt{kg \operatorname{tg} kh}, \quad \Gamma(\gamma, \mu) = \gamma^2 - (1 + \mu)\mu$$

Здесь $f_v^*(\alpha, Y, t)$ — некоторые функции α , Y и t , где $v = 1, 2, 3$.

Очевидно, что все интегралы по дугам больших окружностей равны нулю при стремлении их радиусов к ∞ . Рассмотрим интегралы под знаками сумм в формулах (1.30) и проинтегрируем их по малым окружностям $C_{r(n)}$ и $C_{r(n)}$.

При стремлении радиусов окружностей к нулю имеем

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_{r(n)}} F_1(z') dz' = \quad (1.31) \\ & = -i \sum_{n=0}^{\infty} C_n \lim_{r \rightarrow 0} \int_{\pi/2}^{-3\pi/2} \exp \left[-\frac{C_n^{(1)}}{\sqrt{r}} (1-i) \exp \left(\frac{-i\beta}{2} \right) \right] d\beta = \\ & = -i2 \sum_{n=0}^{\infty} C_n \lim_{r \rightarrow 0} \int_{\pi/2}^{-\pi/2} \exp \left[-\frac{C_n^{(2)}}{\sqrt{r}} (\cos \kappa - i \sin \kappa) \right] d\kappa \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Здесь C_n , $C_n^{(1)}$, $C_n^{(2)}$ — некоторые положительные постоянные, β , κ — аргументы. Равным образом можно доказать, что

$$\sum_{n=0}^{\infty} \lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_{r(n)}} F_2(z') dz' \rightarrow 0, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_{r(n)}} F_3(z') dz' \rightarrow 0 \quad (1.32)$$

Заметим, что

$$H_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_{r(n)}} F_2(z') dz' = i2 \sum_{n=0}^{\infty} C_n \lim_{r \rightarrow 0} \int_{\pi/2}^{-\pi/2} \exp \left[\frac{C_n^{(1)}}{\sqrt{r}} (\cos \kappa - i \sin \kappa) \right] d\kappa \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} H_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} \lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_{r(n)}} F_3(z') dz' = \\ &= -i \sum_{n=0}^{\infty} C_n \lim_{r \rightarrow 0} \int_{2\pi}^0 \exp \left[i \frac{C_n^{(1)}}{\sqrt{r}} \exp \left(\frac{-i\beta}{2} \right) \right] d\beta = -H_1 \end{aligned}$$

Из системы уравнений (1.30) и соотношений (1.31), (1.32), (1.33) найдется искомый интеграл

$$R_2^* = -iN^*e^{\lambda t}/2 + f^*(\alpha, Y, t) \quad (1.34)$$

Подставив (1.34) и (1.24) в формулу (1.19) и произведя для R_2 интегрирование по α , получим

$$\begin{aligned} S_1 &= i \frac{\pi^3}{2} \lambda h e^{-\gamma V_1} \frac{(1 - \operatorname{ch} \gamma) \operatorname{sh} \lambda t}{g \Gamma(\gamma, \mu) \operatorname{ch}^2 \gamma} \operatorname{ch} \left[\frac{\gamma}{h} (Y + h) \right] + e^{-\lambda t} \int_0^{\infty} f_1(\alpha, Y) d\alpha + \\ &+ \int_0^{\infty} f_2(\alpha, Y, t) d\alpha + \frac{\pi^2}{2} \lambda e^{-\lambda t} V_1 \int_0^{\infty} \sum_{m=1, 3}^{\infty} \frac{\cos C(Y+h) \cos \alpha h}{g C(C^2 - \alpha^2) h} (1 - \cos \alpha h) d\alpha \quad (1.35) \end{aligned}$$

Таким же путем найдем (1.36)

$$S_2 = i \frac{\pi^3}{2} \lambda h V_1 \frac{\text{ch} [\gamma(Y+h)/h]}{g \Gamma(\gamma, \mu) \text{ch} \gamma} (1 - e^{-\gamma}) \text{sh} \lambda t + e^{-\lambda t} \int_0^{\infty} f_1(\alpha, Y) d\alpha + \int_0^{\infty} f_2(\alpha, Y, t) d\alpha$$

$$S_3 = -i \frac{\pi^3}{2} \gamma e^{-\gamma} V_1 \frac{(1 - \text{ch} \gamma) \text{ch} \lambda t}{g \Gamma(\gamma, \mu) \text{ch}^2 \gamma} \text{sh} \left[\frac{\gamma}{h} (Y+h) \right] + e^{-\lambda t} \int_0^{\infty} f_3(\alpha, Y) d\alpha + \\ + \int_0^{\infty} f_4(\alpha, Y, t) d\alpha + \frac{\pi^2}{2} e^{-\lambda t} V_1 \int_0^{\infty} \sum_{m=1,3}^{\infty} \frac{\sin C(Y+h) \cos \alpha h}{gh(\alpha^2 - C^2)} (1 - \cos \alpha h) d\alpha$$

$$S_4 = -i \frac{\pi^3}{2} \gamma V_1 \frac{\text{sh} [\gamma(Y+h)/h]}{g \Gamma(\gamma, \mu) \text{ch} \gamma} (1 - e^{-\gamma}) \text{ch} \lambda t + e^{-\lambda t} \int_0^{\infty} f_3(\alpha, Y) d\alpha + \int_0^{\infty} f_4(\alpha, Y, t) d\alpha$$

Подставив формулы (1.35) и (1.36) в (1.17) и вычислив остальные интегралы, окончательно получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = i 4 \mu \lambda h V_1 \frac{\text{ch} [\gamma(Y+h)/h]}{\gamma \Gamma(\gamma, \mu) \text{ch} \gamma} \text{sh} \lambda t - i 4 \mu e^{-\lambda t} V_1 V_2 \frac{\text{sh} [\gamma(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma, \mu) \text{ch} \gamma} \text{ch} \lambda t - \\ - \lambda V_2 Y e^{-\lambda t} - (V_1^2 + V_2^2) e^{-2\lambda t} + U_2 g (e^{-\lambda t} - 1) \quad (1.37)$$

при $t > 0$, $Y < 0$, $x = U_1(t)$. Таким же образом находим при $t > 0$, $Y < 0$, $x = U_1(t)$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = i 4 \mu V_1 \frac{\text{sh} [\gamma(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma, \mu) \text{ch} \gamma} \text{ch} \lambda t + V_2 e^{-\lambda t} \quad (1.38)$$

Нетрудно найти

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_1 e^{-\lambda t} \quad (1.39)$$

Чтобы определить динамическое давление жидкости при $t = 0$, обращаемся к формуле (1.17). Проинтегрировав по переменному ω , полагая $t = 0$, имеем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{4}{\pi^2} \lambda V_1 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{(1 - \cos \alpha h) \cos \alpha h}{k(\alpha^2 + k^2) \text{ch} kh} \text{sh} kY d\alpha dk + \\ + \frac{4}{\pi^2} V_1 V_2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{(1 - \cos \alpha h) \cos \alpha h}{(\alpha^2 + k^2) \text{ch} kh} \text{ch} kY d\alpha dk - \\ - \frac{4g}{\pi^2} V_1 V_2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{(1 - \cos \alpha h) k \text{sh} k(Y+h)}{(\alpha^2 + k^2)(kg \text{sh} kh + \lambda^2 \text{ch} kh)} \left(\frac{\cos \alpha h}{\text{ch} kh} - 1 \right) d\alpha dk - \lambda V_2 Y - V_2^2 - V_1^2 - \\ - \frac{2}{\pi} V_1 \int_0^{\infty} \frac{(1 - \cos \alpha h)}{\alpha^2} (\lambda \sin \alpha Y + V_2 \alpha \cos \alpha Y) d\alpha \quad (1.40)$$

Выполнив для первого двойного интеграла (1.40) интегрирование сначала по α , а для второго и третьего двойных интегралов — сначала по k , найдем при $t = 0$, $y < 0$, $x = 0$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{2\lambda}{h} V_1 \sum_{m=1,3}^{\infty} \frac{\sin CY}{C^2} - i 2 \mu V_1 V_2 \frac{\text{sh} [\gamma(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma, \mu) \text{ch} \gamma} - \lambda V_2 Y - V_1^2 - V_2^2 \quad (1.41)$$

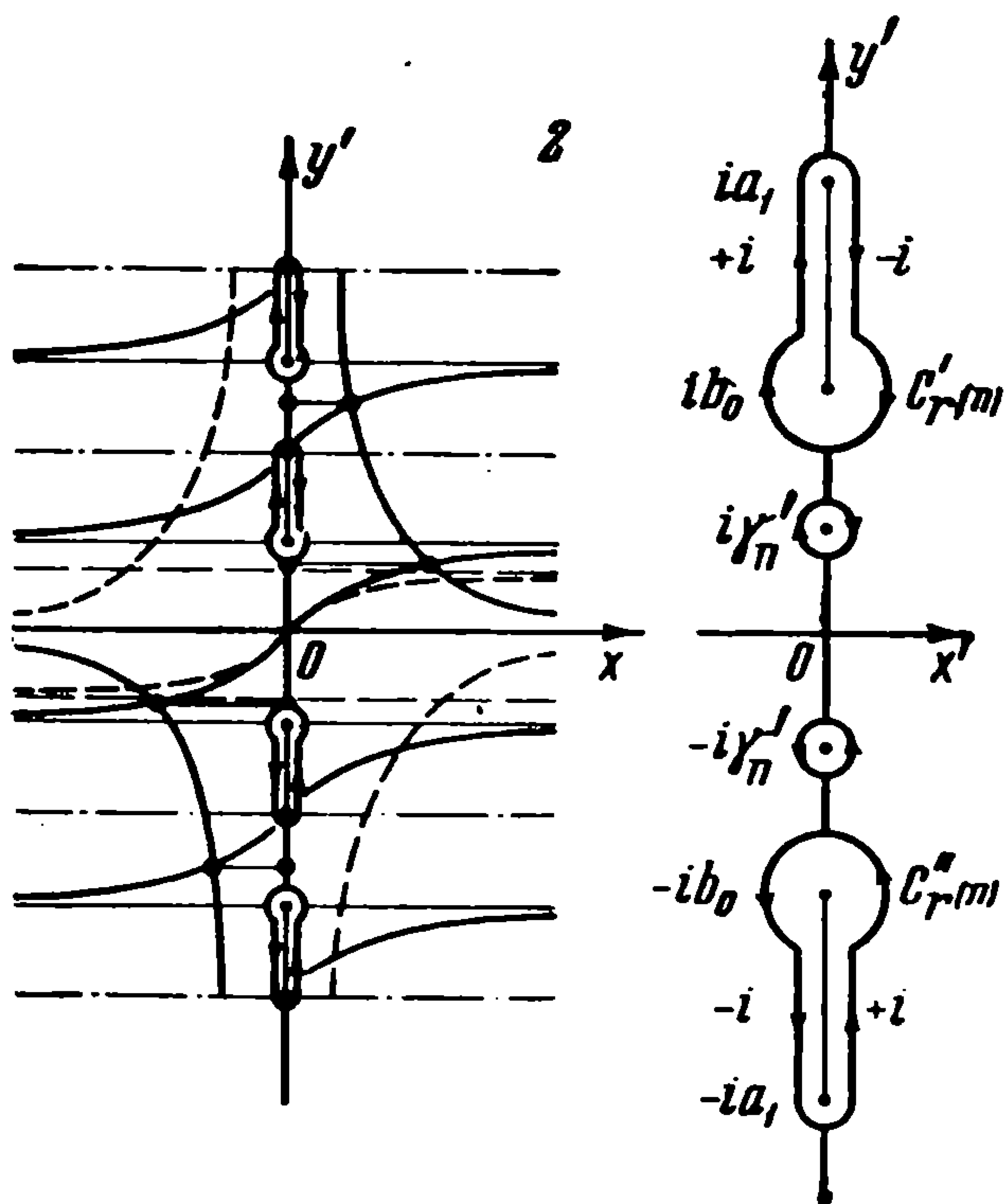
Отметим, что при вычислении $\partial\varphi/\partial y$ интегрируем все двойные интегралы вначале по k . Интегрирование дает

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = i2\mu V_1 \frac{\text{sh} [\gamma(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma, \mu) \text{ch} \gamma} + V_2 \quad \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} = V_1 \right) \quad (1.42)$$

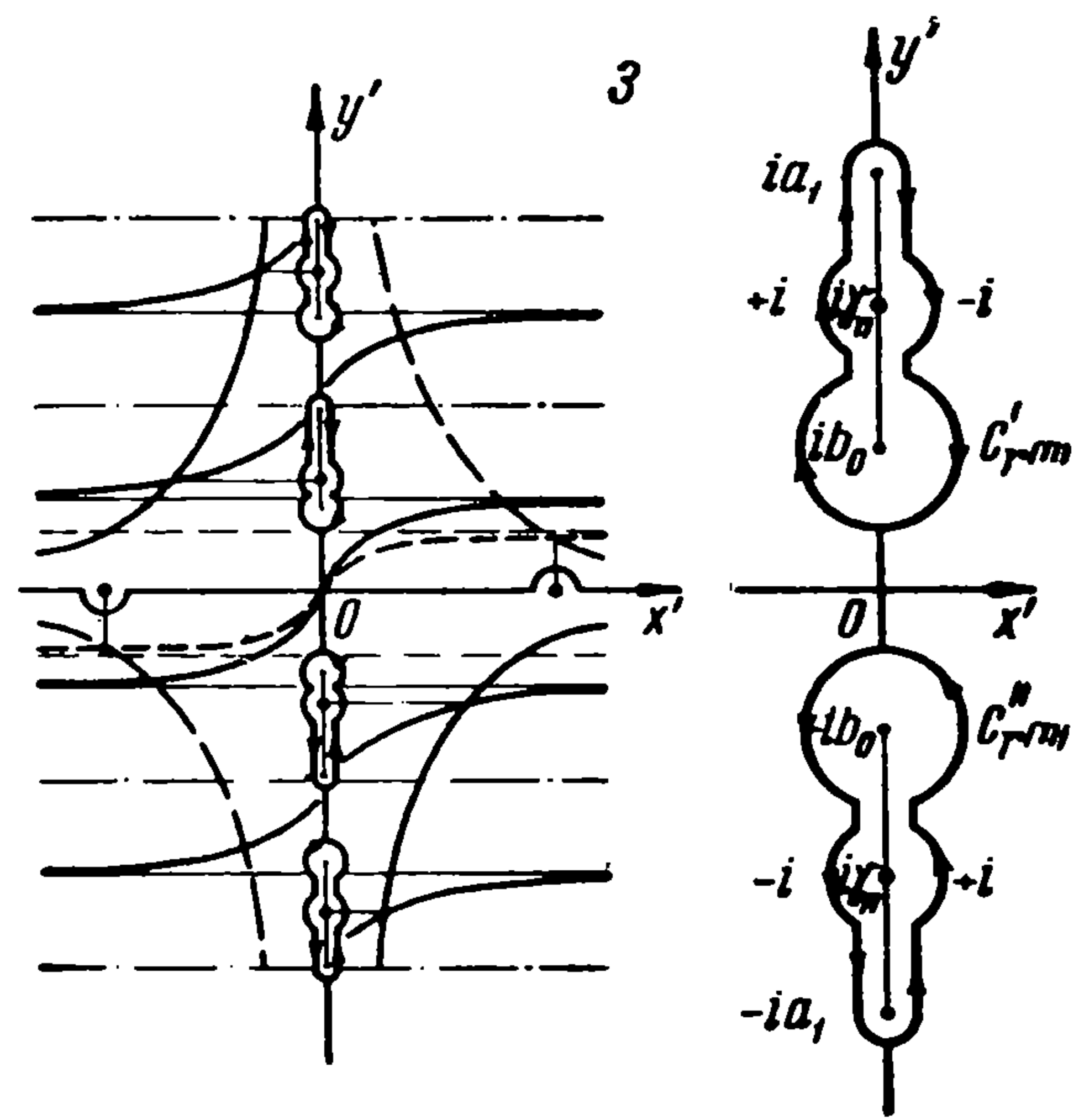
2°. Перейдем теперь к изучению динамического давления на плотину, образованного ее импульсивным действием на жидкость. Предположим, что

$$V(t) = V_0 e^{-\xi t} \quad (1.43)$$

Итак, действительно, после замены λ на ξ формулы (1.12) — (1.19) действуют и для этого случая. Отметим, что при вычислениях интегралов S_1, S_2, S_3, S_4 оба случая различны, так как в этом случае урав-



Фиг. 4



Фиг. 5

нение $kg \text{sh} kh + \xi^2 \text{ch} kh = 0$ имеет бесконечное число корней, γ'_n , где $n = 1, 2, 3, \dots$, лежащих на мнимой оси, как указано на фиг. 4.

Для вычисления R_2^* выберем те же вспомогательные функции и контуры интегрирований, но при этом в выражениях (1.25) и (1.26) вместо λ будет ξ , причем контур (1) расположен на плоскости z (фиг. 4), а контуры (2) и (3) помещены на плоскости z' , полученной из плоскости z преобразованием (x', y') на $(-y', x')$ и поворотом на 90° по часовой стрелке. Заметим эти свойства подынтегральных функций и приступая к интегрированию, имеем

$$\begin{aligned} \oint_{(1)z} F_1(z') dz' &= 2R_2^* + iN_1 + iN_2 - L^* e^{-\xi t} + f_1^*(\alpha, Y, t) = 0 \\ \oint_{(2)z'} F_2(z') dz' &= 2N_1 + 2N_2 + H_1 - iL^* (e^{\xi t} - e^{-\xi t}) + f_2^*(\alpha, Y, t) = 0 \\ \oint_{(3)z'} F_3(z') dz' &= -i2R_2^* + H_2 + iL^* (e^{\xi t} + e^{-\xi t}) + f_3^*(\alpha, Y, t) = 0 \end{aligned} \quad (1.44)$$

где N_1, N_2 — такие же обозначения, как в (1.30), но вместо λ будет ξ

$$L^* = 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma'_n h^2 \cos [\gamma'_n (Y + h) / h]}{g(\alpha^2 h^2 - \gamma_n'^2) \Gamma(\gamma_n', \sigma) \cos^2 \gamma_n'}$$

$$\left(\Gamma(\gamma_n', \sigma) = \gamma_n'^2 + (1 + \sigma h) h \sigma, \quad \sigma = \frac{\xi^2}{g} \right)$$

которое получено путем интегрирования по малым окружностям с центрами в точках γ_n' с радиусами, стремящимися к нулю.

Из системы уравнений (1.44) найдется R_2^* . После ряда соответствующих интегрирований получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = & 2\xi \sigma h^2 V_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos [\gamma'_n (Y + h) / h]}{\gamma_n' \Gamma(\gamma_n', \sigma) \cos \gamma_n'} e^{-\xi t} - 2\sigma h V_1 V_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin [\gamma'_n (Y + h) / h]}{\Gamma(\gamma_n', \sigma) \cos \gamma_n'} e^{-2\xi t} - \\ & - \xi V_2' Y e^{-\xi t} - (V_2^2 + V_2'^2) e^{-2\xi t} - U_2 g (1 - e^{-\xi t}) \end{aligned} \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 2\sigma h V_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin [\gamma'_n (Y + h) / h]}{\Gamma(\gamma_n', \sigma) \cos \gamma_n'} e^{-\xi t} + V_2 e^{-\xi t}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_1 e^{-\xi t}$$

при $t > 0, y < U_2(t), x = U_1(t)$.

Для момента времени $t = 0$ имеем при $y < 0, x = 0$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{2\xi}{h} V_1 \sum_{m=1,3}^{\infty} \frac{\sin CY}{C^2} - 2\sigma h V_1 V_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin [\gamma'_n (Y + h) / h]}{\Gamma(\gamma_n', \sigma) \cos \gamma_n'} - \xi V_2 Y - V_1^2 - V_2^2$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 2\sigma h V_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin [\gamma'_n (Y + h) / h]}{\Gamma(\gamma_n', \sigma) \cos \gamma_n'} + V_2, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_1 \quad (1.46)$$

§ 2. Рассмотрим задачу о динамическом давлении жидкости на плотину, обусловленном начальными условиями

$$\varphi(x, y, 0) = 0, \quad \frac{\partial \varphi(x, 0, 0)}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

и граничными условиями

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_1 \sin \omega t \quad (V_1 = V_0 \cos \vartheta) \quad \text{при } x = -U_1 \cos \omega t \quad (U_1 = U_0 \cos \vartheta) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = V_2 \sin \omega t \quad (V_2 = V_0 \sin \vartheta) \quad \text{при } y = -h - U_2 \cos \omega t \quad (2.3)$$

$$(U_2 = U_0 \sin \vartheta)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = -U_2 \cos \omega t \quad (2.4)$$

Здесь V_0, U_0 — амплитуды скорости и смещения колеблющейся земной поверхности.

Возьмем потенциал скоростей $\varphi(x, y, t)$, который удовлетворяет $\Delta \varphi = 0$ в следующем виде

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, t) = & \sin \omega t \left\{ \int_0^{\infty} [B(k) \operatorname{ch} k(Y + h) + C(k) \operatorname{sh} kY] \cos kX dk + \right. \\ & \left. + \int_0^{\infty} A(\alpha) \sin \alpha Y e^{-\alpha X} d\alpha \right\} + \int_0^{\infty} D(k) \operatorname{ch} k(Y + h) \cos kX \sin Mt dk \quad \begin{pmatrix} X = x + U_1 \cos \omega t \\ Y = y + U_2 \cos \omega t \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь функции $A(\alpha), B(k), C(k)$ и $D(k)$ — произвольные.

Используя условия (2.1) — (2.4) при помощи интеграла Фурье, находим

$$A(\alpha) = \frac{2V_1}{\pi} \frac{(1 - \cos \alpha h)}{\alpha^2}, \quad D(k) = -\frac{\omega}{M} B(k), \quad M = \sqrt{kg \operatorname{th} kh}$$

$$C(k) = \frac{\delta(k) V_2}{k \operatorname{ch} kh} - \frac{4V_1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{(1 - \cos \alpha h) \cos \alpha h}{(\alpha^2 + k^2) k \operatorname{ch} kh} d\alpha \quad (2.6)$$

$$(kg \operatorname{sh} kh - \omega^2 \operatorname{ch} kh) B(k) + kg C(k) = -\frac{2g}{\pi} \int_0^\infty \frac{A(\alpha) \alpha^2}{\alpha^2 + k^2} d\alpha$$

Дифференцируя $\varphi(x, y, t)$ по t , при $x = -U_1 \cos \omega t$ имеем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{4V_1}{\pi^2} \iint_0^\infty \frac{(1 - \cos \alpha h) \cos \alpha h}{(\alpha^2 + k^2) k \operatorname{ch} kh} (V_2 k \operatorname{ch} kY \sin^2 \omega t - \omega \cos \omega t \operatorname{sh} kY) d\alpha dk +$$

$$+ \frac{4V_1}{\pi^2} g [\omega (S_5 - S_6) - V_2 (S_7 - S_8)] + U_2 g (\cos \omega t - 1) + \omega V_2 Y \cos \omega t -$$

$$- V_2^2 \sin^2 \omega t + \frac{2V_1}{\pi} \int_0^\infty \frac{(1 - \cos \alpha h)}{\alpha^2} [\omega \cos \omega t \sin \alpha Y +$$

$$+ \alpha \sin^2 \omega t (V_1 \sin \alpha Y - V_2 \cos \alpha Y)] d\alpha \quad (2.7)$$

Здесь

$$S_5 = \cos \omega t \iint_0^\infty \Omega(\alpha, k) \operatorname{ch} k(Y + h) d\alpha dk$$

$$S_6 = \iint_0^\infty \Omega(\alpha, k) \operatorname{ch} k(Y + h) \cos Mt d\alpha dk$$

$$S_7 = \sin^2 \omega t \iint_0^\infty \Omega(\alpha, k) k \operatorname{sh} k(Y + h) d\alpha dk$$

$$S_8 = \omega \sin \omega t \iint_0^\infty \frac{\sin Mt}{M} \Omega(\alpha, k) k \operatorname{sh} k(Y + h) d\alpha dk$$

$$\Omega(\alpha, k) = (1 - \cos \alpha h) (\cos \alpha h - \operatorname{ch} kh) / (\alpha^2 + k^2) (kg \operatorname{sh} kh - \omega^2 \operatorname{ch} kh) \operatorname{ch} kh$$

Следует отметить, что при вычислении интегралов S_6 и S_8 сначала интегрируем по k , а все остальные двойные интегралы сначала по α . Приступая к вычислению S_6 , рассмотрим интеграл

$$T^* = \int_0^\infty \frac{\operatorname{ch} k(Y + h) \cos Mt dk}{(\alpha^2 + k^2)(kg \operatorname{sh} kh - \omega^2 \operatorname{ch} kh) \operatorname{ch} kh} \quad (2.8)$$

Возьмем три вспомогательные функции, подобные (1.26), но вместо λ^2 будет $-\omega^2$. При этом для уравнения $kg \operatorname{sh} kh - \omega^2 \operatorname{ch} kh = 0$ имеем бесконечное число мнимых корней γ_n , попадающих на отрезки, указанные на фиг. 5, и два вещественных корня.

Выберем контуры интегрирований, изображенные на фиг. 3, таким образом, чтобы контур (1) находился на плоскости Z (фиг. 5), а контуры (2) и (3) на плоскости Z' , которая получается из плоскости Z пре-

образованием (x', y') на $(-y', x')$ и поворотом на 90° по часовой стрелке. По теореме о вычетах имеем

$$\oint_{(1)3} F_1(z') dz' = 2T^* - iN_3 - iN_4 + K_1^* - K_2^* + f_1^*(\alpha, Y, t) = 0$$

$$\oint_{(2)3'} F_2(z') dz' = 2N_3 + 2N_4 + i2K_1^* + H_1 + f_2^*(\alpha, Y, t) = 0 \quad (2.9)$$

$$\oint_{(3)3'} F_3(z') dz' = i2T^* - i2K_2^* - iK_1^* + H_2 + f_3^*(\alpha, Y, t) = 0$$

где $N_3 = -N_1$, $N_4 = -N_2$, но вместо λ^2 будет $-\omega^2$,

$$K_1^* = 2\pi\gamma_s h^2 \frac{\text{ch}[\gamma_s(Y+h)/h] \sin \omega t}{g(\alpha^2 h^2 + \gamma_s^2) \Gamma(\gamma_s, Q) \text{ch}^2 \gamma_s}$$

$$K_2^* = \frac{2\pi}{g} h^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n \cos[\gamma_n(Y+h)/h] \cos \omega t}{(\alpha^2 h^2 - \gamma_n^2) \Gamma(\gamma_n, Q) \cos^2 \gamma_n}$$

$$\Gamma(\gamma_s, Q) = \gamma_s^2 + (1 - Qh)Qh, \quad \Gamma(\gamma_n, Q) = \gamma_n^2 - (1 - Qh)Qh, \quad Q = \omega^2 / g$$

причем K_2^* получается путем интегрирования по малым полуокружностям с центрами в точках γ_n при стремлении радиусов полуокружностей к нулю (фиг. 5).

Из системы (2.9) находим

$$T^* = -\frac{\pi}{g} h^2 \frac{\gamma_s \text{ch}[\gamma_s(Y+h)/h] \sin \omega t}{(\alpha^2 h^2 + \gamma_s^2) \Gamma(\gamma_s, Q) \text{ch}^2 \gamma_s} + f^*(\alpha, Y, t) \quad (2.10)$$

Подставив (2.10) в выражение S_6 и проинтегрировав по α , получим

$$S_6 = -\frac{\pi^2}{2g} Qh^2 \frac{\text{ch}[\gamma_s(Y+h)/h]}{\gamma_s \Gamma(\gamma_s, Q) \text{ch} \gamma_s} \sin \omega t \quad (2.11)$$

Аналогичным путем найдем

$$S_8 = \frac{\pi^2}{4g} Qh \frac{\text{sh}[\gamma_s(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma_s, Q) \text{ch} \gamma_s} \sin 2\omega t \quad (2.12)$$

Вычислив остальные двойные интегралы и подставив их в (2.7) будем иметь при $t > 0$, $Y < 0$, $x = -U_1 \cos \omega t$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 2\omega Qh^2 V_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos[\gamma_n(Y+h)/h]}{\gamma_n \Gamma(\gamma_n, Q) \cos \gamma_n} \cos \omega t + \quad (2.13)$$

$$+ 2QhV_1 V_2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin[\gamma_n(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma_n, Q) \cos \gamma_n} \sin^2 \omega t -$$

$$- 2\omega Qh^2 V_1 \frac{\text{ch}[\gamma_s(Y+h)/h]}{\gamma_s \Gamma(\gamma_s, Q) \text{ch} \gamma_s} \sin \omega t - QhV_1 V_2 \frac{\text{sh}[\gamma_s(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma_s, Q) \text{ch} \gamma_s} \sin 2\omega t +$$

$$+ \omega V_2 Y \cos \omega t - U_2 g (1 - \cos \omega t) - (V_1^2 + V_2^2) \sin^2 \omega t$$

При $t > 0$, $Y < 0$, $x = -U_1 \cos \omega t$ найдем (2.14)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -2QhV_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin[\gamma_n(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma_n, Q) \cos \gamma_n} \sin \omega t +$$

$$+ 2QhV_1 \frac{\text{sh}[\gamma_s(Y+h)/h]}{\Gamma(\gamma_s, Q) \text{ch} \gamma_s} \cos \omega t + V_2 \sin \omega t$$

Как известно $\partial\varphi/\partial x = V_1 \sin \omega t$. При $t = 0$, $x = -U_1$ имеем

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{2\omega}{h} V_1 \sum_{m=1,3}^{\infty} \frac{\sin CY}{C^2} + \omega V_2 Y \quad (2.15)$$

Обозначая через p^* динамическое давление жидкости, а через ρ ее плотность, имеем формулу

$$\frac{p^*}{\rho} = -\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} \right)^2 \right]$$

Подставим p^* в виде $p_1^* + p_2^*$, т. е. $p^* = p_1^* + p_2^*$, где p_1^* — обозначает совокупность слагаемых, не содержащих множителя V_2 , а p_2^* — остальные слагаемые. Формулы (1.37) и (1.38) показывают, что p_1^* сильно возрастает, если ξ и η увеличиваются и $\xi \rightarrow \eta$, ибо при этом в выражении $\operatorname{ch} \gamma = \operatorname{ch} p \cos q - i \sin q \operatorname{sh} p$ имеет место $p \rightarrow 0$, а $q \rightarrow 1/2\pi$.

Из формулы (1.45) вытекает, что в этом случае p_1^* быстро растет с увеличением ξ , потому что при этом $\gamma'_n \rightarrow 1/2\pi$, причем давление максимального достигнет в момент времени, при котором движущаяся жидкость встречается с мгновенно остановившейся плотиной. Из формул (2.13) и (2.14) видно, что в этом случае p_1^* быстро растет при возрастании ω , так как при этом $\gamma_n \rightarrow 1/2\pi$.

Из полученных результатов следует, что вертикальные колебания земной поверхности оказывают значительное влияние на нагрузку плотины как при разрушительном, так и при сильном землетрясении; действительно при этом могут иметь место соотношения $U_2\omega^2 \geq g$, $U_2\xi^2 \geq g$, $U_2\eta^2 \geq g$ или $U_2\xi\eta \geq g$, и, следовательно, p_2^* может быть больше статического давления $p^0 = \rho g Y$. Давление p_1^* также может превзойти значение p^0 при некоторых определенных η , ξ , ω . Полученные выше формулы позволяют построить графики распределения динамического давления жидкости вдоль плотины, соответствующего каждому случаю.

Задача о динамическом давлении жидкости на плотину, вызванном ее колебаниями по закону $V = V_0 \cos \omega t$, была рассмотрена в работе [4].

Поступила 17 XII 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Лейбензон Л. С. О натуральных периодах колебаний плотины, подпирающей реку. Уч. зап. МГУ, 1935, № 2
2. Уразбаев М. Т. Сейсмостойкость гидроупругих систем. Строительная механика и расчет сооружений, 1959, вып. 5
3. Напетваридзе Ш. Г. Гидродинамическое давление при сейсмическом воздействии. Тр. Ин-та строительства АН ГрузССР, Тбилиси, 1955.
4. Чень Чжень-чен. О динамическом давлении жидкости на плотину при землетрясении. ПММ, 1961, т. XXV, вып. 1
5. Сретенский Л. Н. О направленном излучении волн из области, подверженной внешнему давлению. ПММ, 1956, т. XX, вып. 3
6. Войт С. С. Волны на поверхности жидкости, возникающие от перемещающейся периодической системы давлений. ПММ, 1957, т. XXI, вып. 1
7. Черкесов Л. В. О волнах на поверхности жидкости. Изв. АН СССР, ОТН, серия механика и машиностроение, 1959, вып. 2.