О НЕКОТОРЫХ ОБЩИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК

И. И. Ворович

(Ростов-на-Дону)

1. В ряде случаев при решении задач линейной теории оболочек используется введение вспомогательных функций, при помощи которых удается описать задачу одним уравнением высокого порядка. Общий метод введения таких функций сводится к следующему [1, 2].

Пусть задана система уравнений в частных производных

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}\left(\frac{\partial}{\partial x_p}\right) u_j = 0 \qquad (i=1,\ldots,n;\ 1\leqslant p\leqslant k) \tag{1.1}$$

где u_j — искомые функции, $a_{ij}(\partial/\partial x_p)$ — линейные дифференциальные операторы конечного порядка с постоянными коэффициентами. Рассмотрим систему алгебраических уравнений

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}(\alpha_p) v_j = 0 \qquad (i=1,\ldots,n;\ 1\leqslant p\leqslant k) \tag{1.2}$$

полученную из (1.1) формальной заменой операции дифференцирования по x_p умножением на некоторый параметр α_p. Предположим, что первые $n-1$ уравнений системы (1.2) позволяют выразить $v_1,\ldots,v_{n-1}$ через v_n

$$v_i = \frac{D_i(\alpha_1,\ldots,\alpha_k)}{R(\alpha_1,\ldots,\alpha_k)} v_n \qquad (i=1,\ldots,n-1) \tag{1.3}$$

Очевидно, D_i и R можно считать некоторыми полиномами относительно $\alpha_1,\ldots,\alpha_k$. Введем функцию Φ, полагая (1.4)

$$u_i = D_i\left(\frac{\partial}{\partial x_1},\ldots,\frac{\partial}{\partial x_k}\right)\Phi \quad (i=1,\ldots,n-1), \qquad u_n = R\left(\frac{\partial}{\partial x_1},\ldots,\frac{\partial}{\partial x_k}\right)\Phi$$

и считая, что Φ удовлетворяет уравнению

$$\left\{\sum_{j=1}^{n-1} a_{nj}\left(\frac{\partial}{\partial x_p}\right) D_j\left(\frac{\partial}{\partial x_p}\right) + a_{nn}\left(\frac{\partial}{\partial x_p}\right) R\left(\frac{\partial}{\partial x_p}\right)\right\}\Phi = K\left(\frac{\partial}{\partial x_p}\right)\Phi = 0 \tag{1.5}$$

Здесь $K(\alpha_p)$ — детерминант системы (1.2).

Легко видеть, что любая функция Φ, удовлетворяющая (1.5), доставляет посредством соотношений (1.4) некоторое решение системы (1.1). Если последнее из уравнений (1.1) будет неоднородным, то уравнение (1.5) также окажется неоднородным. Применим указанные соображения к уравнениям равновесия пологой оболочки в перемещениях

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u + \frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}v - \left(\frac{1}{R_1}+\frac{\nu}{R_2}\right)\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \tag{1.6}$$

$$\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}u + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)v - \left(\frac{1}{R_2}+\frac{\nu}{R_1}\right)\frac{\partial w}{\partial y} = 0 \tag{1.7}$$

$$\nabla^4 w + \frac{B}{D}\left(\frac{1}{R_2^2}+\frac{1}{R_1^2}+\frac{2\nu}{R_1R_2}\right)w - \frac{B}{D}\left[\frac{1}{R_1}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\nu\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{1}{R_2}\left(\frac{\partial v}{\partial y}+\nu\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right] = \frac{q}{D} \tag{1.8}$$

Тогда получим представление

$$u = -\frac{1+\nu}{2}\left(\frac{\nu}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\frac{\partial^3\Phi}{\partial x\partial y^2} + \left(\frac{1}{R_1}+\frac{\nu}{R_2}\right)\frac{\partial^3\Phi}{\partial x\partial y^2} + \frac{1-\nu}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{\nu}{R_2}\right)\frac{\partial^3\Phi}{\partial x^3} \tag{1.9}$$

$$v = -\frac{1+\nu}{2}\left(\frac{\nu}{R_2}+\frac{1}{R_1}\right)\frac{\partial^3\Phi}{\partial x^2\partial y} + \left(\frac{1}{R_2}+\frac{\nu}{R_1}\right)\frac{\partial^3\Phi}{\partial x^2\partial y} + \frac{1-\nu}{2}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{\nu}{R_1}\right)\frac{\partial^3\Phi}{\partial y^3} \tag{1.10}$$

$$w = \frac{1-\nu}{2}\Delta^4\Phi \tag{1.11}$$

Функция Ф должна удовлетворять уравнению

$$\Delta^8\Phi+\frac{B(1-\nu^2)}{D}\left(\frac{1}{R_2^2}\frac{\partial^4}{\partial x^4}+\frac{2}{R_1R_2}\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{1}{R_1^2}\frac{\partial^4}{\partial y^4}\right)\Phi-\frac{q}{D}=0 \tag{1.12}$$

В работе В. В. Власова [3] при рассмотрении равновесия пологой оболочки была получена система

$$\frac{1}{Eh}\nabla^4\varphi-\nabla_k^2w=0,\qquad \nabla_k^2\varphi+D\nabla^4w-Z=0 \tag{1.13}$$

$$\left(\nabla_k^2=k_y\frac{\partial^2}{\partial x^2}+k_x\frac{\partial^2}{\partial y^2}-2k_{xy}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\right) \tag{1.14}$$

Эта система введением функции Ф по формулам

$$w=\nabla^4\Phi,\qquad \varphi=Eh\nabla_k^2\Phi \tag{1.15}$$

сводится к уравнению

$$\nabla^8\Phi+\frac{12(1-\nu^2)}{h^2}\nabla_k^2\nabla_k^2\Phi-\frac{Z}{D}=0 \tag{1.16}$$

При исследовании равновесия цилиндрической оболочки в работе [3] была получена следующая система уравнений в перемещениях (для простоты считаем, что действует только поперечная нагрузка):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u+\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\nu\frac{\partial w}{\partial x}-c^2\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}-\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)w=0 \tag{1.17}$$

$$\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)v+\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{3-\nu}{2}c^2\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial y}=0 \tag{1.18}$$

$$\nu\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}-c^2\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2}-(2-\nu)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right]v+c^2(\nabla^4+1)w+\frac{1-\nu}{Eh}R^2Z=0$$

$$c^2=\frac{h^2}{12R^2} \tag{1.19}$$

Система (1.17) — (1.19) отличается от уравнений (1.6) — (1.8) наличием ряда дополнительных членов. Она может быть сведена к одному уравнению при помощи соотношений

$$u=c^2\left(\frac{\partial^5}{\partial x^5}-\frac{\partial^5}{\partial x\partial y^4}\right)\Phi+\frac{\partial^3\Phi}{\partial x\partial y^2}-\nu\frac{\partial^3\Phi}{\partial x^3} \tag{1.20}$$

$$v=2c^2\left(\frac{\partial^5}{\partial x^4\partial y}+\frac{\partial^5}{\partial x^2\partial y^3}\right)\Phi-(2+\nu)\frac{\partial^3\Phi}{\partial x^2\partial y}-\frac{\partial^3\Phi}{\partial y^3} \tag{1.21}$$

$$w=\nabla^4\Phi \tag{1.22}$$

причем для Ф получаем уравнение

$$c^2(\nabla^2+1)^2\nabla^4\Phi-2c^2(1-\nu)\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}-\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}\right)\nabla^2\Phi+(1-\nu)\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^4}=\frac{(1-\nu^2)h}{12Ec^2}Z \tag{1.23}$$

Возможны и другие варианты теории оболочек, которые могут быть упрощены введением вспомогательной функции.

По-видимому, впервые М. К. Мипонов [4] обратил внимание на то, что представление (1.15) в случае сферической оболочки не всегда можно использовать.

Это обстоятельство заставляет подойти с осторожностью к использованию вспомогательных функций и, во всяком случае, делает небеспредметным рассмотрение следующих вопросов.

1) Для каких типов оболочек введение вспомогательных функций при помощи (1.9)—(1.11), (1.15) дает возможность изучить любые напряженные состояния?

2) Если для некоторых типов оболочек представления (1.9)—(1.11), (1.15) не всегда могут быть использованы, то какие напряженные состояния этих оболочек все-таки охватываются формулами (1.9) — (1.11), (1.15)?

3) Можно ли представлениями (1.20) — (1.22) описать любые напряженные состояния цилиндрической оболочки?

4) Какова степень произвола функций Ф во всех введенных выше представлениях?

Перечисленные вопросы и рассматриваются ниже.

2. Рассмотрим возможность осуществления представлений (1.9)—(1.11). Пусть имеются три произвольные достаточно гладкие функции u, v, w, связанные соотношениями (1.6), (1.7). Будем искать функцию Φ, при помощи которой осуществляются представления (1.9) — (1.11). Предположим для простоты, что область, занятая планом оболочки, односвязна. Из (1.6)—(1.7) имеем

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = K^{-1}\begin{Bmatrix} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\nu}{R_2}\right)\dfrac{\partial w}{\partial x} \\ \left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{\nu}{R_1}\right)\dfrac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} \tag{2.1}$$

где K — оператор плоской задачи теории упругости для области при нулевых условиях на границе, а u_0, v_0 — некоторое решение однородной плоской задачи теории упругости для Ω. Далее, из (1.11) имеем

$$\Phi = \frac{2}{1-\nu} Z^{-1}w + \Phi_0 \tag{2.2}$$

где Z — бигармонический оператор для Ω с нулевыми данными на контуре, а Φ_0 — бигармоническая в Ω-функции.

Введем теперь оператор C, который ставит в соответствие каждой достаточно гладкой функции Φ пару функций u, v по формулам (1.9) — (1.10). Очевидно, бигармоническая функция Φ_0, как это следует из (2.1) и (2.2), должна определяться соотношениями

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = C\Phi = \frac{2}{1-\nu} CZ^{-1}w + C\Phi_0 = K^{-1}\begin{Bmatrix} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\nu}{R_2}\right)\dfrac{\partial w}{\partial x} \\ \left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{\nu}{R_1}\right)\dfrac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} \tag{2.3}$$

Из (2.3) имеем

$$C\Phi_0 = K^{-1}\begin{Bmatrix} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\nu}{R_2}\right)\dfrac{\partial w}{\partial x} \\ \left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{\nu}{R_1}\right)\dfrac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} - \frac{2}{1-\nu} CZ^{-1}w + \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} \tag{2.4}$$

Покажем, что правая часть формулы (2.4) есть решение однородных уравнений плоской задачи теории упругости для Ω. Очевидно, для этого достаточно установить соотношение

$$\frac{2}{1-\nu} KCZ^{-1}w = \begin{Bmatrix} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\nu}{R_2}\right)\dfrac{\partial w}{\partial x} \\ \left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{\nu}{R_1}\right)\dfrac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \tag{2.5}$$

Вычислим оператор KC. Для его вычисления используем символический метод, обозначив оператор дифференцирования по x через p, а оператор дифференцирования по y через q. При этом имеем

$$KC = \begin{Bmatrix} \left(p^2+\dfrac{1-\nu}{2}q^2\right)C_1 + \dfrac{1+\nu}{2}pqC_2 \\ \left(q^2+\dfrac{1-\nu}{2}p^2\right)C_2 + \dfrac{1+\nu}{2}pqC_1 \end{Bmatrix} \tag{2.6}$$

Здесь C_1, C_2 даются соотношениями (1.9), (1.10)

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{1+\nu}{2}\left(\frac{\nu}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)pq^2 + \left(\frac{1}{R_1}+\frac{\nu}{R_2}\right)pq^2 + \frac{1-\nu}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{\nu}{R_2}\right)p^3 \\ C_2 &= -\frac{1+\nu}{2}\left(\frac{\nu}{R_2}+\frac{1}{R_1}\right)p^2q + \left(\frac{1}{R_2}+\frac{\nu}{R_1}\right)p^2q + \frac{1-\nu}{2}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{\nu}{R_1}\right)q^3 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Из (2.6), (2.7) получаем

$$KC = \begin{Bmatrix} \dfrac{1-\nu}{2}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\nu}{R_2}\right)p\,(p^2+q^2)^2 \\ \dfrac{1-\nu}{2}\left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{\nu}{R_1}\right)q\,(p^2+q^2)^2 \end{Bmatrix} \tag{2.8}$$

Далее, если учесть, что $(p^2+q^2)^2Z^{-1}w \equiv w$, то из (2.8) легко получаем (2.5). Таким образом, установлено, что правая часть (2.4) есть решение однородных уравнений плоской задачи теории упругости. Обозначим это решение через u_1, v_1. Итак, бигармоническая функция Φ_0 должна быть определена из системы

$$C\Phi_0 = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} \tag{2.9}$$

которая в раскрытом виде запишется так:

$$\begin{gathered} -\frac{1+\nu}{2}\left(\frac{\nu}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\frac{\partial^3\Phi_0}{\partial x\partial y^2}+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{\nu}{R_2}\right)\frac{\partial^3\Phi_0}{\partial x\partial y^2}+\frac{1-\nu}{2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{\nu}{R_2}\right)\frac{\partial^3\Phi_0}{\partial x^3}=u_1 \\ -\frac{1+\nu}{2}\left(\frac{\nu}{R_2}+\frac{1}{R_1}\right)\frac{\partial^3\Phi_0}{\partial x^2\partial y}+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{\nu}{R_1}\right)\frac{\partial^3\Phi_0}{\partial x^2\partial y}+\frac{1-\nu}{2}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{\nu}{R_1}\right)\frac{\partial^3\Phi_0}{\partial y^3}=v_1 \end{gathered} \tag{2.10}$$

Для определения Φ_0 из (2.10) используем представление Гурса $\Phi_0 = z\bar{a} + \bar{z}a + b + \bar{b}$, где a, b — аналитические в Ω-функции. Подставив это представление в (2.10), умножив второе из уравнений (2.10) на i и сложив с первым, найдем

$$\begin{gathered} a''(3-\nu)(1-\nu)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)- \\ -(1-\nu^2)\left[(z\overline{a'''}+\overline{b'''})\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)+2\overline{a''}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\right]=u_1+iv_1 \end{gathered} \tag{2.11}$$

Далее, в силу известного представления Колосова — Мусхелишвили

$$2\mu(u_1+iv_1) = \varkappa\varphi - z\overline{\varphi'} - \bar{\psi} \tag{2.12}$$

Здесь φ, ψ — некоторые аналитические в Ω-функции. Таким образом, a, b должны быть определены из соотношения

$$\begin{gathered} a''(3-\nu)(1-\nu)-(1-\nu^2)\left[(z\overline{a'''}+\overline{b'''})\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)+2\overline{a''}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\right]= \\ =\frac{1}{2\mu}(\varkappa\varphi - z\overline{\varphi'} - \bar{\psi}) \end{gathered} \tag{2.13}$$

Из (2.12) вытекает

$$a''(3-\nu)(1-\nu)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{\varkappa\varphi}{2\mu}, \qquad a'''(1-\nu^2)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{\varphi'}{2\mu}$$

$$2a''\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+b'''\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)=-\frac{\psi}{2\mu(1-\nu^2)} \tag{1.14}$$

Далее, если учесть, что в случае плоского напряженного состояния $\varkappa = (3-\nu)/(1+\nu)$, то станет ясным, что a и b всегда могут быть определены из (2.14), если $1/R_1 - 1/R_2 \neq 0$.

Таким образом, если оболочка не будет сферической, то представления (1.9) — (1.10) всегда осуществимы. Из (2.14) также следует, что, если Φ_1, Φ_2 одновременно осуществляют представления (1.9) — (1.10) для заданных u, v, w, то

$$\begin{gathered} \Phi_1-\Phi_2 = m_1\left[\left(\frac{1}{R_2}-\frac{2+\nu}{R_1}\right)x^3+3\left(\frac{1}{R_1}+\frac{\nu}{R_2}\right)xy^2\right]+ \\ +m_2\left[\left(\frac{1}{R_1}-\frac{2+\nu}{R_2}\right)y^3+3\left(\frac{1}{R_2}+\frac{\nu}{R_1}\right)x^2y\right]+P \end{gathered} \tag{2.15}$$

где m_1, m_2 — произвольные постоянные, а P — произвольный полином второго порядка. Следовательно, функция Φ при заданных u, v, w определяется с точностью до восьми констант.

Рассмотрим случай сферической оболочки.

При $R_1 = R_2 = R$ представления (1.9), (1.10) дают

$$u = \frac{1-\nu^2}{2R}\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2\Phi, \qquad v = \frac{1-\nu^2}{2R}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\Phi, \qquad w = \frac{1-\nu}{2}\nabla^4\Phi \tag{2.16}$$

Из (2.16) вытекает

$$u_y - v_x = 0, \qquad u_x + v_y = (1 + \nu)\frac{w}{R} \tag{2.17}$$

Таким образом, представления (1.9), (1.10) в случае сферической оболочки могут быть использованы далеко не всегда, а лишь при выполнении условий (2.17). Легко видеть, что условия (2.17) достаточны для осуществимости представления (1.9), (1.10). Приведем пример, когда условия (2.17) не выполняются. Пусть

$$w = \frac{1}{a^3}(r^2 - a^2)^2, \qquad u = \frac{f(r)\,x}{a^3}, \qquad v = \frac{f(r)\,y}{a^3}$$

$$f(r) = \frac{1+\nu}{R}\left(\frac{r^4}{6} - \frac{a^2 r^2}{2} + \frac{a^4}{3}\right), \quad r^2 = x^2 + y^2 \tag{2.18}$$

Легко видеть, что соотношения (2.18) удовлетворяют (1.6), (1.7) и дают некоторую симметричную деформацию оболочки, полностью заделанной на контуре $r = a$. Соответствующая нагрузка легко находится из (1.8). При этом легко устанавливается, что первое из условий (2.17) выполнено, а второе не выполнено, так как

$$u_x + v_y - \frac{(1+\nu)\,w}{R} = -\frac{1+\nu}{3R}\,a \tag{2.19}$$

Таким образом, в данных условиях представления (1.9), (1.10) невозможны. В случае, если (2.17) выполняется и Φ_1, Φ_2 одновременно осуществляют представление (2.16), то

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \Phi^\circ + \alpha\,(x^2 + y^2) \tag{2.20}$$

где Φ° — некоторая гармоническая функция, а α — некоторая постоянная.

3. Обратимся к рассмотрению представлений (1.14), (1.15). Так как метод исследования здесь вполне аналогичен, то мы ограничимся лишь формулировкой основных результатов, которые сводятся к следующему.

а) Пусть $k_x - k_y + ik_{xy} \neq 0$, т. е. оболочка не является сферической. В этом случае для любых достаточно гладких функций, связанных соотношением (1.13), представления (1.15) всегда возможны.

б) Если Φ_1, Φ_2 две функции, осуществляющие одновременно представление (1.15), то

$$\Phi_1 - \Phi_2 = a_1 x^2 + a_2 y^2 + a_3 xy + a_4 x + a_5 y + a_6 \tag{3.1}$$

где постоянные a_4, a_5, a_6 произвольны, а a_1, a_2, a_3 связаны соотношением

$$a_1 k_x + a_2 k_y - 2k_{xy} a_3 = 0 \tag{3.2}$$

в) Если оболочка является сферической ($k_x = k_y = k$, $k_{xy} = 0$), то представления (1.14), (1.15) будут возможны только тогда, когда

$$w = Ehk\,\nabla^2\Phi \tag{3.3}$$

При этом, если Φ_1, Φ_2 одновременно осуществляют представления (1.15), то $\Phi_1 - \Phi_2 = \Phi^\circ$, где Φ° — некоторая гармоническая функция.

4. Рассмотрение представлений В. З. Власова (1.20) — (1.22) приводит к следующим выводам.

Для любых трех функций, связанных соотношениями (1.17), (1.18), представления (1.20) — (1.22) всегда возможны. При этом, если Φ_1, Φ_2 одновременно осуществляют представления (1.20) — (1.22), то

$$\Phi_1 - \Phi_2 = a_1(x^3 + 3\nu xy^2) + a_2[-3x^2 y + (2+\nu)\,y^3] + P(x, y)$$

где P — произвольный полином второй степени.

Поступила 10 XII 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье А. И. Статика упругих оболочек. Гостехиздат, 1947.
2. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. ГИТТЛ, 1953.
3. Власов В. З. Общая теория оболочек. ГИТТЛ, 1949.
4. Мишонов М. К. К теории пологих оболочек. ПММ, 1958, т. XXII, вып. 5.