

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН С КОНТАКТНЫМИ И ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ РАЗРЫВАМИ

В. В. Гогосов

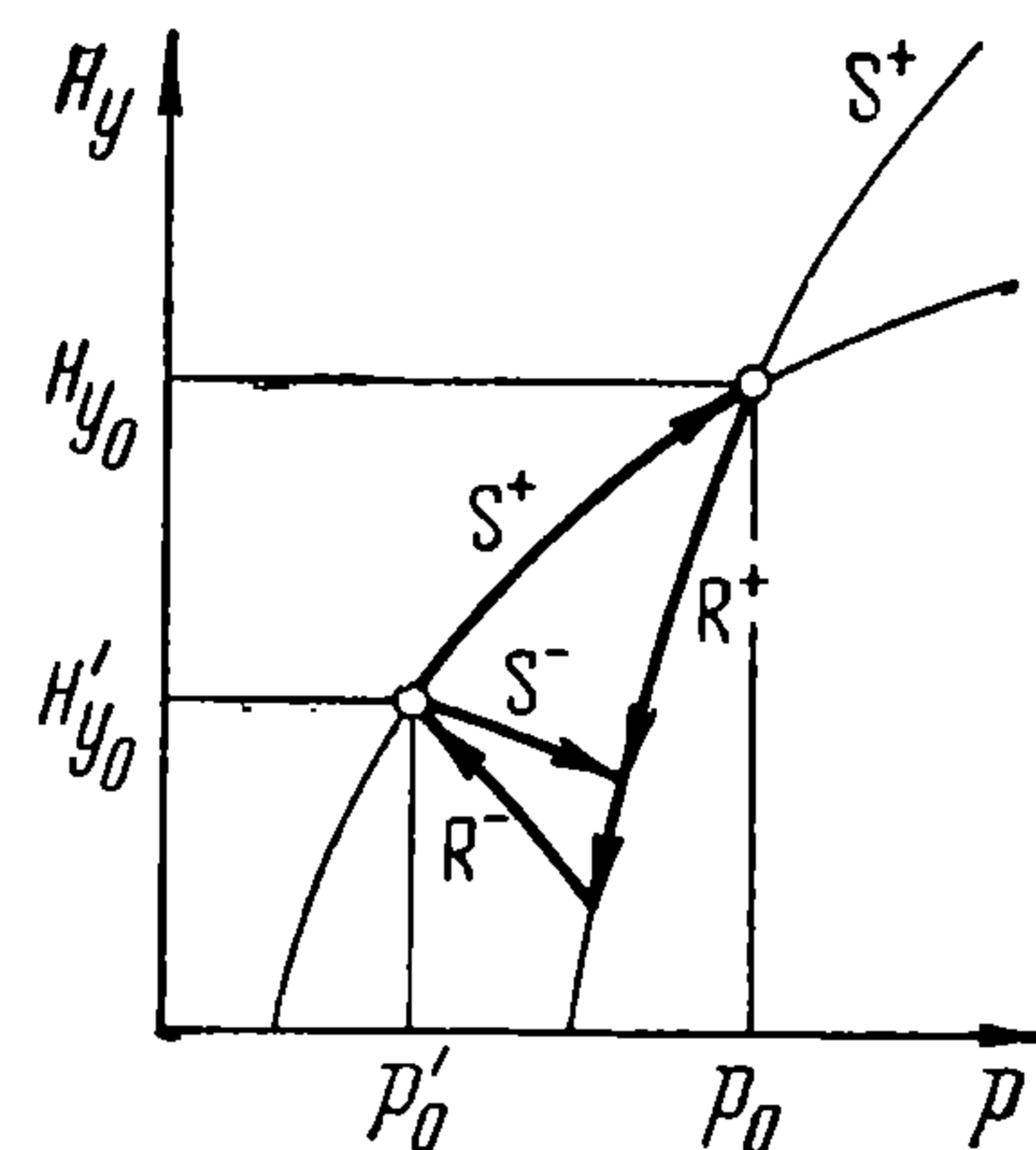
(Москва)

Рассматривается взаимодействие магнитогидродинамических волн: быстрых, S^+ и медленных, S^- , ударных, быстрых, R^+ , и медленных, R^- , волн разрежения с вращательными, A , и контактными, K , разрывами. Среда предполагается идеально проводящей. Никакие ограничения на параметры среды не налагаются. В момент взаимодействия возникает разрыв, который должен распадаться на какие-то комбинации волн.

Цель настоящей работы — определить возможные комбинации волн.

Взаимодействия ударных волн и волн разрежения с контактными разрывом в газовой динамике рассматривались в работах [1, 2].

Задачи о распаде произвольного разрыва, возникающего при взаимодействии магнитогидродинамических волн с вращательными и контактными разрывами, являются частными случаями общей задачи о распаде произвольного разрыва в магнитной гидродинамике в идеально проводящей среде [3]. Обозначения совпадают с принятыми в работе [3]. Для краткости вместо выражений «линия в плоскости pH_y , изображающая связь величины p и H_y в S^+ (S^- , R^+ , R^-)-волне, когда магнитное поле и давление перед волной равны H_0 и p_0 » будем писать « S^+ (S^- , R^+ , R^-)-линия, выходящая из точки (p_0, H_{y0}) »; вместо фразы «комбинации, которым соответствуют точки (линии и области), лежащие в квадрате $\Delta u > 0$, $\Delta v > 0$, плоскости $\Delta u \Delta v$, фиг. 1» будем писать «комбинации, лежащие в квадрате $\Delta u > 0$, $\Delta v > 0$, фиг. 1».



Фиг. 1

Если в рассматриваемых взаимодействиях не принимают участие R^+ - и R^- -волны, то расходящиеся в обе стороны волны возникают сразу же после столкновения. Взаимодействия волн, в которых участвуют волны R^+ и R^- , приводят, как и в газовой динамике [2], к процессу проникновения волн, в течение которого движение не описывается при помощи простых волн. В том случае, когда проникновение завершается за конечное время, что в дальнейшем будет предполагаться, комбинации волн, исходящие из зоны проникновения, должны, вообще говоря, состоять из ударных волн, простых волн и вращательных разрывов. В дальнейшем определяются возможные комбинации волн, возникающие при взаимодействиях с участием R^+ -, R^- -волн, оставляя в стороне движение в области проникновения.

Будем предполагать в дальнейшем для определенности следующее:

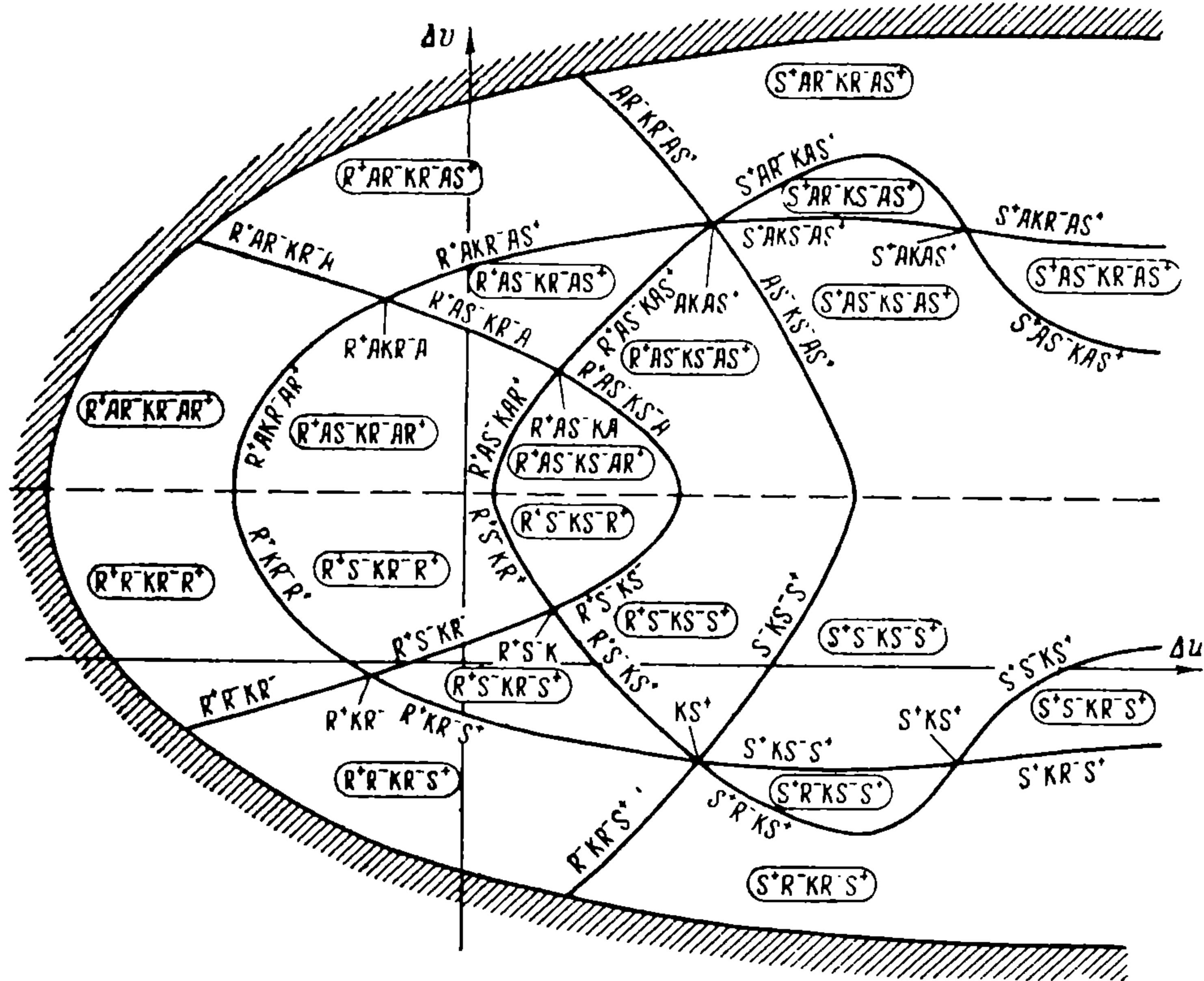
1) Ось x перпендикулярна плоскостям взаимодействующих волн, а направление оси y совпадает с направлением H_z невозмущенной среды.

2) При взаимодействии магнитогидродинамических волн с K -разрывом K -разрыв покоится, ударные магнитогидродинамические волны набегают на него слева, а волны разрежения справа.

3) Вращательный разрыв, догоняемый быстрыми, магнитогидродинамическими волнами, и медленные волны, догоняемые вращательным разрывом, движутся вправо.

4) Вращательный разрыв, сталкивающийся с магнитогидродинамическими волнами, движется влево, а, следовательно, волны движутся вправо.

Если $H_{y0} < 0$, $H_{y0}' > 0$, или $H_{y0} > 0$, $H_{y0}' < 0$, но по-прежнему $p_0 = p_+(p_0', |H_{y0}'|, H_y = |H_{y0}|)$, то в каждую комбинацию, возникающую при распаде, должен входить один А-разрыв, идущий вправо или влево.



Фиг. 4

В этом случае фигуры в плоскости $\Delta u \Delta v$ могут быть качественно получены из фигур соответствующих $H_{y0} > 0$, $H_{y0}' > 0$, если вместо комбинаций без вращательных разрывов или с двумя вращательными разрывами подставить такую же комбинацию с одним вращательным разрывом, идущим вправо или влево. Причем критерии (2.1)—(2.4) остаются теми же самыми, только под H_y надо понимать абсолютное значение этой величины. Линия раздела в плоскости $\Delta u \Delta v$ отделяет в данном случае области, которым соответствуют комбинации с плоским вращательным разрывом, идущим вправо, от областей, которым соответствуют комбинации с плоским вращательным разрывом, идущим влево. Можно показать, что, если $H_{y0} < 0$, $H_{y0}' > 0$, то области, которым соответствуют комбинации с вращательным разрывом, идущим вправо, лежат выше линии раздела, области, которым соответствуют комбинации с вращательным разрывом, идущим влево — ниже.

Например, точка, которой соответствует KAS^+ -комбинация, лежит выше линии раздела, точка, которой соответствует AKS^+ -комбинация, — ниже. Если $H_{y0} > 0$, $H_{y0}' < 0$, области, которым соответствуют комбинации с вращательным разрывом, идущим вправо, лежат ниже линии раздела; области, которым соответствуют комбинации с вращательным разрывом, идущим влево, — выше. Так точка, которой соответствует AKS^+ -комбинация, лежит выше линии раздела, точка, которой соответствует KAS^+ -комбинация, ниже.

Диаграммы для случая распада произвольного разрыва, у которого $\mathbf{H}_{\tau_0} \parallel \mathbf{H}_{\tau_0}'$, $p_0 = p_+(p_0', H_{y0}', H_y = H_{y0})$, $\Delta w \neq 0$, получаются из диаграмм фиг. 3, 4 вращением последних относительно линии центров. Если $\mathbf{H}_{\tau_0} \neq \mathbf{H}_{\tau_0}'$, то после вращения нужно сделать еще перенос получившейся пространственной диаграммы относительно начала координат [3] (§ 12).

Применим рассмотренный случай распада произвольного разрыва к задаче о взаимодействии S^+ -волны с К-разрывом. Это можно сделать, так как в момент столкновения произойдет распад произвольного разрыва, при котором точка (p_0, H_{y_0}) плоскости pH_y лежит на S^+ -линии, выходящей из точки (p_0', H_{y_0}') . При этом $\Delta u = u_0 > 0$, $H_{y_1} = H_{y_0}' > 0$, $\Delta v = v_0 < 0$. После столкновения в обе стороны могут идти комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u > 0$, $\Delta v < 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ (фиг. 3, 4). Заметим, что вращательный разрыв при взаимодействии не возникает.

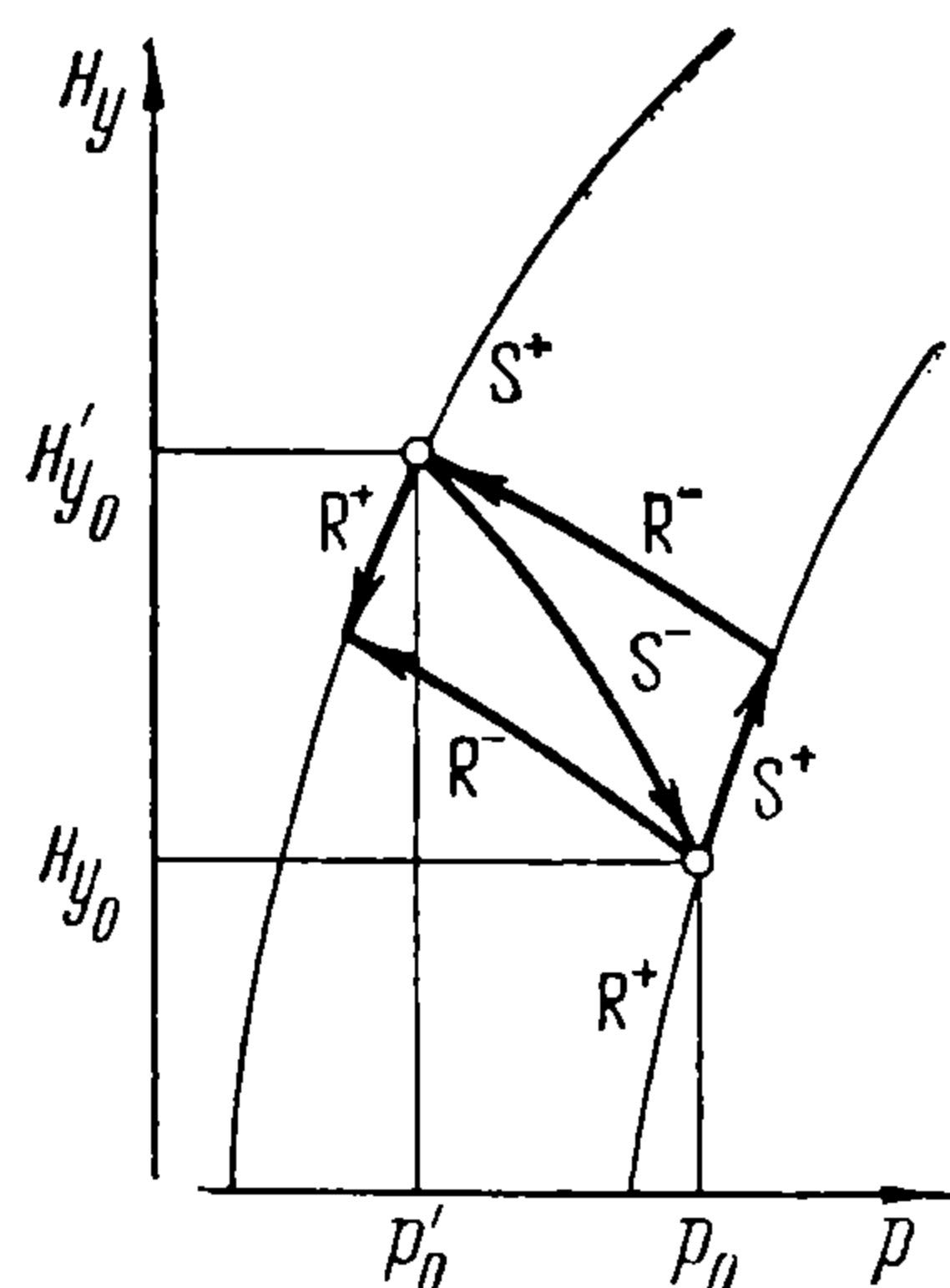
Характер комбинации зависит от p_0' , H_{y_0}' , p_0 , p_1 и U , где U — скорость набегающей волны. Как видно из фиг. 3, 4 при соответствующих значениях параметров S^+ -волна может, сталкиваясь с К-разрывом, проходить через него, меняя его интенсивность.

Рассмотрим случай взаимодействия S^+ -волны с А-разрывом. Пусть S^+ -волна догоняет плоский А-разрыв, движущийся по покоящемуся газу. В момент столкновения возникает разрыв, у которого $H_{y_0} < 0$, $H_{y_0}' > 0$,

$$\Delta u = u_0 > 0, \Delta v = v_0 = \varphi_+ + 2h_0'V_0'.$$

Заметим, что в плоскости $\Delta u \Delta v$ точки, которым соответствуют KAS^+ - и AKS^+ -комбинации, имеют координаты $\Delta u = u_0$, $\Delta v = -\varphi_+' + 2h_1'V_1'$ и $\Delta u = u_0$, $\Delta v = -\varphi_+' - 2|h_0|V_0$ соответственно.

Следовательно, точки, отвечающие комбинациям, на которые распадается возникающий при взаимодействии разрыв, лежат на прямой, проходящей через точки, которым соответствуют KAS^+ - и AKS^+ -комбинации.



Фиг. 5

При столкновении S^+ -волны с плоским А-разрывом на возникающем разрыве $\Delta u = u_0 > 0$, $\Delta v = -\varphi_+ + 2|h_0'|V_0$, $H_{y_0} > 0$, $H_{y_0}' < 0$. Точка, которой соответствует AKS^+ -комбинация, имеет координаты $\Delta u = u_0$, $\Delta v = -\varphi_+' + 2h_0V_0$. Поэтому точки, соответствующие комбинациям, на которые распадается возникающий разрыв, лежат на прямой $\Delta u = u_0$, проходящей через точки, которым соответствуют AKS^+ - и KAS^+ -комбинации.

§ 2. Взаимодействие S^- -волн с К- и А-разрывами. Рассмотрим плоский случай распада произвольного разрыва, когда точка, отвечающая состоянию (p_0, H_{y_0}) , лежит в плоскости pH_y на S^- -кривой, выходящей из точки (p_0', H_{y_0}') (фиг. 5, 6).

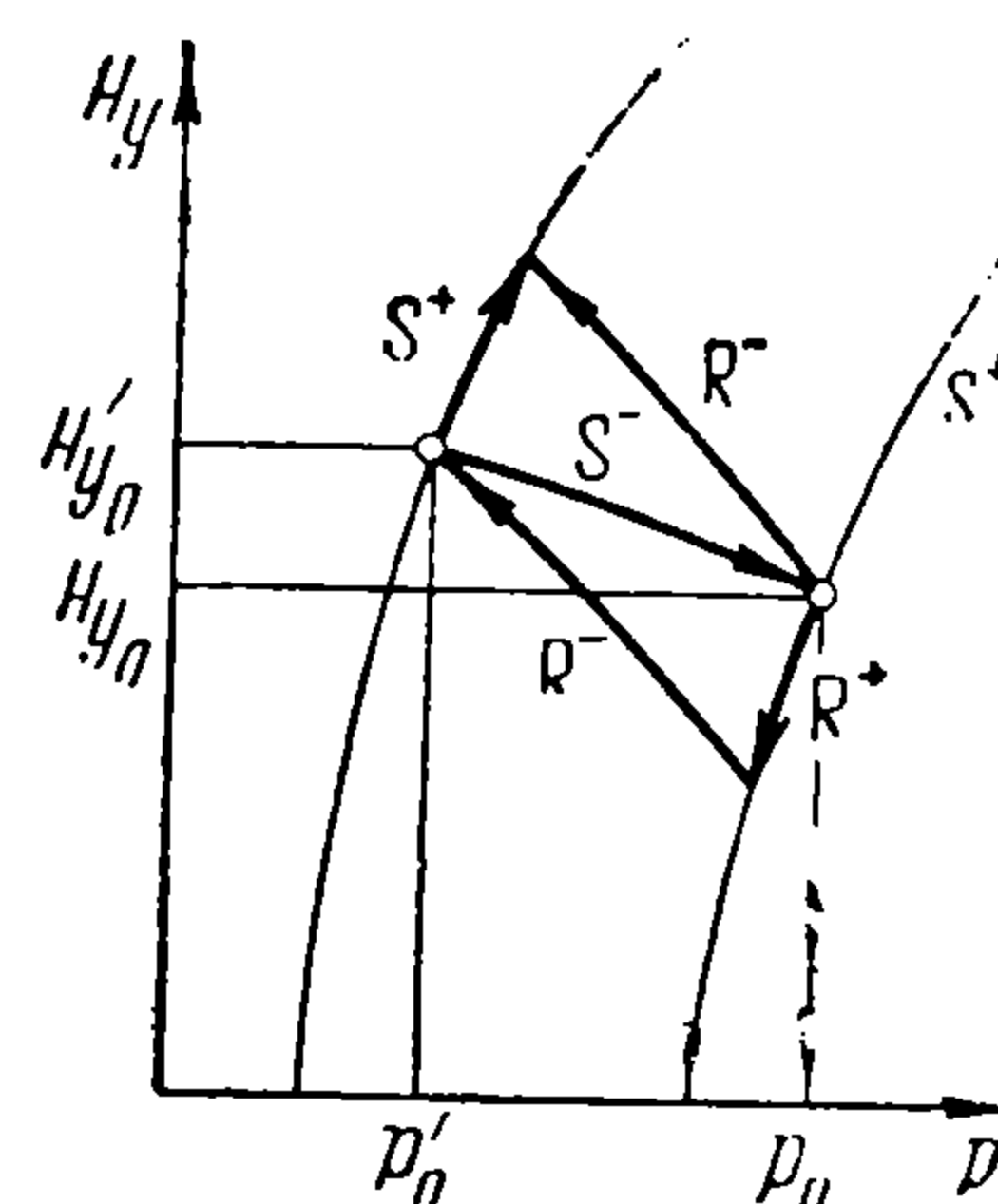
При этом первые из неравенств (10.1) — (10.4) обращаются в равенства. Возможны два случая:

$$H_{y_0}' > H_-(p_0, H_{y_0}, p = p_0') \quad (\text{случай 1, фиг. 5})$$

$$H_{y_0}' < H_-(p_0, H_{y_0}, p = p_0') \quad (\text{случай 2, фиг. 6})$$

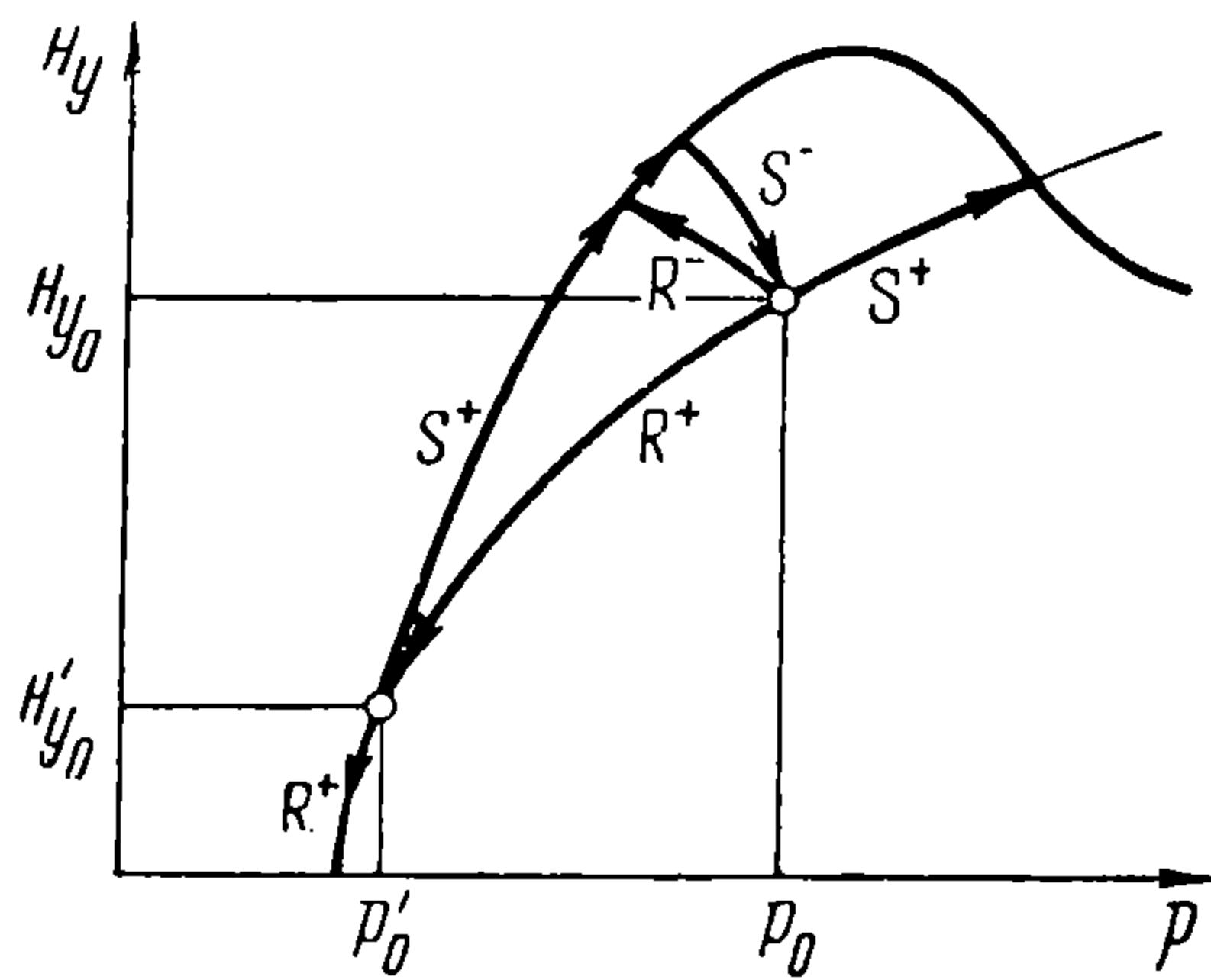
На фиг. 5, 6 плоскости $\Delta u \Delta v$ видно, что из двух ударных волн, разрежения и контактного разрыва, возможны следующие комбинации:

$$\begin{array}{ll} S^+R^-K, & R^-KR^+, & S^+KS^+ & S^-KS^- & \text{в случае 1} \\ R^-KS^+, & R^+R^-K, & S^+KS^+ & S^-KS^- & \text{в случае 2} \end{array}$$

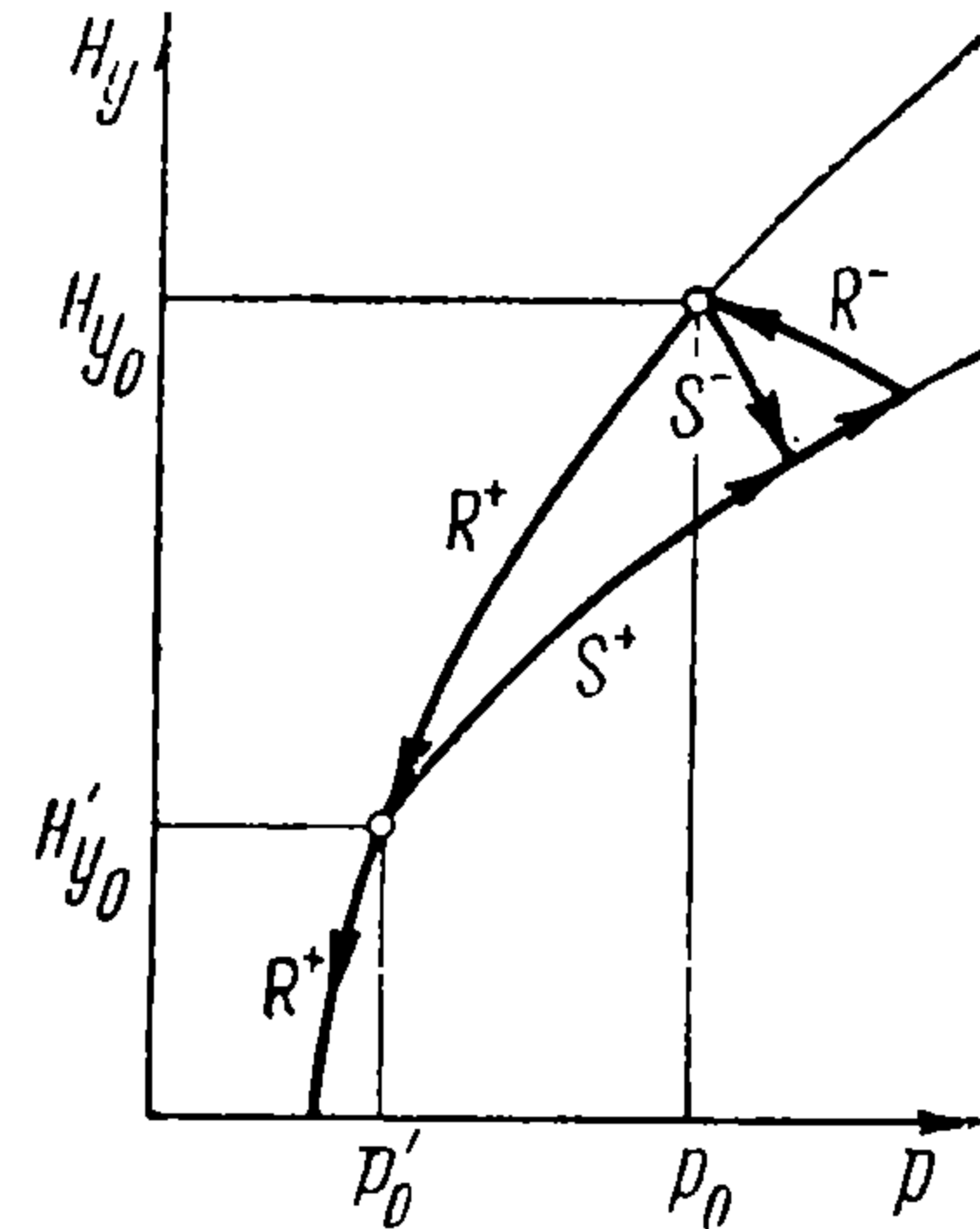


Фиг. 6

При исследовании взаимодействия S^+ -, S^- -, R^+ -, R^- - волн с К- и А- разрывами указывается часть плоскости, в которой могут лежать комбинации, на которые распадается возникающий при взаимодействии разрыв. Заметим, однако, что точки соответствующие возникающему разрыву, лежат не в произвольном месте указанной части плоскости, а только на S^+ -, S^- -, R^+ -, R^- - линиях соответственно.



Фиг. 9



Фиг. 10

§ 3. Взаимодействие R^+ -волны с К- и А-разрывами. Рассмотрим плоский случай распада произвольного разрыва, когда точка (p_0', H_{y_0}') лежит на R^+ -линии, выходящей из точки (p_0, H_{y_0}) (фиг. 9, 10). Это соответствует случаю, когда вторые из неравенств (4.1) — (4.4) обращаются в неравенства. Возможны два случая

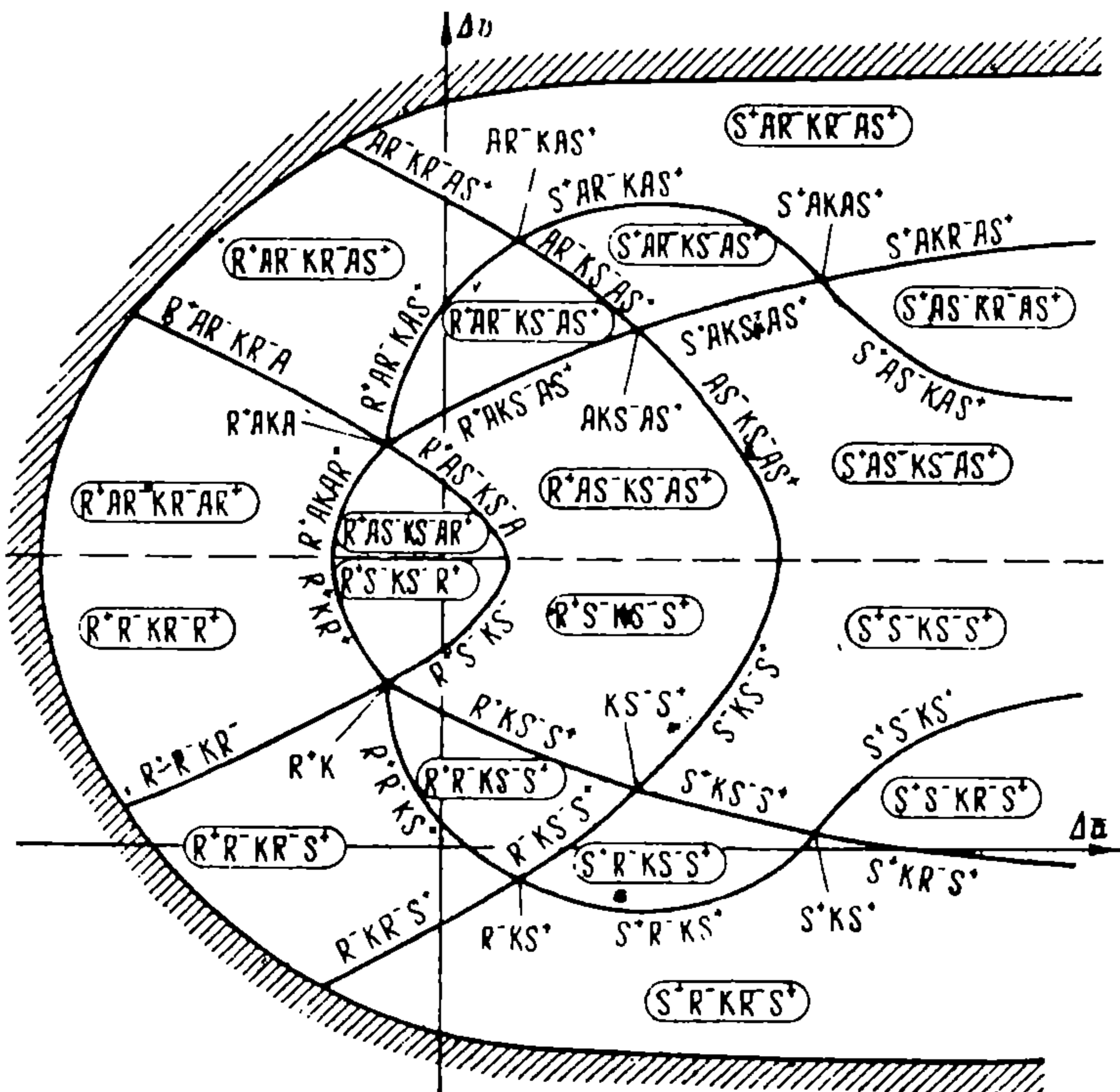
$$p_0 < p_+(p_0', H_{y_0}', H_y = H_{y_0}) \quad (\text{случай 1, фиг. 9})$$

$$p_0 > p_+(p_0', H_{y_0}', H_y = H_{y_0}) \quad (\text{случай 2, фиг. 10}).$$

На фиг. 9, 10 в плоскости pH_y видно, что из двух ударных волн, волн раз-

режения и контактного разрыва возможны следующие комбинации:

- S^-KS^+ , KR^-S^+ , R^+KR^+ ,
- S^+KS^+ , S^-KS^- в случае 1
- R^-KS^+ , KS^-S^+ , R^+KR^+ ,
- S^+KS^+ , S^+KS^- в случае 2.



Фиг. 11

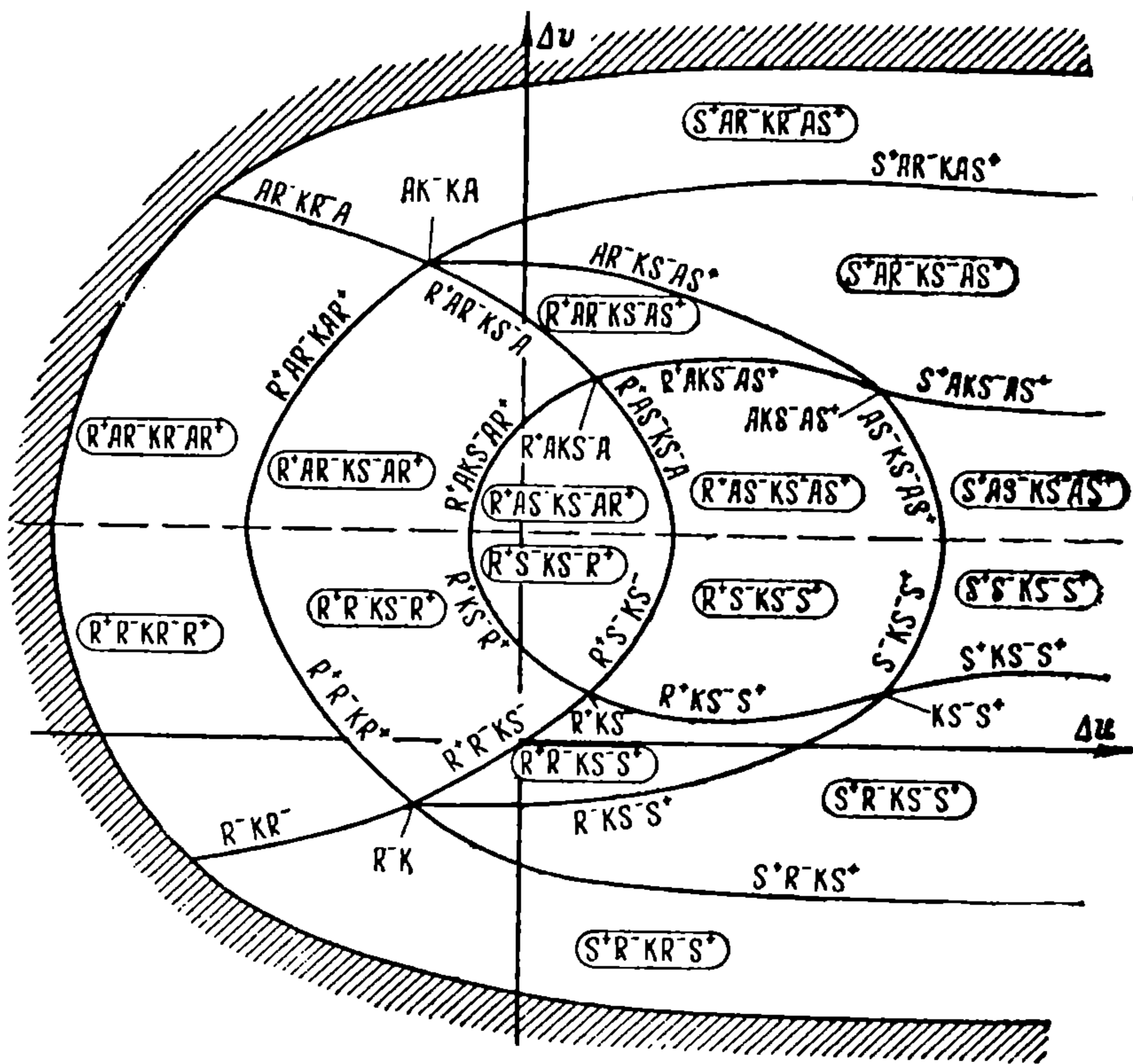
В случае 1 комбинация S^+KS^+ обязательно имеет место, в случае 2 она осуществится, если S^+ -линия, выходящая из точки (p_0', H_{y_0}') , пересекает S^- -линию, выходящую из точки (p_0, H_{y_0}) . S^-KS^- -комбинация осуществляется, если S^- -линия, выходящая из точки (p_0', H_{y_0}') , пересекается с S^- -линией, выходящей из точки (p_0, H_{y_0}) . Возможна также (фиг. 9, 10) R^+K -комбинация. R^+KR^+ -комбинации в плоскости $\Delta u \Delta v$ соответствует линия. Всем остальным комбинациям в плоскости $\Delta u \Delta v$ соответствуют точки (фиг. 11, 12).

щаются в равенства. Возможны два случая

$$p_0 > p_-(p_0', H_{y_0}' H_y = H_{y_0}) \quad (\text{случай 1, 'фиг. 13})$$

$$p_0 < p_-(p_0', H_{y_0}' H_y = H_{y_0}) \quad (\text{случай 2, фиг. 14})$$

На фиг. 13, 14 в плоскости pH_y видно, что из двух ударных волн; волн



Фиг. 15

разрежения и контактного разрыва, возможны следующие комбинации:

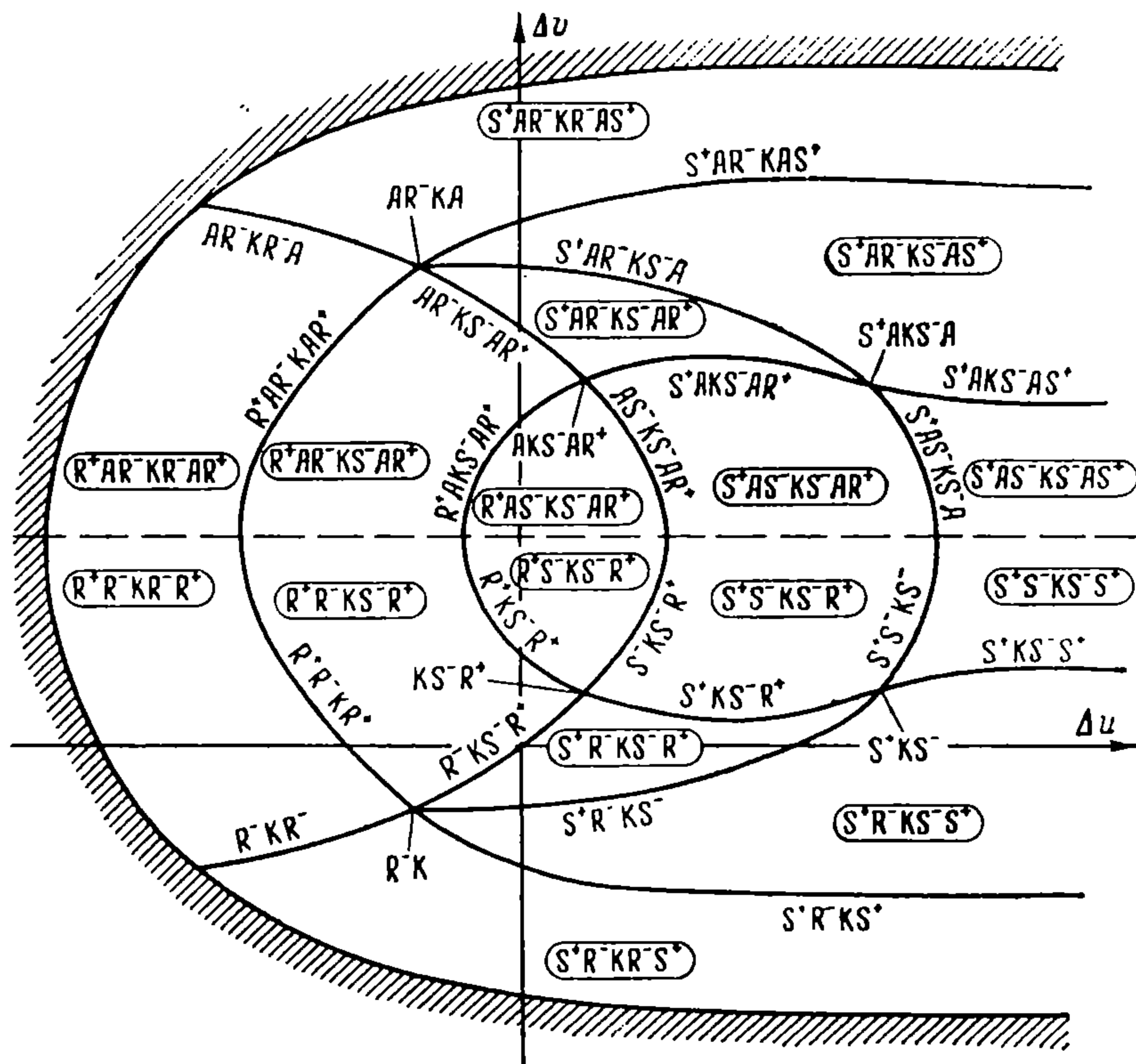
KS^-S^+ , R^+KS^- , R^-KR^- , S^-KS^- , S^+KS^+ в случае 1
 KS^-R^+ , S^+KS^- , R^-KR^- , S^-KS^- , S^+KS^+ в случае 2

Причем S^+KS^+ -комбинация возможна, если S^+ -линии, выходящие из точек (p_0, H_{y_0}) , (p_0', H_{y_0}') , пересекаются. S^-KS^- -комбинация осуществляется, если пересекаются S^- -линии, выходящие из тех же точек. Возможна (фиг. 13, 14) также R^-K -комбинация. R^-KR^- комбинации в

плоскости $\Delta u \Delta v$ соответствует линия. Линии и области в плоскости $\Delta u \Delta v$ фиг. (15, 16) строятся так, как это делалось в работе [3]. Если неравенства $H_{y_0} > 0$, $H_{y_0}' > 0$ меняют знак, то фиг. 13—16 преобразуются, как указано в § 1.

Диаграммы для случая распада произвольного разрыва, у которого $|H'_{\tau_0}| = H_-(p_0, |H_{\tau_0}|, p = p_0')$, $H_{\tau_0} \nparallel H_{\tau_0}'$, $\Delta w \neq 0$ получаются из диаграмм фиг. 15, 16 способом, указанным в § 12 работы [3].

К такому случаю распада произвольного разрыва сводится взаимодействие R^- -волн между собой и с K - и A -разрывами. Рассмотрим взаимодействие R^- -волн с K -разрывом. На возникающем при взаимодействии разрыве $\Delta u < 0$, $\Delta v < 0$. Результатом взаимодействия будут комбинации, которым соответствуют области, лежащие в $\Delta u < 0$, $\Delta v < 0$ части плоскости $\Delta u \Delta v$ (фиг. 15, 16).



Фиг. 16

При взаимодействии R^- -волны с A -разрывом возможным комбинациям соответствуют точки, лежащие на прямых $\Delta u = u_0$, проходящих через точки, которым соответствуют AR^-K^- - и R^-KA^- -комбинации.

Выше рассматривались взаимодействия S^+ -, S^- -, R^+ -, R^- -волн с плоским A -разрывом. При взаимодействии этих волн с пространственным A -разрывом возникает разрыв, на котором $\mathbf{H}_{\tau_0} \nparallel \mathbf{H}_{\tau_0}'$, $\Delta w \neq 0$. Для исследования необходимо воспользоваться пространственными диаграммами, которые получаются из диаграмм фиг. 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16 способом, указанным в § 12 работы [3]. Совокупности точек, соответствующие комбинациям, на которые может распадаться возникающий разрыв, лежат в плоскостях $\Delta u = u_0$, проходящих через точки, которым соответствуют KS^+ -, KS^- -, R^+K^- -, R^-K^- -комбинации.

Если линии S^+ , R^+ (фиг. 1, 2, 9, 10) пересекаются, то картины в плоскости $\Delta u \Delta v$ отличаются от фигур 3, 4, 11, 12 тем, что линии $R^+KS^-S^+$ и $R^+R^-KS^+$ фиг. 3, 12; $R^+S^-KS^+$ и $R^+KR^-S^+$ фиг. 4, 11 пересекаются в точках, которым соответствуют R^+KS^+ -комбинации. В первом случае из этой точки выходят $R^+S^-KS^+$ - и $S^+KR^-S^+$ -линии, во втором — $R^+KS^-S^+$ - и $R^+R^-KS^+$ -линии, которые пересекаются в точках KS^+ и R^+K^- соответственно. Если линии S^- , R^- (фиг. 5, 6, 13, 14) пересекаются, то картины в плоскости $\Delta u \Delta v$ отличаются от фигур 7, 8, 15, 16 тем, что линии $R^-KS^-R^+$, $S^+R^-KS^-$ фиг. 7, 15 и $R^+R^-KS^-$, $R^-KS^-S^+$ фиг. 8, 16 пересекаются в точках, которым соответствуют R^-KS^- -комбинации. В первом случае из этой точки выходят $R^+R^-KS^-$ - и $R^-KS^-S^+$ -линии, во втором — $R^-KS^-R^+$ - и $S^+R^-KS^-$ -линии, которые пересекаются в точках KS^- и R^-K^- соответственно.

Заметим, что, если в случаях, описываемых неравенствами (2.1), (2.3) работы [3], S^+ - и R^+ -линии, а в случаях, описываемых неравенствами (10.1) и (10.3) работы [3], S^- - и R^- -линии, выходящие из точек (p_0', H_{v_0}') ; (p_0, H_{v_0}) , дважды пересекаются, то в плоскости $\Delta u \Delta v$ линии, соединяющие точки $(R^+R^-K^-)$ (R^-KS^+) и (R^+KS^-) (KS^-S^+) фиг. 7; (R^+KR^-) (KR^-S^+) и $(R^+S^-K^-)$ (S^-KS^+) фиг. 9; $(R^+R^-K^-)$ (R^+KS^-) и (R^-KS^+) (KS^-S^+) фиг. 15; (R^-KR^+) (KS^-R^+) и $(S^+R^-K^-)$ (S^+KS^-) фиг. 17, дважды пересекаются. На фиг. 7, 9 точкам пересечения соответствует R^+KS^+ -комбинация, на фиг. 15, 17 — R^-KS^- -комбинация.

Заметим также, что, когда на разрыве $\Delta w \neq 0$, $\mathbf{H}_{\tau_0} \nparallel \mathbf{H}_{\tau_0}'$, вращение диаграмм следует производить не около линии раздела, а около линии центров, которая совпадает с линией раздела не везде (как неверно указывалось в работе [3]), а только в некоторых точках.

Поступила 2 XII 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. ГИТТЛ, М., 1954.
2. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковые течения и ударные волны. М., 1950.
3. Гогосов В. В. Распад произвольного разрыва в магнитной гидродинамике. ПММ, 1960, т. XXV, вып. I.