О ВОЗМУЩЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ ПРИ НАЛИЧИИ СКАЧКА ПРОВОДИМОСТИ

В. П. Карликов, В. П. Коробейников

(Москва)

При распространении сильных ударных волн в газе резко меняются свойства газа после прохождения фронта ударной волны: сильно возрастают давление, температура, плотность, электропроводность и другие параметры среды.

Если ударная волна распространяется в пространстве, в котором имеются магнитное и электрическое поля, то изменение свойств среды при переходе через фронт ударной волны вызовет возмущения магнитного и электрического полей, которые будут распространяться в виде электромагнитных волн. Вопросы, связанные с излучением электромагнитных волн ударными волнами, рассматривались в ряде работ [1-4].

Ниже будут рассмотрены задачи излучения электромагнитных волн сферическими ударными волнами при их распространении в слабом магнитном и электрическом полях. При этом будет предполагаться, что механизм возбуждения электромагнитных волн связан с возникновением скачка проводимости при прохождении ударной волны через газ. Для случая распространения плоской ударной волны в газе этот вопрос был рассмотрен в работах [2, 3].

Пусть сильная ударная волна распространяется со скоростью $D(t)$, где t — время, в газе, занимающем неограниченно большой объем. Так как электрическое и магнитное поля впереди фронта ударной волны предполагаются слабыми, будем пренебрегать их влиянием на движение газа за фронтом волны.

Это означает, что параметры фронта волны будут такими, какими они получаются из решения газодинамической задачи. Будем предполагать газодинамическую задачу полностью решенной и, следовательно, скорость $D(t)$ заданной.

Рассмотрим начальные и граничные условия.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ векторы напряженности магнитного поля $\mathbf{H}$ и электрического поля $\mathbf{E}$ постоянны. Будем считать, что проводимость газа перед фронтом ударной волны равна нулю, а за ним равна бесконечности. В силу отсутствия магнитных зарядов на фронте ударной волны для нормальной составляющей магнитного поля $\mathbf{H}_n$ имеем условие непрерывности (магнитную проницаемость μ считаем равной единице). Из уравнений Максвелла следует, что касательная составляющая вектора электрического поля $\mathbf{E}_\tau$ также непрерывна. Заметим, что условия непрерывности $\mathbf{H}_n$ и $\mathbf{E}_\tau$ совпадают с аналогичными условиями на ударных волнах, распространяющихся в среде с бесконечной проводимостью [4].

По аналогии со случаем, когда электрическое и магнитное поля параллельны фронту волны, разобранным в работе [2], предполагаем, что касательная составляющая магнитного поля $\mathbf{H}_\tau$ непрерывна. В соответствии с результатами работы [2] считается, что в ударном слое коэффициент магнитной вязкости ν_m больше других диссипативных коэффициентов. Обозначая индексом *1* величины перед фронтом ударной волны, а индексом *2* величины непосредственно за ним, можем написать

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_2, \qquad \mathbf{E}_{1\tau} = \mathbf{E}_{2\tau} \tag{1}$$

В силу бесконечной проводимости газа за фронтом ударной волны в системе координат, связанной с волной, между $\mathbf{H}$ и $\mathbf{E}$ имеет место зависимость

$$\mathbf{E}_2 = -\frac{1}{c}\, \mathbf{v}_2 \times \mathbf{H}_2 \qquad (c \text{ — скорость света})$$

С учетом (1) в неподвижной системе координат имеем

$$\mathbf{E}_{1\tau} = -\frac{1}{c}\, [(\mathbf{v}_2 - \mathbf{D}) \times \mathbf{H}_1]_\tau \tag{2}$$

Граничные условия (1), (2) на фронте ударной волны должны учитываться при решении рассматриваемых задач об излучении электромагнитных волн. Так как решение газодинамической задачи предполагается известным, то величины $\mathbf{v}_2$ и $\mathbf{D}$ в соотношении (2) считаются заданными.

Распространение электромагнитных волн в среде с нулевой проводимостью и значениями $\mu = \varepsilon = 1$ описывается системой уравнений Максвелла

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \operatorname{rot}\mathbf{H}, \qquad \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\operatorname{rot}\mathbf{E} \tag{3}$$

Система (3) с граничными условиями (2) и заданными начальными условиями позволяет определить законы распространения электромагнитных волн.

Для отыскания же электрического и магнитного полей и распределения токов в области движения за фронтом ударной волны следует использовать условия (1) и уравнения магнитной гидродинамики [4].

В дальнейшем будут рассматриваться сферические ударные волны.

Пусть начальное магнитное поле есть $\mathbf{H}_0$, начальное электрическое поле $\mathbf{E}_0$. Введем сферическую систему координат r, θ, φ, причем угол θ будем отсчитывать от направления вектора $\mathbf{H}_0$. Если учесть, что $\mathbf{v}$ и $\mathbf{D}$ направлены по радиусу, то граничные условия (1) и (2) в компонентах запишутся следующим образом:

$$H_{r1} = H_{r2}, \qquad H_{\theta 1} = H_{\theta 2}, \qquad H_{\varphi 1} = H_{\varphi 2} \tag{4}$$

$$E_{\theta 1} = \frac{1}{c}(v_2 - D) H_{\varphi 1}, \qquad E_{\varphi 1} = -\frac{1}{c}(v_2 - D) H_{\theta 1} \tag{5}$$

Так как для сильных ударных волн в совершенном газе с отношением теплоемкостей γ верно соотношение $v_2 = 2D/(\gamma+1)$, то условия (4) и (5) могут быть записаны так:

$$E_{\theta 1} = -\frac{\alpha}{c} D H_{\varphi 1}, \qquad E_{\varphi 1} = \frac{\alpha}{c} D H_{\theta 1} \qquad \left(\alpha = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right) \tag{6}$$

Рассмотрим примеры решения задач о распространении электромагнитных волн.

1°. Пусть $\mathbf{E}_0 = 0$, $\mathbf{H}_0 \neq 0$. Предположим, что закон движения ударной волны задан соотношениями

$$D = \frac{dr_2}{dt} = \frac{c\varphi(\xi_2, r_2)}{\alpha\psi(\xi_2, r_2)}, \qquad \xi_2 = ct - r_2, \qquad r_2(0) = 0 \tag{7}$$

$$\varphi(\xi_2, r_2) = \xi_2 \sum_{k=0}^{m} g_k \xi_2^{\,k} [\xi_2 + (k+2) r_2], \qquad 0 \leqslant m < \infty$$

$$\psi(\xi_2, r_2) = r_2^2 - \xi_2 \sum_{k=0}^{m} g_k \xi_2^{\,k} [(k+2) r_2 + \xi_2 + \xi_2^2 r_2^{-1} (k+3)^{-1}]$$

Здесь g_k — постоянные величины.

В этом случае решение задачи дается формулами

$$\begin{aligned}
&E_r = E_\theta = 0, \qquad H_\varphi = 0\\
&E_\varphi = H_0 \sin\theta \frac{\xi}{r^2} \sum_{k=0}^{m} g_k \xi^k [\xi + (k+2) r]\\
&H_r = -\frac{2H_0}{r^3} \xi^2 \cos\theta \sum_{k=0}^{m} \frac{g_k}{k+3} \xi^k [\xi + (k+3) r] + H_0 \cos\theta\\
&H_\theta = -\frac{H_0}{r} \xi \sin\theta \sum_{k=0}^{m} g_k \xi^k \left[k + 2 + \frac{\xi}{r} + \frac{\xi^2}{(k+3) r^2}\right] - H_0 \sin\theta
\end{aligned} \tag{8}$$

Отметим, что значение $\xi = 0$ соответствует фронту электромагнитной волны. Из решения (8) следует, что при $\xi = 0$ компоненты векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ принимают свои начальные значения.

2. Пусть $D = D_0 = \mathrm{const}$, $\mathbf{H}_0 \neq 0$, $\mathbf{E}_0 \neq 0$ и для простоты предположим, что векторы $\mathbf{H}_0$ и $\mathbf{E}_0$ взаимно перпендикулярны.

Сильная ударная волна с постоянной скоростью может быть, например, вызвана сферическим поршнем, расширяющимся в газе из некоторой точки (принятой за начало координат) с постоянной скоростью [5].

В этом случае задача является автомодельной и ее точное решение может быть найдено путем введения автомодельной независимой переменной $\lambda = r / D_0 t$, разделения переменных в системе (3) и решения системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с последующим выбором произвольных постоянных из граничных условий; приводим лишь окончательный результат

$$H_r = H_0 A\left(B + \frac{2}{\delta^2}\frac{1}{\lambda} - \frac{2}{3\delta^4}\frac{1}{\lambda^3}\right)\cos\theta \tag{9}$$

$$H_\theta = H_0 A\left(-B - \frac{1}{\delta^2}\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{3\delta^4}\frac{1}{\lambda^3}\right)\sin\theta + E_0 A_1\left(-\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta^3}\frac{1}{\lambda^2}\right)\cos\varphi$$

$$H_\varphi = -E_0 A_1\left(-\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta^3}\frac{1}{\lambda^2}\right)\sin\varphi\cos\theta$$

$$E_r = E_0 A_1\left(-B_1 - \frac{2}{\delta^2}\frac{1}{\lambda} + \frac{2}{3\delta^4}\frac{1}{\lambda^3}\right)\sin\varphi\sin\theta$$

$$E_\theta = -E_0 A_1\left(B_1 + \frac{1}{\delta^2}\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{3}\frac{1}{\mu^4}\frac{1}{\lambda^3}\right)\sin\varphi\cos\theta$$

$$E_\varphi = H_0 A\left(-\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta^3}\frac{1}{\lambda^2}\right)\sin\theta - E_0 A_1\left(B_1 + \frac{1}{\delta^2}\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{3\delta^4}\frac{1}{\lambda^3}\right)\cos\varphi$$

где

$$A = \frac{3\alpha\delta^4}{\alpha(4\delta^3 - 3\delta^2 - 1) - 3(1 - \delta^2)}, \qquad B = \frac{-3(1 - \delta^2) - \alpha(1 + 3\delta^2)}{3\alpha\delta^4}$$

$$A_1 = \frac{3\delta^4}{1 + 3(\alpha + 1)\delta^2 - 4\delta^3 - 3\alpha\delta^4}, \qquad B_1 = \frac{-1 - 3(\alpha + 1)\delta^2 + 3\alpha\delta^4}{3\delta^4} \qquad \left(\delta = \frac{D_0}{c}\right)$$

В справедливости решения (9) можно убедиться непосредственной проверкой.

Отметим, что решение (9) для случая $E_0 = 0$ может быть получено из решения (8) при $m = 0$.

3°. Решение уравнения Максвелла, записанное формулами (8), может быть использовано для приближенного отыскания параметров электромагнитных волн при законах $D(t)$, отличных от (7).

Для этого следует подставить в (8) постоянные g_k, найденные из условия аппроксимации заданной зависимости $D(t)$ или $D(r_2)$ при помощи выражения (7). В частности, это решение может быть использовано тогда, когда $D(t)$ и $r_2(t)$ заданы в виде таблиц. При этом следует отметить, что если начальное положение электромагнитной волны характеризуется величиной $r = r_0$, то в решении (8) переменную ξ следует взять в виде

$$\xi = r - r_0 - ct$$

Поступила 18 II 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Gallet R. Propagation and Production of Electromagnetic Waves in a Plasma, Supplem. Nuovo, Cimento, 1959, v. XIII, ser. X., N 1, pp. 234—256.
2. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. О магнитогидродинамических ударных волнах, ионизирующих газ. ДАН СССР, 1959, т. 129, № 1, стр. 52.
3. Коробейников В. П., Карликов В. П. О взаимодействии сильных взрывных волн с электромагнитным полем. ДАН СССР, 1960, т. 133, № 4, стр. 764.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Гостехиздат, М., 1957.
5. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Изд. 4, Гостехиздат, М., 1957.