

О СОХРАНЕНИИ ВИХРЯ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

Н. В. Салганов (Сухуми)

Система уравнений гидродинамического приближения идеальной плазмы, состоящей из ионов N ($k = 1, \dots, N$) сортов, имеет вид [1-4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}_k}{\partial t} + \nabla \left(\frac{v_k^2}{2} + \int \frac{dp_k}{n_k m_k} + F_k \right) &= \mathbf{v}_k \times \left(\text{rot } \mathbf{v}_k + \frac{\mu e_k}{c m_k} \mathbf{H} \right) + \frac{e_k}{m_k} \mathbf{E} \\ \frac{\partial n_k}{\partial t} + \text{div } n_k \mathbf{v}_k &= 0, \quad \text{div } \mathbf{H} = 0, \quad \text{div } \mathbf{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \sum_{f=1}^N e_f n_f \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c} \sum_{f=1}^N e_f n_f \mathbf{v}_f + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

Первые два уравнения представляют собой уравнения движения и неразрывности ионов сорта k , остальные — уравнения Максвелла. Инерционный член в уравнении движения записан в форме И. С. Громеки; \mathbf{H} и \mathbf{E} — напряженности магнитного и электрического полей, μ и ε — магнитная и электрическая проницаемости, c — скорость света, F_k — потенциал внешних сил, \mathbf{v}_k — скорость, p_k — давление, n_k — число частиц в единице объема, e_k и m_k — заряд и масса частицы сорта k .

Плазма считается либо «холодной» ($p_k = 0$), либо несжимаемой ($n_k = \text{const}$), либо баротропной ($p_k = p_k(n_k)$) средой.

Применим операцию ротора к уравнению движения; используя [уравнение электрической индукции, получим

$$\frac{\partial \Omega_k}{\partial t} = \text{rot } \mathbf{v}_k \times \Omega_k, \quad \Omega_k \equiv \text{rot } \mathbf{v}_k + \frac{\mu e_k}{c m_k} \mathbf{H} \quad (2)$$

Сохранение парциального вихря Ω_k аналогично указанному Гельмгольцем сохранению вихря [4] в обычной гидродинамике.

Таким образом, линии вектора парциального вихря Ω_k «приклеены» к частицам сорта k ; поток вектора парциального вихря Ω_k через произвольную материальную поверхность, образованную частицами сорта k , сохраняется; сохраняется циркуляция вектора $\mathbf{v}_k + (\mu e_k / c m_k) \mathbf{A}$ ($\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$) вдоль произвольного замкнутого материального контура, образованного частицами сорта k .

Отметим, что несохранение парциального вихря может быть вызвано вязкими силами и столкновениями частиц различных сортов между собой.

Для холодной электронно-ионной плазмы закон сохранения вихря отмечался в работе [1].

В работе [2], где плазма описывалась системой уравнений гидродинамического приближения двухкомпонентной (электронно-ионной) среды, для ионов отмечалось уравнение сохранения парциального вихря. В случаях стационарного двухпараметрического и стационарного винтового движения плазмы интегральное выражение закона сохранения парциального вихря отмечалось в работе [3].

В заключение автор выражает глубокую благодарность В. С. Ткаличу за внимание к работе и ряд ценных указаний.

Поступила 8 IV 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Ferraro V. C. A. Hydromagnetic waves in rare ionized gas and galactic magnetic fields Proc Roy. Soc. V. A233, N.1194, 1955.
2. Б р а г и н с к и й С. И. Об одном критерии применимости уравнений магнитной гидродинамики к плазме. Сб. «Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы», стр. 67, Рига, 1959.
3. Т к а л и ч В. С. Преобразование системы уравнений гидродинамического приближения плазмы. Изв. АН СССР, ОТН. «Механика и машиностроение», 1959, № 5.
4. К о ч и н Н. Е., К и б е л ь И. А., Р о з е Н. В. Теоретическая гидромеханика, ГИТТЛ, 1948, т. 1.