

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН

В. В. Гогосов

(Москва)

В работе рассматривается взаимодействие магнитогидродинамических волн: быстрых (S^+) и медленных (S^-) ударных, быстрых (R^+) и медленных (R^-) волн разрежения, а также взаимодействие магнитогидродинамических волн с плоской, идеально проводящей стенкой. Среда предполагается идеально проводящей. Никакие ограничения на параметры среды не налагаются.

В момент взаимодействия возникает разрыв, который должен распасться на какие-то комбинации волн. Цель настоящей работы — определить возможные комбинации волн. Задачи о распаде разрыва, возникающего при взаимодействии магнитогидродинамических волн, являются частными случаями общей задачи о распаде произвольного разрыва в магнитной гидродинамике в идеально проводящей среде [1].

Взаимодействие обычных газодинамических волн, а также отражение газодинамических волн от плоской стенки рассматривались в работах [2,3]. Отражение от плоской стенки и столкновения ударных волн с магнитным полем, параллельным фронту волн, рассматривались в работах [4-6]. В этом случае задачи сводятся к чисто газодинамическим [7]. Взаимодействие магнитогидродинамических волн с вращательными и контактными разрывами рассматривались в работе [8].

Введем некоторые обозначения. Когда две волны движутся друг за другом вправо (влево), состояние невозмущенной среды будем обозначать индексом $0'$ (0), состояние за первой волной индексом 1 , состояние за 2-й волной — индексом 0 ($0'$). Когда две волны сталкиваются, двигаясь навстречу друг другу, состояние невозмущенной среды будем обозначать индексом 1 , состояние среды за волной, движущейся вправо, индексом 0 , за волной, движущейся влево, индексом $0'$. Остальные обозначения совпадают с принятыми в работе [1]. Для краткости вместо выражений: линия в плоскости pH_y , изображающая связь величин p и H_y в S^+ -волне (S^-, R^+, R^-), когда магнитное поле и давление перед волной равны H_0 и p , будем писать: S^+ -линия (S^-, R^+, R^-), выходящая из точки (p_0, H_{y0}) .

§ 1. Столкновение волн одного типа одинаковой интенсивности. Отражение волн от стенки. Рассмотрим случай распада произвольного разрыва, когда $p_0 = p_0'$, $H_{\tau 0} = H_{\tau 0}'$, а Δu , Δv , Δw могут быть какие угодно. Этот случай интересен и тем, что к нему сводятся задачи о столкновении волн одного типа одинаковой интенсивности, а также отражение волн и вращательных разрывов от проводящей стенки.

В работе [1] было показано, что, если $p_0 \neq p_0'$, $H_{y0} \neq H_{y0}'$, комбинациям, состоящим из двух ударных или автомодельных волн и контактного разрыва, в плоскости $\Delta u \Delta v$ соответствует точка. Этот результат был следствием того, что комбинации такого типа были возможны только при определенной интенсивности расходящихся волн. Так что Δu и Δv были постоянны для заданных $p_0, H_{y0}, p_0', H_{y0}'$.

В рассматриваемом случае интенсивность S^+, S^-, R^+, R^- — волн в комбинациях, состоящих из двух волн, произвольна. Поэтому в плоскости $\Delta u \Delta v$ этим комбинациям соответствует линия.

Любые две расходящиеся волны, на которые распадается разрыв, разделены, вообще говоря, контактным разрывом. Исследуя поведение S^+ , S^- , R^+ , R^- -линий в плоскости $pH_{||}$ легко видеть, что в обе стороны должны идти волны одного типа одинаковой интенсивности. При этом из двух ударных, автомодельных волн и контактного разрыва возможны комбинации S^+KS^+ , S^-KS^- , R^+KR^+ , R^-KR^- .

Нетрудно видеть, что построение линий, соответствующих S^+KS^+ , S^-KS^- , R^+KR^+ , R^-KR^- -комбинациям, сводится к изображению связи u и v соответственно в S^+ , S^- , R^+ , R^- -волнах, у которых давление и тангенциальная составляющая магнитного поля равны p_0 и $H_{||0}$. Так, для линии, которой соответствует S^+KS^+ -комбинация, пользуясь формулами (1.4), (1.5) работы [1], имеем

$$\begin{aligned} u_1 &= u_0 - f_+ = u_0' + f_+, & \Delta u &= u_0 - u_0' = 2f_+ \\ v_1 &= v_0 + \varphi_+ = v_0' - \varphi_+, & \Delta v &= v_0 - v_0' = -2\varphi_+ \end{aligned}$$

Аналогично составляются уравнения других линий. Уравнения линий, которым соответствуют S^-KS^- , R^+KR^+ , R^-KR^- -комбинации будут соответственно

$$\begin{aligned} \Delta u &= 2f_-, & \Delta v &= 2\varphi_-; & \Delta u &= -2\chi_+, & \Delta v &= 2\psi_+ \\ \Delta u &= -2\chi_-, & \Delta v &= -2\psi_- \end{aligned}$$

Поверхности, которым соответствуют комбинации из двух волн и двух А-разрывов (в обе стороны должны идти А-разрывы одинаковой интенсивности, иначе на контактном разрыве не будут равны тангенциальные составляющие магнитного поля), легко получить вращением линий, которым соответствуют комбинации из двух волн, около линии центров, как это делалось в работах [1,9].

Сечение этих поверхностей плоскостью $\Delta w = 0$ дает как уже построенные линии, которым соответствуют комбинации

$$S^+KS^+, \quad S^-KS^-, \quad R^+KR^+, \quad R^-KR^-$$

так и линии, которым соответствуют комбинации

$$S^+AKAS^+, \quad AS^-KS^-A, \quad R^+AKAR^+, \quad AR^-KR^-A$$

где интенсивность А-разрыва равна 180° . Эти линии разделяют области, которым соответствуют комбинации

$$S^+AS^-KS^-AS^+, \quad S^+AR^-KR^-AS^+, \quad R^+AR^-KR^-AR^+, \quad R^+AS^-KS^-AR^+$$

При этом интенсивность А-разрыва может быть равна 0 и 180° , а поверхности вращения разделяют пространственные области, которым соответствуют комбинации такого же вида, но с вращательным разрывом произвольной интенсивности.

Полученная фигура совпадает с фиг. 1, построенной в работе [9], при исследовании задачи о поршне, движущемся в покоящейся среде с давлением p_0 и полем H_0 .

Только в работе [9] по осям координат откладывались u , v , w , составляющие скорости за волнами и комбинациями волн. Линии, которые в [9] соответствовали связи u и v в $Y^+ \equiv S^+$, $Y^- \equiv S^-$, $P^+ \equiv R^+$, $P^- \equiv R^-$ -волнах, в настоящей работе соответствуют S^+KS^+ , S^-KS^- ,

R^+KR^+ , R^-KR^- -комбинациям; области, которые в работе [9] соответствовали Y^+P^- , P^+P^- -и т. д. комбинациям (в наших обозначениях S^+R^- , R^+R^- -) в настоящей работе соответствуют $S^+R^-KR^-S^+$, $R^+R^-KR^-R^+$ -комбинациям и т. д. Линии вакуума, на фиг. 1 работы [9] отмеченной штриховкой, в настоящей работе соответствует распад произвольного разрыва на комбинации, содержащие две R^- -волны максимальной интенсивности. После прохождения этих волн образуется вакуум.

Если $H_{y_0} < 0$, $H_{y_0}' < 0$, то картины не изменятся, если по вертикальной оси откладывать не Δv , а $-\Delta v$. Если по-прежнему откладывать по вертикальной оси Δv , то верхняя часть новой картины получится симметричным отображением нижней части картины, построенной для $H_{y_0} > 0$, $H_{y_0}' > 0$ около оси Δu , а нижняя часть симметричным отображением верхней части около той же оси.

Применим рассмотренный случай распада произвольного разрыва к задаче о столкновении волн одного типа и одинаковой интенсивности. В этом случае как раз будут выполняться равенства $p_0 = p_0'$, $H_{y_0} = H_{y_0}'$.

Заметим, что если во взаимодействии волн и разрывов не участвует пространственный A -разрыв, то задача о распаде будет плоская. Будем в дальнейшем для определенности считать, что в невозмущенной среде $H_y > 0$. Это всегда можно сделать, выбирая за направление оси y направление H_τ в невозмущенной среде. Тогда при столкновении S^+ -волн имеем разрыв, на котором $\Delta u = 2u_0 > 0$, $\Delta v = 2v_0 < 0$. Этот разрыв может распасться на комбинации, которым в плоскости $\Delta u \Delta v$ соответствуют области, лежащие в квадрате $\Delta u > 0$, $\Delta v < 0$. Это будут $S^+R^-R^-S^+$, $S^+S^-S^-S^+$, S^+S^+ -комбинации. Если $H_{y_1} < 0$, а значит $H_{y_0} < 0$, $H_{y_0}' < 0$, то $\Delta u > 0$ по-прежнему, и $\Delta v > 0$. Но нетрудно видеть, что при $H_{y_0} < 0$, $H_{y_0}' < 0$ в части плоскости $\Delta u > 0$, $\Delta v > 0$ фиг. 1 работы [9] лежат те же области, что и в части плоскости $\Delta u > 0$, $\Delta v < 0$ при $H_{y_0} > 0$, $H_{y_0}' > 0$.

Это вызвано тем, что перемена знака у H_{y_1} вызывает перемену знака у H_{y_0} , H_{y_0}' и у v_0 , v_0' , так как состояния $1\ 0$ и $1\ 0'$ связаны соотношениями на ударной волне. В общем случае распада произвольного разрыва перемена знака у H_{y_0} и H_{y_0}' не ведет к изменению знаков у v_0 , v_0' , а вид фигуры в плоскости $\Delta u \Delta v$ изменится, как объяснено выше. Задача симметричная, поэтому контактный разрыв отсутствует.

На месте начального разрыва остается зона покоящегося газа или зона вакуума. Из симметрии следует также, что картина движения слева или справа от этой зоны такова, какая получилась бы в результате столкновения S^+ -волны с идеально проводящей стенкой. Таким образом при столкновении S^+ -волны с идеально проводящей стенкой от стенки могут отразиться S^+R^- , S^+ , S^+S^- -комбинации волн.

Вид комбинации зависит от скорости S^+ -волны и параметров невозмущенной среды между волной и стенкой. С другой стороны, в системе координат, в которой среда слева или справа на бесконечности покоится, можно считать, что движение среды соответственно слева или справа от плоскости соударения вызвано движением поршня со скоростью, равной по величине скорости движения среды за сталкивающимися волнами.

При столкновении S^- -волн одинаковой интенсивности $\Delta u > 0, \Delta v > 0$. Образовавшийся разрыв может, вообще говоря, распасться на комбинации

$$\begin{array}{cccc} R^+S^-S^-R^+, & S^+S^-S^-S^+, & S^-S^-, & R^+AS^-S^-AR^+ \\ S^+AS^-S^-AS^+, & AS^-S^-A, & S^+AR^-R^-AS^+, & S^+AAS^+ \end{array}$$

которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u > 0, \Delta v > 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$. При столкновении S^- -волны с идеально проводящей стенкой от стенки могут отразиться следующие комбинации волн:

$$R^+S^-, S^+S^-, S^-, R^+AS^-, S^+AS^-, AS^-, S^+AR^-, S^+A$$

в зависимости от скорости S^- -волны и параметров среды между S^- -волной и стенкой.

В рассматриваемых до сих пор взаимодействиях не принимали участие R^+ - и R^- -волны. Поэтому расходящиеся в обе стороны волны возникали сразу же после столкновения. Взаимодействие волн, в которых участвуют R^+ и R^- -волны, приводит, как и в газовой динамике [2], к процессу проникновения волн, в течение которого движение не описывается с помощью простых волн. В том случае, когда проникновение завершается за конечное время, что в дальнейшем будет предполагаться, комбинации волн, исходящие из зоны проникновения, должны, вообще говоря, состоять из ударных волн, простых волн и вращательных разрывов. В дальнейшем определяются возможные комбинации волн, возникающие при взаимодействиях с участием R^+ , R^- -волн, оставляя в стороне движение в области проникновения. Это даст возможность определить параметры среды после того, как проникновение закончится.

Рассмотрим случай столкновения двух R^+ -волн одинаковой интенсивности. При этом $\Delta u = u_0 - u_0' < 0, \Delta v = v_0 - v_0' > 0$. Из фиг. 1 [9] следует, что из зоны взаимодействия могут расходиться $R^+AR^-R^-AR^+, R^+AS^-S^-AR^+, R^+R^-R^-R^+, R^+S^-S^-R^+, S^+AR^-R^-AS^+, AR^-R^-A, R^+R^+, R^+AAR^+$ -комбинации волн.

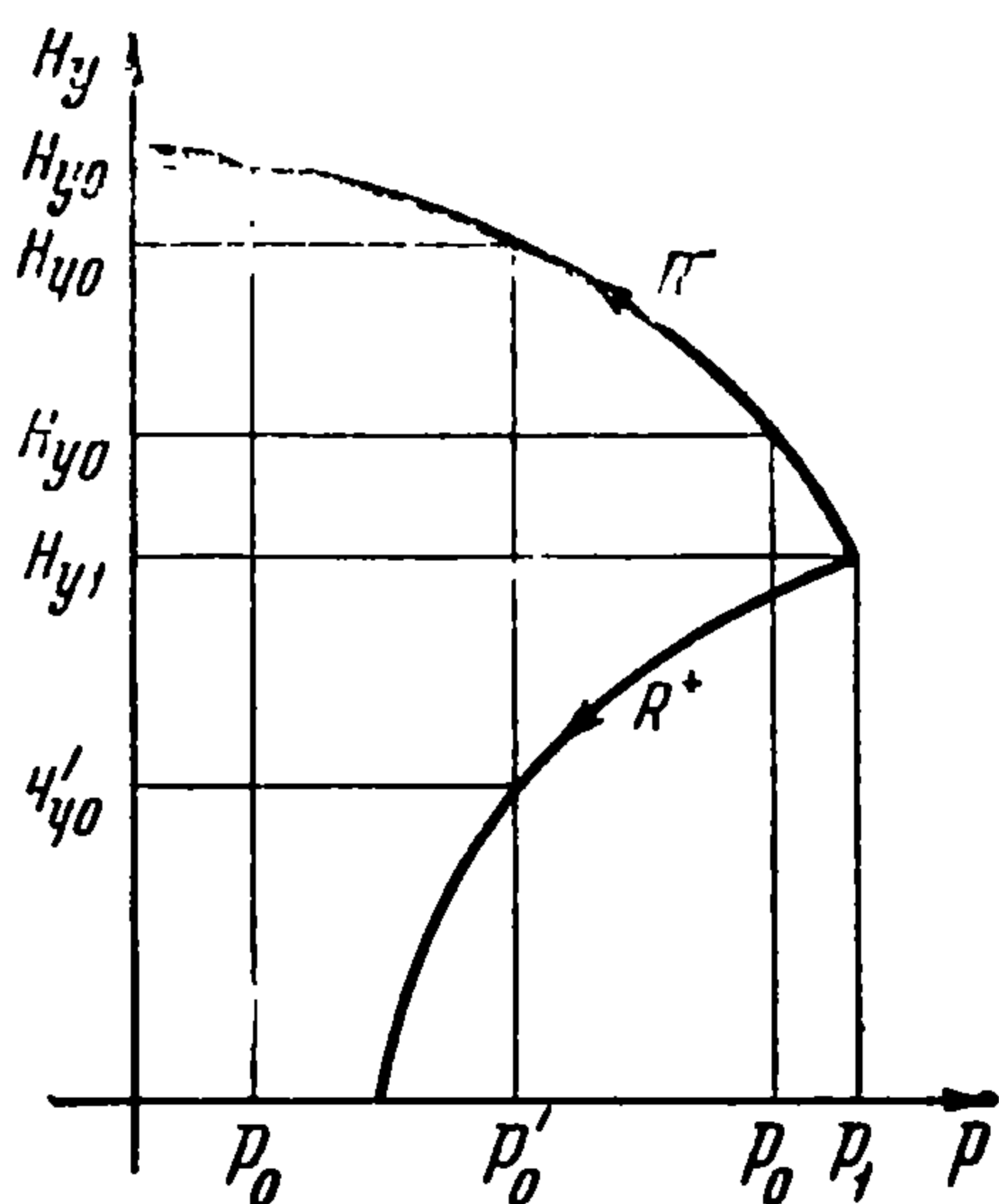
При столкновении R^+ -волны с идеально проводящей стенкой от стенки могут отражаться следующие комбинации волн:

$$R^+AR^-, R^+AS^-, R^+R^-, R^+S^-, S^+AR^-, AR^-, R^+, R^+A$$

При столкновении R^- -волн одинаковой интенсивности $\Delta u < 0, \Delta v < 0$. В результате взаимодействия могут образовываться волны: $R^+R^-R^-R^+, S^+R^-R^-S^+, R^-R^-$ фиг. 1 работы [9]. При столкновении R^- -волны с идеально проводящей стенкой от стенки могут отразиться R^+R^-, S^+R^-, R^- -комбинации волн.

Отметим, что в случаях столкновения одной из S^+, S^-, R^+, R^- -волн с другой, а также при столкновениях их с идеально проводящей стенкой при соответствующих скоростях взаимодействующих волн и параметрах невозмущенной среды, могут возникать комбинации волн, содержащие R^- -волны максимальной интенсивности, после прохождения которых образуется вакуум. Из изложенного ясно, что решение задачи о поршне в магнитной гидродинамике можно получить как частный случай задачи о распаде произвольного разрыва, рассматривая отражение S^+, S^-, R^+, R^- -волн от идеально проводящей стенки.

§ 2. Взаимодействие волн разрежения произвольной интенсивности. Пусть взаимодействуют две R^+ -волны или две R^- -волны. Если H_y в невозмущенной среде положительно, то в первом случае $\Delta u < 0$, $\Delta v > 0$, во втором — $\Delta u < 0$, $\Delta v < 0$, формулы (2.2), (2.3) [1]. При таком взаимодействии фигуры в плоскости p , H_y качественно не отличаются



Фиг. 1

от фигур 9, 10, 13, 14 работы [8], полученных при исследовании взаимодействия R^+ и R^- волн с K разрывом (так как семейства линий, соответствующие R^+ и R^- волнам, в плоскости pH_y зависят от одного параметра, а семейства линий, соответствующие S^+ , S^- волнам, — от двух).

Рассмотрим взаимодействие R^+ -волны с R^- -волной. При этом $\Delta u < 0$, а Δv может быть положительным и отрицательным.

Пусть R^+ -волна сталкивается с R^- -волной, движущейся вправо; при этом $H_{y0} > H_{y0}'$ (фиг. 1). На фиг. 1 показаны возможные положения точек (p_0, H_{y0}) и (p_0', H_{y0}') .

1. Если $p_0 > p_0'$ ($H_{y0}' < H_+(p_0, H_{y0}, p = p_0')$), то в плоскости pH_y рассматриваемому взаимодействию соответствуют фиг. 5, 6 работы [1]. После того, как проникновение закончится, движение будет состоять из идущих влево и вправо комбинаций, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u < 0$, $\Delta v \geq 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 9 [1], если $p_0 < p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$ и фиг. 10 [1], если $p_0 > p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$.

2. Если $p_0 < p_0'$, то в плоскости pH_y рассматриваемому взаимодействию соответствуют фиг. 13, 14 работы [1]. После того, как проникновение закончится, движение будет состоять из идущих влево и вправо комбинаций волн, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u < 0$, $\Delta v \leq 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 17 [1], если $p_0' < p_-(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$, и фиг. 18 [1], если $p_0' > p_-(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$.

3. Если $p_0 = p_0'$, то в плоскости pH_y рассматриваемому взаимодействию соответствует фиг. 5 работы [1]. После того, как проникновение закончится, движение будет состоять из комбинаций, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u < 0$, $\Delta v \geq 0$ части плоскости фиг. 9 [1].

Пусть R^+ -волна догоняет R^- -волну, движущуюся влево. По-прежнему $\Delta u < 0$, а Δv может быть положительным и отрицательным.

1. Если $H_{y0}' < H_{y0}$, то этому случаю в плоскости pH_y соответствуют фиг. 11, 12 [1]. В результате возникают комбинации, лежащие в $\Delta u < 0$, $\Delta v \geq 0$ в части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15 [1], если $p_0 > p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$, и фиг. 16 [1], если $p_0 < p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$.

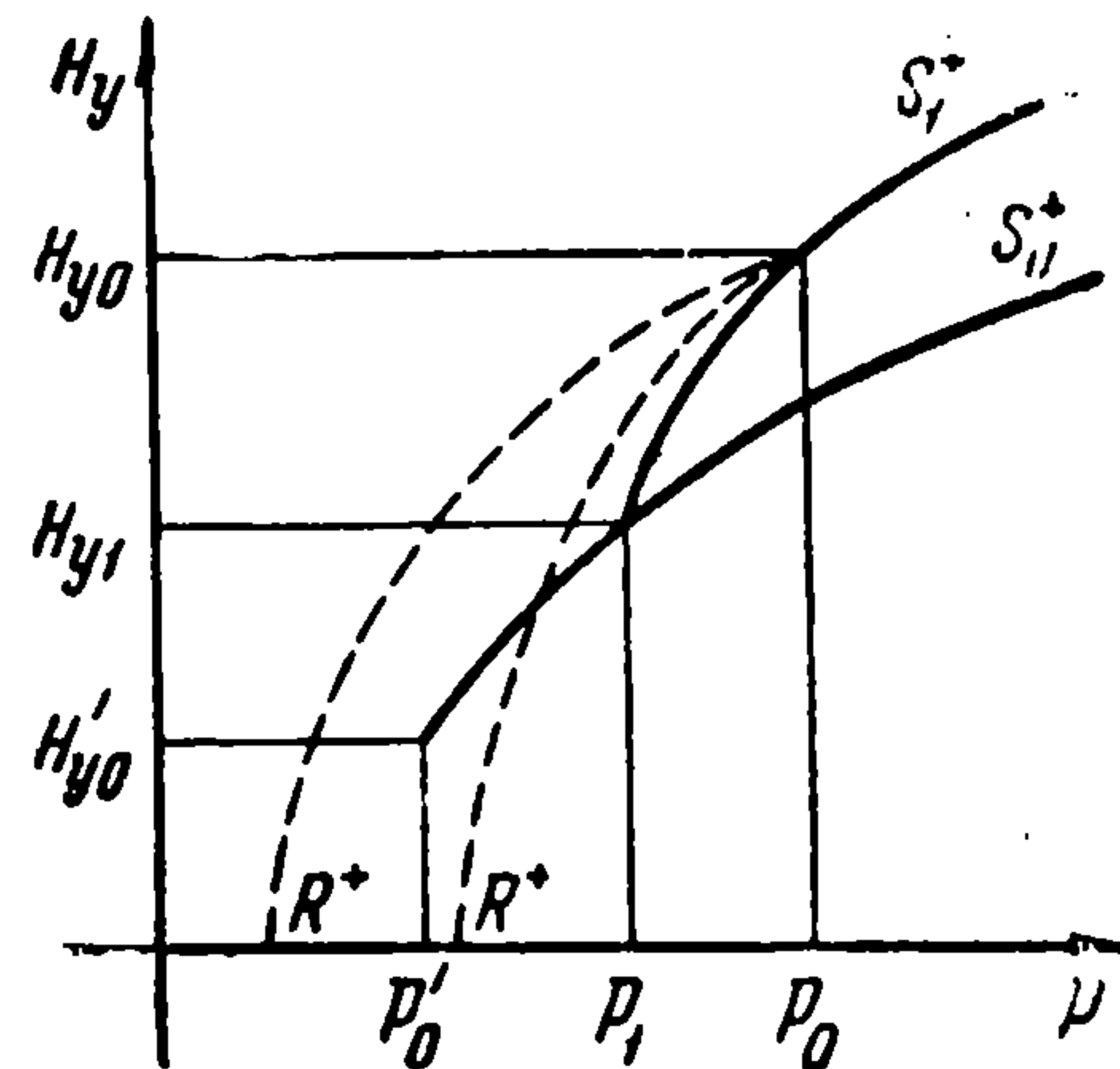
2. Если $H_{y0}' > H_{y0}$, то в плоскости pH_y имеем фиг. 3, 4 [1]. В результате взаимодействия возникают комбинации, лежащие в $\Delta u > 0$, $\Delta v \geq 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 [1], если $p_0 > p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$, и фиг. 8 [1], если $p_0 < p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$.

3. Если $H_{y0}' = H_{y0}$, то в плоскости pH_y имеем фиг. 3 [1]. В результате взаимодействия возникают комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u > 0$, $\Delta v \geq 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 [1].

§ 3. Взаимодействие ударных волн произвольной интенсивности. Рассмотрим взаимодействие ударных волн произвольной интенсивности. Пусть две S^+ -волны следуют одна за другой вправо. Тогда в некоторый момент времени волна, идущая позади (S_1^+ -волна), догоняет переднюю волну (S_0^+ -волну). Пусть $H_{y0}' > 0$. Тогда

$$H_{y1} > 0, H_{y0} > 0, \Delta u > 0, \Delta v < 0$$

Для выяснения, на какие комбинации распадается возникающий разрыв, обратимся к рассмотрению соответствующих кривых в плоскости pH_y фиг. 2. Точка (p_0', H_{y0}') соответствует состоянию невозмущенной среды. Точка (p_1, H_{y1}) на S^+ -линии, выходящей из точки (p_0', H_{y0}') , соответствует состоянию за S_0^+ -волной. Из нее выходит S^+ -линия, соответствующая S_1^+ -волне.



Фиг. 2

На этой линии лежит точка (p_0, H_{y0}) , где p_0, H_{y0} — параметры среды за S_1^+ -волной. Могут представиться следующие случаи:

$$1. p_0 = p_+(p_1, H_{y1}, H_y = H_{y0}) < p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$$

Это означает, что точка (p_0, H_{y0}) , принадлежащая S_1^+ -линии, расположена выше S_0^+ -линии. Тогда при распаде, возникающего при взаимодействии волн разрыва, осуществляется одна из комбинаций, которым соответствуют области, лежащие в квадрате $\Delta u > 0, \Delta v < 0$, фиг. 8 работы [1], если $H_{y0}' > H_+(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 4 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 9 работы [1], если $H_{y0}' < H_+(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 5 [1] в плоскости pH_y). Знак неравенств определяется фактически поведением R^+ -линии, выходящей из точки (p_0, H_{y0}) и изображенной на фиг. 2 пунктиром.

$$2. p_0 = p_+(p_1, H_{y1}, H_y = H_{y1}) > p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$$

Это означает, что точка (p_0, H_{y0}) , лежащая на S_1^+ -линии, расположена ниже S_0^+ -линии. Тогда осуществляется одна из комбинаций, которым соответствуют области, лежащие в квадрате $\Delta u > 0, \Delta v < 0$ фиг. 7 [1], если $H_{y0}' > H_+(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 3 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 10 [1], если $H_{y0}' < H_+(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 6 [1] в плоскости pH_y). Знак неравенств определяется поведением R^+ линии, выходящей из точки (p_0, H_{y0}) .

В случае столкновения S^+ -волн картина в плоскости pH_y несколько меняется. Из точки (p_1, H_{y1}) выходит S^+ -линия, на которой лежат точки (p_0, H_{y0}) и (p_0', H_{y0}') . Пусть для определенности $p_0 > p_0'$, тогда $H_{y0} > H_{y0}'$. По-прежнему $\Delta u > 0, \Delta v < 0$. В зависимости от того, выше или ниже точки (p_0, H_{y0}) лежит S^+ -линия, выходящая из (p_0', H_{y0}') , возможны те же два случая, что и в предыдущем взаимодействии. Как и в предыдущем взаимодействии, в каждом из этих случаев возможны два типа распада в зависимости от поведения R^+ -линии, выходящей из точки (p_0, H_{y0}) .

Рассмотрим взаимодействие S^- -волн. При этом $\Delta u > 0, \Delta v > 0$. Рас-

смаатривая, как и в предыдущем случае, связь величин p и H_y во взаимодействующих волнах имеем, что возможны два типа распада.

$$1. p_0 > p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$$

В случае, когда одна S^- -волна, движущаяся вправо, догоняет другую, это неравенство означает, что точка (p_0, H_{y0}) , принадлежащая S^- -линии, выходящей из точки (p_1, H_{y1}) , лежит выше S^- -линии, выходящей из точки (p_0', H_{y0}') . В случае, когда сталкиваются две S^- -волны, это означает, что точка (p_0, H_{y0}) , принадлежащая S^- -линии, выходящей из точки (p_1, H_{y1}) , лежит выше S^- -линии, выходящей из (p_0', H_{y0}') .

Для определенности предполагаем, что в случае столкновения S^- -волн, волна, идущая вправо, бóльшей интенсивности.

Тогда образующийся разрыв может распасться на комбинации, которым соответствуют области, лежащие в квадрате $\Delta u > 0, \Delta v > 0$, фиг. 15 работы [1], если $H_{y0}' < H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 11 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 18 работы [1], если $H_{y0}' > H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 14 [1] в плоскости pH_y). Знак неравенства определяется поведением R^- -линии, выходящей из точки (p_0, H_{y0}) .

$$2. p_0 < p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$$

Тогда образующийся разрыв может распасться на комбинации, которым соответствуют области, лежащие в квадрате $\Delta u > 0, \Delta v > 0$ фиг. 16 работы [1], если $H_{y0} < H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 12 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 17 работы [1], если $H_{y0} > H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 13 [1] в плоскости pH_y).

И здесь знак неравенств определяется поведением R^- -линии, выходящей из точки (p_0, H_{y0}) .

Исследуем взаимодействие S^+ и S^- -волн. При этом, когда S^+ -волна догоняет S^- -волну и, когда S^+ -волна сталкивается с S^- -волной, $\Delta u > 0$, а Δv может быть как положительно, так и отрицательно. Пусть S^+ -волна сталкивается с S^- -волной, движущейся для определенности влево. При этом $H_{y0} > H_{y0}'$.

1. Если интенсивности взаимодействующих волн таковы, что $p_0 > p_0'$, то в зависимости от знаков неравенств (4.1)—(4.4) [1], т. е. в зависимости от поведения S^+ и R^+ -линий, выходящих из точек (p_0', H_{y0}') , (p_0, H_{y0}) соответственно фиг. 3—6 [1], возникающий разрыв может распасться на комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующем квадрате ($\Delta u > 0, \Delta v \geq 0$) фиг. 7—11 работы [1].

2. Если интенсивности взаимодействующих волн будут такими, что $p_0 < p_0'$, то в зависимости от знаков неравенств (10.1—10.4) [1], то есть в зависимости от поведения S^-, R^- -линий, выходящих из точек (p_0, H_{y0}) , (p_0', H_{y0}') соответственно фиг. 11—14 [1], возникающий разрыв может распасться на комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующем квадрате ($\Delta u > 0, \Delta v \geq 0$) фиг. 15—18 работы [1].

3. Если интенсивности взаимодействующих волн таковы, что $p_0 = p_0'$, то рассматриваемому взаимодействию в плоскости pH_y соответствует фиг. 3 [1], а возникающий разрыв может распасться на комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующем квадрате ($\Delta u > 0, \Delta v \geq 0$) фиг. 7 [1].

Пусть S^+ -волна догоняет S^- -волну, движущуюся для определенности вправо. При этом $p_0 > p_0'$.

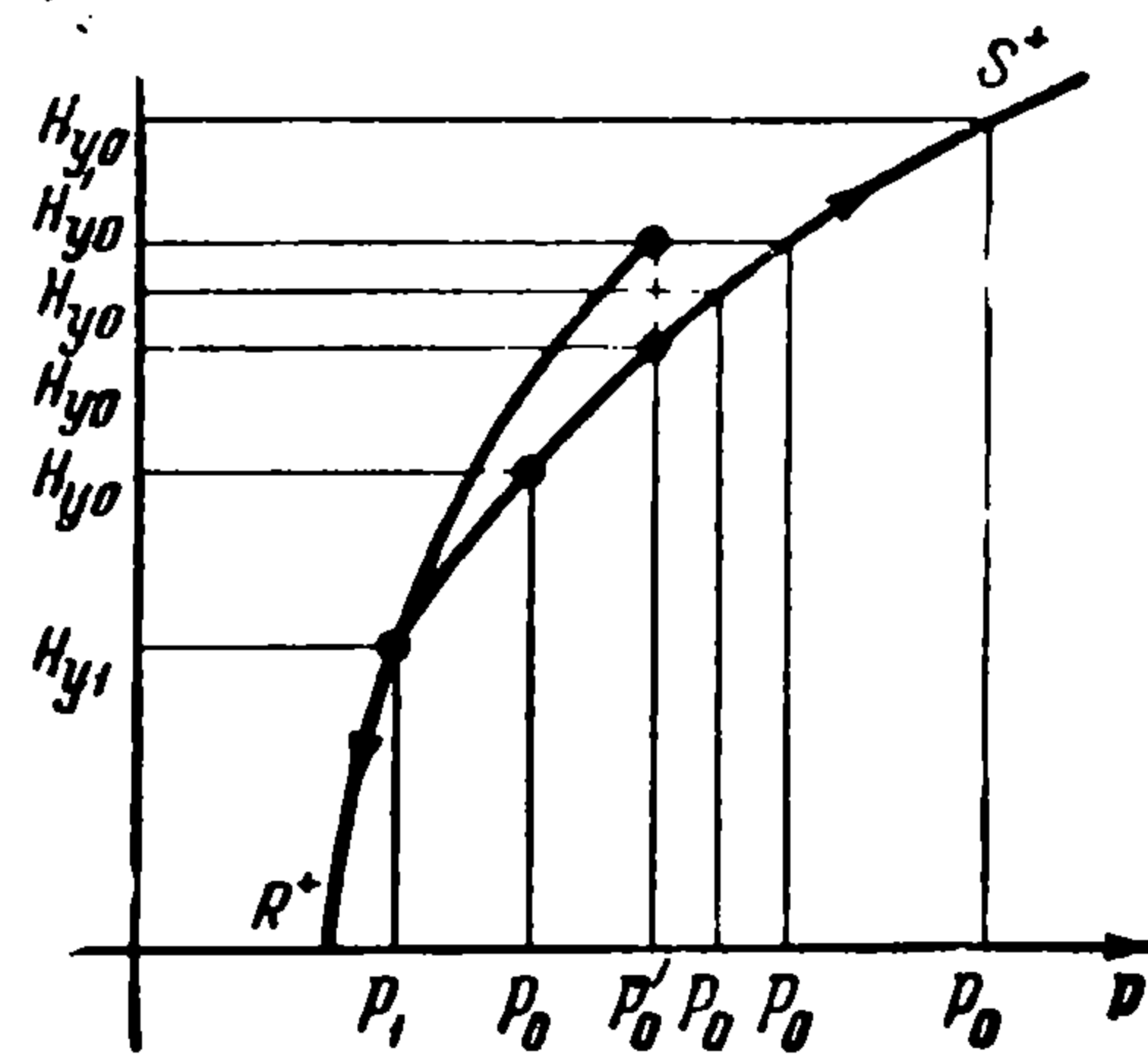
1. Если интенсивности взаимодействующих волн будут такими, что $H_{y0} < H_{y0}'$ (легко видеть, что тогда $p_0 > p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$), то в зависимости от поведения R^- -линии, выходящей из точки (p_0, H_{y0}) , то есть в зависимости от того, какое из неравенств (10.1), (10.4) [1] выполняется, возникающий разрыв распадается на комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u > 0, \Delta v \geq 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15, 18 [1] соответственно.

2. Если $H_{y0} > H_{y0}'$, то в зависимости от поведения S^+, R^+ -линий, выходящих из точек (p_0', H_{y0}') , (p_0, H_{y0}) фиг. 3—6 [1], возникающий при взаимодействии разрыв может распасться на комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u > 0, \Delta v \geq 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7—11 [1].

3. Если $H_{y0} = H_{y0}'$, то в плоскости pH_y рассматриваемому взаимодействию соответствует фиг. 3 [1], а возникающий при взаимодействии разрыв распадается на комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u > 0, \Delta v \geq 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 [1].

§ 4. Взаимодействие ударных волн с волнами разрежения. Сначала напомним, что при взаимодействии R^+, R^- -волн с S^+, S^- -волнами предполагается, что проникновение заканчивается за конечный промежуток времени. После того, как проникновение закончится, в зависимости от интенсивности взаимодействующих волн и параметров невозмущенной среды из зоны проникновения могут расходиться соответствующие комбинации волн.

Рассмотрим взаимодействие S^+ и R^+ -волн. Пусть S^+ -волна догоняет R^+ -волну, движущуюся вправо. При этом Δu и Δv могут быть как положительны, так и отрицательны. Пусть S^+ -линия, выходящая из точки (p_1, H_{y1}) , идет ниже (p_0', H_{y0}') . Тогда $p_0' < p_+(p_1, H_{y1}, H_y = H_{y0})$ (фиг. 3). На фиг. 3 изображены также возможные взаимные положения точек (p_0, H_{y0}) и (p_0', H_{y0}') в этом случае.



Фиг. 3

1. Если $p_0 < p_0'$, то $H_{y0} < H_{y0}', H_{y0} < H_+(p_0', H_{y0}', p = p_0)$. В результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 10 работы [1], если $p_0' < p_+(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$ (фиг. 6 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 9 [1], если $p_0' > p_+(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$ (фиг. 5 [1] в плоскости pH_y). Только комбинации волн, идущие на фиг. 9, 10 вправо, будут идти влево, комбинации, идущие на фиг. 9, 10 влево, — вправо.

2. Если $p_0 = p_0'$, то $H_{y0} < H_{y0}'$. В результате взаимодействия возможны комбинации волн, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 17 [1] (фиг. 13 [1] в плоскости pH_y).

3. Если $p_0 > p_0', H_{y0} < H_{y0}'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие [в соответст-

вующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15—18 [1] (фиг. 11—14 [1] в плоскости pH_y) в зависимости от поведения R^- и S^- -линий, выходящих из точек (p_0, H_{y0}) , (p_0', H_{y0}') соответственно.

4. Если $p_0 > p_0'$, $H_{y0} = H_{y0}'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 или 15 работы [1] (фиг. 3 или 11 [1] в плоскости pH_y).

5. Если $p_0 > p_0'$, $H_{y0} > H_{y0}'$ (пусть для определенности имеет место $H_{y0}' > H_+(p_0, H_{y0}, p = p_0')$), то в результате взаимодействия в обе стороны идут комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 [1], если $p_0 > p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$ (фиг. 3 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 8 [1], если $p_0 < p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$ (фиг. 4 [1] в плоскости pH_y).

Часть плоскости $\Delta u \Delta v$, в которой могут лежать области, соответствующие тем или иным комбинациям, зависит от знаков Δu и Δv .

Пусть S^+ -линия, выходящая из точки (p_1, H_{y1}) , идет ниже точки (p_0', H_{y0}') . Тогда $p_0' > p_+(p_1, H_{y1}, H_y = H_{y0})$.

1. Если $H_{y0} < H_{y0}'$, то $p_0 < p_0'$ и $H_{y0} > H_+(p_0', H_{y0}', p = p_0)$. В результате взаимодействия возникают комбинации волн, которым соответствуют области фиг. 7 [1], если $p_0' > p_+(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$ (фиг. 3 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 8 [1], если $p_0' < p_+(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$ (фиг. 4 в плоскости pH_y), но только комбинации волн, идущие вправо, в этом случае будут идти влево, и наоборот.

2. Если $H_{y0} = H_{y0}'$, то $p_0 < p_0'$. В результате взаимодействия возникают комбинации, которым соответствуют области, расположенные на фиг. 7 или 15 [1] (фиг. 3 или 11 [1] в плоскости pH_y), и опять комбинации волн, идущие вправо, будут идти влево, и наоборот.

3. Если $H_{y0} > H_{y0}'$, но $p_0 < p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации волн, которым соответствуют области фиг. 7—10 [1] (фиг. 3—6 [1] в плоскости pH_y).

4. Если $H_{y0} > H_{y0}'$, $p_0 = p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации волн, которым соответствуют области фиг. 9 [1] (фиг. 5 [1] в плоскости pH_y).

5. Если $H_{y0} > H_{y0}'$, $p_0 > p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации волн, которым соответствуют области фиг. 7—10 [1] (фиг. 3—6 [1] в плоскости pH_y).

В случае столкновения S^+ и R^+ -волн в результате взаимодействия возникают комбинации волн, которым соответствуют области фиг. 7—10 работы [1] (фиг. 3—6 [1] в плоскости pH_y).

Рассмотрим случай, когда S^+ -волна догоняет R^- -волну, движущуюся вправо. При этом $H_{y0} > H_{y0}'$, $\Delta v < 0$, Δu может быть положительно и отрицательно. В зависимости от скоростей взаимодействующих волн и параметров невозмущенной среды из зоны проникновения могут расходиться различные комбинации волн.

1. Если $p_0 < p_0'$ (при этом $H_{y0} > H_+(p_0', H_{y0}', p = p_0)$), то в результате взаимодействия возможны комбинации волн, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u \geq 0$, $\Delta v < 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 17 [1], если $p_0' < p_-(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$ (фиг. 13 [1] в плоскости pH_y), и

фиг. 18 [1] (фиг. 14 [1] в плоскости pH_y), если имеет место $p_0' > p_-(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$. Только комбинации, идущие на фиг. 17, 18 влево, в этом случае пойдут вправо, и наоборот.

2. Если $p_0 = p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u \geq 0, \Delta v < 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 9 [1] (фиг. 5 [1] в плоскости pH_y).

3. Если $p_0 > p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u \geq 0, \Delta v < 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7—10 [1] (фиг. 3—6 [1] в плоскости pH_y).

Пусть S^+ -волна сталкивается с R^- -волной, движущейся влево. При этом $p_0' < p_0$. По-прежнему $\Delta v < 0$, Δu может быть положительным и отрицательным. В зависимости от интенсивности взаимодействующих волн и параметров невозмущенной среды из зоны проникновения могут расходиться различные комбинации волн.

1. Если $H_{y0} < H_{y0}'$ (при этом $H_{y0}' < H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$), то в результате взаимодействия возможны комбинации волн, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u \geq 0, \Delta v < 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15 [1], если $p_0 > p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$, и фиг. 16 [1], если $p_0 < p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$.

2. Если $H_{y0} = H_{y0}'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u \geq 0, \Delta v < 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 [1].

3. Если $H_{y0} > H_{y0}'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u \geq 0, \Delta v < 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7—10 [1].

Пусть S^- -волна сталкивается с R^+ -волной, идущей влево. При этом Δu может быть положительно и отрицательно, а $\Delta v > 0$ и $p_0' < p_0$.

В зависимости от интенсивностей взаимодействующих волн и параметров невозмущенной среды из зоны проникновения могут расходиться различные комбинации волн.

1. Если $H_{y0}' > H_{y0}$, то в результате взаимодействия возникают комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15—18 [1] (фиг. 11—14 [1] в плоскости pH_y).

2. Если $H_{y0}' = H_{y0}$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 [1] (фиг. 3 [1] в плоскости pH_y).

3. Если $H_{y0}' < H_{y0}$ (при этом $H_{y0} > H_+(p_0, H_{y0}, p = p_0')$), то в результате взаимодействия возникают комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 [1], если $p_0 > p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$ (фиг. 3 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 8 [1] (фиг. 4 [1] в плоскости pH_y), если $p_0 < p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$.

Пусть R^+ -волна догоняет S^- -волну, идущую вправо. При этом $H_{y0} > H_{y0}'$; $p_0 < p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$; $H_{y0} < H_+(p_0', H_{y0}', p = p_0)$

В зависимости от интенсивности взаимодействующих волн и параметров невозмущенной среды из зоны проникновения могут расходиться различные комбинации волн.

1. Если $p_0 > p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей

части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 16 [1], если $H_{y0}' < H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 12 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 17 [1], если выполняется $H_{y0}' > H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$ (фиг. 13 [1] в плоскости pH_y).

2. Если $p_0 = p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 17 [1] (фиг. 13 [1] в плоскости pH_y).

3. Если $p_0 < p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 10 [1] (фиг. 6 [1] в плоскости pH_y), если $p_0' > p_+(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$, и фиг. 9 [1] в плоскости $\Delta u \Delta v$, если $p_0' < p_+(p_0, H_{y0}, H_y = H_{y0}')$ (фиг. 5 [1] в плоскости pH_y). Только комбинации, идущие в этих областях влево, идут вправо, и наоборот.

Пусть S^- -волна сталкивается с R^- -волной, движущейся влево. При этом Δu и Δv могут быть положительными и отрицательными.

В результате возможны комбинации волн, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости, в зависимости от знака Δu , Δv , фиг. 15—18 [1] (фиг. 11—14 [1] в плоскости pH_y). Пусть S^- -волна догоняет R^- -волну, движущуюся влево. В зависимости от интенсивностей взаимодействующих волн и параметров невозмущенной среды из зоны проникновения могут расходиться различные комбинации. Пусть S^- -линия в плоскости pH_y идет ниже R^- -линии.

1. Если $H_{y0}' > H_{y0}$ (при этом $p_0' < p_0$, $H_{y0}' < H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$), то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15 [1], если $p_0 > p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$ (фиг. 11 [1] в плоскости pH_y), и фиг. 16 [1], если $p_0 < p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$ (фиг. 12 [1] в плоскости pH_y).

2. Если $H_{y0} = H_{y0}'$ ($p_0' < p_0$), то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7 или 15 [1] (фиг. 3, 11 [1] в плоскости pH_y).

3. Если $H_{y0}' < H_{y0}$, $p_0' < p_0$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7—10 [1] (фиг. 3—6 [1] в плоскости pH_y).

4. Если $H_{y0}' < H_{y0}$, $p_0 = p_0'$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости фиг. 9 [1] (фиг. 5 [1] в плоскости pH_y).

5. Если $H_{y0}' < H_{y0}$, $p_0' > p_0$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15—18 [1] (фиг. 11—14 [1] в плоскости pH_y), только комбинации волн, идущие на этих фигурах влево, идут вправо, и наоборот.

Пусть S^- -линия в плоскости pH_y идет выше R^- -линии.

1. Если $H_{y0}' > H_{y0}$ (при этом $p_0' < p_0$, $H_{y0}' > H_-(p_0, H_{y0}, p = p_0')$), то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 17 [1], если $p_0 < p_-(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$ (фиг. 13 [1] в плоскости

ρH_y), и фиг. 18 [1], если $\rho_0 > \rho_- (\rho_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$ (фиг. 14 [1] в плоскости ρH_y).

2. Если $H_{y0}' > H_{y0}$, $\rho_0' = \rho_0$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 17 [1] (фиг. 13 [1] в плоскости ρH_y).

3. Если $H_{y0}' > H_{y0}$, $\rho_0' > \rho_0$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 7—10 [1] (фиг. 3—6 [1] в плоскости ρH_y), только комбинации волн, идущие на этих фигурах вправо, в настоящем случае идут влево, и наоборот.

4. Если $H_{y0}' = H_{y0}$, $\rho_0' > \rho_0$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15 [1] (фиг. 11 [1] в плоскости ρH_y), только комбинации волн, идущие в этих областях влево, в этом случае идут вправо, и наоборот.

5. Если $H_{y0}' < H_{y0}$, $\rho_0' > \rho_0$, то в результате взаимодействия возможны комбинации, которым соответствуют области, лежащие в соответствующей части плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. 15—18 [1] (фиг. 11—14 [1] в плоскости ρH_y), только комбинации волн, идущие на этих фигурах влево, в настоящем случае идут вправо, и наоборот.

Если в плоскости ρH_y поведение S^+ , S^- , R^+ , R^- -линий отличается от рассмотренного (например, при взаимодействии S^- и R^- -волн S^- -линия пересекает R^- -линию и т. д.), то исследование взаимодействий ведется аналогично тому, как это делалось выше. Поведение S^+ , S^- , R^+ , R^- -линий в плоскости ρH_y в общем случае не рассматривалось.

Случай взаимодействия магнитогидродинамических волн, при которых R^+ , R^- -волны догоняют соответственно S^+ , S^- -волны рассматривается совершенно аналогично взаимодействиям, при которых S^+ , S^- -волны догоняют соответственно R^+ , R^- -волны.

Поступила 23 II 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Г о г о с о в В. В. Распад произвольного разрыва в магнитной гидродинамике ПММ, 1961, т. 25, вып. 1.
2. К у р а н т Р., Ф р и д р и х с К. Сверхзвуковые течения и ударные волны. М., ИИЛ, 1950.
3. Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М. Механика сплошных сред. ГИТТЛ, М., 1953.
4. Г о л и ц ы н Г. С. Одномерные движения в магнитной гидродинамике. ЖЭТФ, 1958, т. 35, вып. 3.
5. В о л к о в Т. Ф. К задаче о распаде произвольного разрыва в магнитной гидродинамике. Сб. работ «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», 1958, т. 3.
6. К а т о J. Interaction of hydromagnetic waves. Progr. Theor. Phys., 1959, т. 21, № 3.
7. К а п л а н С. А., С т а н ю к о в и ч К. П. Решение уравнений магнитогидродинамики для одномерного движения. ДАН СССР, 1954, т. 95, № 4.
8. Г о г о с о в В. В. Взаимодействие магнитогидродинамических волн с вращательными и контактными разрывами. ПММ, 1961, т. XV, вып. 2.
9. Б а р м и н А. А., Г о г о с о в В. В. Задача о поршне в магнитной гидродинамике ДАН СССР, 1959, т. 134, № 5.
10. Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М. Электродинамика сплошных сред. ГИТТЛ, М., 1957.