

О ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ СМЕСЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

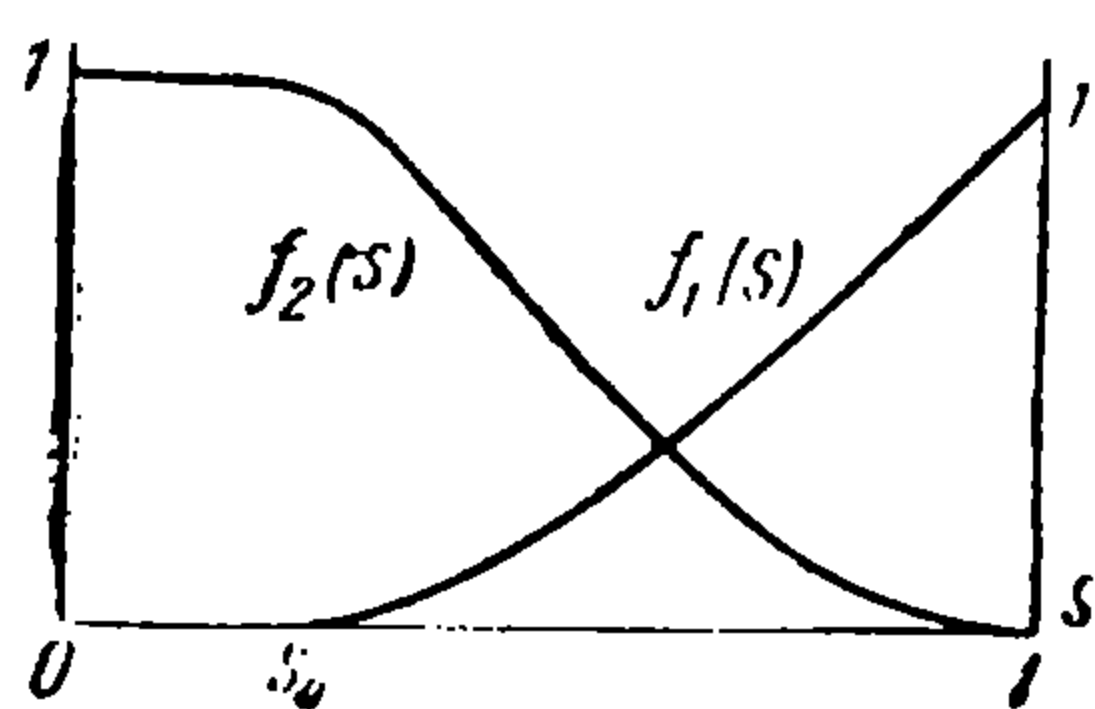
Н. Х. Магеррамов, А. Х. Мирзаджанзаде

(Баку)

В ряде случаев, в последнее время сравнительно часто встречающихся на практике [1], в исходном состоянии (до начала разработки) фильтрующееся вещество находится в пласте в газообразном состоянии. В дальнейшем, в процессе снижения давления, наиболее тяжелые компоненты фильтрующегося вещества выпадают в виде жидкости — конденсата, известная часть которого, насыщая породу, безвозвратно теряется в пласте. При этом до достижения определенной степени насыщенности пористой среды жидкостью (равновесной насыщенности) жидкость остается неподвижной.

В предлагаемой работе дается постановка и решение для простейших случаев задачи фильтрации газоконденсатной смеси в пористой среде. Отметим, что некоторые соображения по рассматриваемому вопросу приведены в работе [1].

1. При безынерционных движениях газожидкостных смесей в пористой среде скорости движения жидкости v_1 и газа v_2 связаны с градиентом давления p и насыщенностью пласта жидкостью s соотношениями [1]



Фиг. 1

$$v_1 = - \frac{k f_1(s)}{\mu_1} \text{grad } p, \quad v_2 = - \frac{k f_2(s)}{\mu_2} \text{grad } p \quad (1.1),$$

Здесь k — проницаемость пористой среды; $f_1(s)$, $f_2(s)$ — так называемые относительные фазовые проницаемости для жидкости и газа; μ_1 , μ_2 — вязкости жидкости и газа.

Величины f_1 , f_2 , μ_1 , μ_2 в первом приближении можно считать независящими от давления.

Типичные кривые (см., например, [2]) зависимости относительных фазовых проницаемостей от насыщенности представлены на фиг. 1. Характерными свойствами этих кривых являются следующие: при насыщенностях, меньших равновесной насыщенности s_0 , функция $f_1(s)$ тождественно равна нулю, т. е. жидкость неподвижна. Значение s_0 составляет для разных пород [2] от 0.2 до 0.5. Далее при малых s значения функции $f_2(s)$ близки к единице, т. е. газопроницаемость среды очень мало уменьшается от выпадения конденсата. Таким образом, для малых насыщенностей можно считать жидкость неподвижной, а относительную газопроницаемость равной единице.

Зависимость удельного объема V стабилизированного конденсата, отнесенного к нормальным условиям, от давления при постоянной

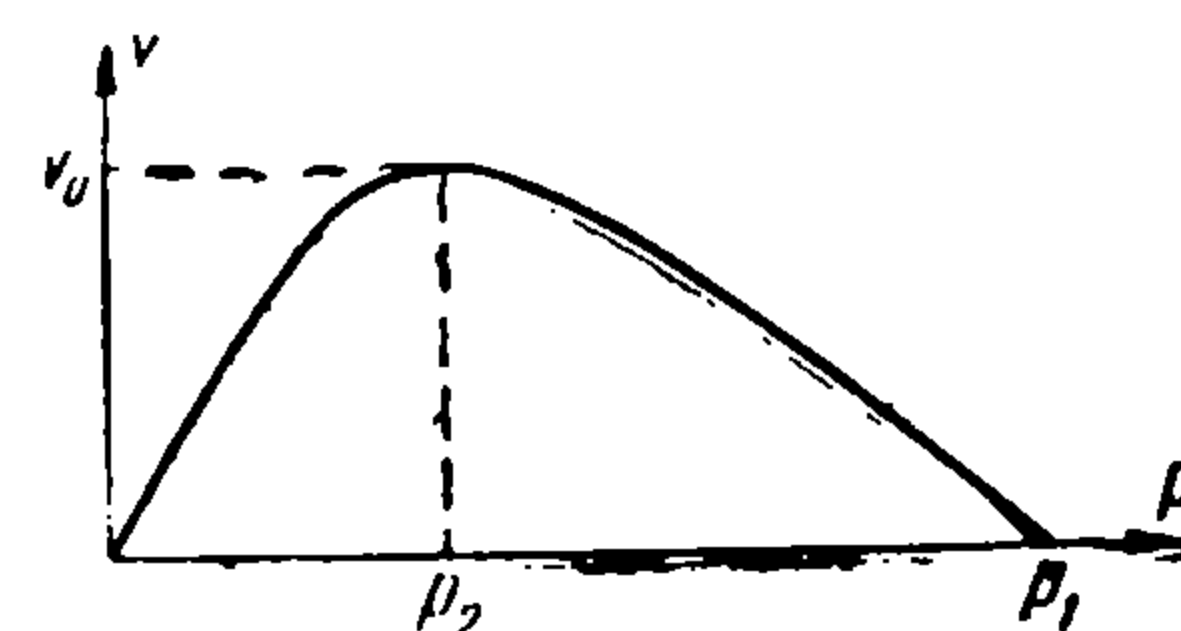
температуре можно приближенно представить в виде

$$V = A(p_1 - p), \quad A = \frac{V_0}{p_1 - p_2} \quad (p_1 < p < p_2) \quad (1.2)$$

Здесь V_0 — максимальный удельный объем конденсата, p_1 — давление при начале конденсации, p_2 — давление при максимальной конденсации.

В хорошем соответствии с экспериментом примем, что по мере выпадения конденсата плотность газа не изменяется, и пренебрежем сжимаемостью конденсата.

Для малых насыщенных можно также пренебречь изменением пористости породы для газа и изменением массы газа в результате выпадения конденсата.



Фиг. 2

Таким образом, при малых насыщениях и в обычном предположении идеальности газа и изотермичности потока фильтрацию газовой фазы можно описывать при помощи уравнения фильтрации газа [3]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a^2 \Delta p^2 \quad \left(a^2 = \frac{k}{2m\mu_2} \right) \quad (1.3)$$

Составим дифференциальное уравнение для определения изменения насыщенности. В соответствии с (1.2) объем конденсата, выпавший в некотором произвольном объеме пласта τ за время dt , определится объемным интегралом

$$dt \iiint_{\tau} A \frac{\rho}{\rho_0} \left(v_2 \cdot \text{grad } p + m \frac{\partial p}{\partial t} \right) d\tau$$

где ρ , ρ_0 — соответственно плотности газа в пластовых и нормальных условиях. Выпадение конденсата приводит к изменению количества жидкости в объеме τ за время dt на величину

$$dt \iiint_{\tau} m \frac{\partial s}{\partial t} d\tau$$

Приравнявая эти величины и пользуясь произвольностью объема τ , получаем искомое уравнение для изменения насыщенности в виде

$$\frac{\partial s}{\partial t} = A \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{v_2}{m} \cdot \text{grad } p + \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (1.4)$$

Предположим, в соответствии со сказанным выше, что в начальный момент насыщенность повсюду в пласте равна нулю; тогда, интегрируя уравнение (1.4), находим

$$s = A \int_0^t \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{v_2}{m} \cdot \text{grad } p + \frac{\partial p}{\partial t} \right) dt \quad (1.5)$$

В силу (1.1) и малой насыщенности, это уравнение приводится к виду

$$s = \frac{Ak}{m\mu_2} \int_0^t \frac{\rho}{\rho_0} (\text{grad } p)^2 dt + A \int_0^t \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} dt \quad (1.6)$$

Но, в силу идеальности газа и изотермичности движения

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{T_0}{p_0 T_1} p$$

где p_0 , T_0 — давление и температура, соответствующие нормальным условиям, и T_1 — температура пласта, так что уравнение (1.6) приводится к окончательному виду

$$s = b \int_0^t p (\text{grad } p)^2 dt + c [p^2(x, y, z, t) - p^2(x, y, z, 0)] \quad (1.7)$$

$$\left(b = \frac{AkT_0}{\mu_2 m p_0 T_1}, \quad c = \frac{AT_0}{2p_0 T_1} \right)$$

Таким образом, зная решение задачи о движении газа при данных граничных и начальном условиях, можно найти распределение насыщенности при движении газоконденсатной смеси по формуле (1.7).

2. Рассмотрим плоско-радиальную фильтрацию газоконденсатной смеси к одиночной скважине малого радиуса в бесконечном пласте.

Давление $p(r, t)$ и насыщенность $s(r, t)$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^2}{\partial r} \right), \quad \frac{\partial s}{\partial t} = bp \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + c \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (2.1)$$

Зададимся следующими граничными и начальными условиями

$$p(r, 0) = p_1, \quad p(\infty, t) = p_1, \quad s(r, 0) = 0 \quad (2.2)$$

$$\lim_{r \rightarrow r_0} 2\pi r h \frac{p T_0}{p_0 T_1} \frac{k}{\mu_2} \frac{\partial p(r, t)}{\partial r} = q_0 = \text{const} \quad (2.3)$$

где h — мощность пласта; r_0 — радиус скважины, q_0 — расход газа, приведенный к нормальным условиям.

Здесь и далее для упрощения рассматривается случай, когда начальное пластовое давление равно давлению начала конденсации.

На основании П-теоремы [5] решения системы (2.1) представляются в виде

$$\frac{p(r, t)}{p_1} = F_1(\xi, \lambda), \quad \xi = \frac{r}{a \sqrt{p_1 t}}, \quad \lambda = \frac{q_0 \mu_2 p_0 T_1}{\pi k h p_1^2 T_0} \quad (2.4)$$

$$s(r, t) = F_2(\xi, \lambda, \delta_1, \delta_2); \quad \delta_1 = \frac{b p_1^2}{a^2}, \quad \delta_2 = 2c p_1^2 \quad (2.5)$$

В работе [4] было показано, что первое уравнение (2.1) с достаточной точностью может быть линеаризовано по Л. С. Лейбензону [3]. Тогда для F_1 получим

$$F_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{2} \lambda \text{Ei} \left(-\frac{1}{8} \xi^2 \right)} \quad (2.6)$$

Подставляя (2.4) и (2.5) во второе уравнение (2.1), для F_2 получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$2\delta_1 F_1 \left(\frac{dF_1}{d\xi} \right)^2 + \xi \frac{dF_2}{d\xi} - \delta_2 F_1 \xi \frac{dF_1}{d\xi} = 0 \quad (2.7)$$

Подставив (2.6) в (2.7) и учитывая условия $F_1(\infty, \lambda) = 1$ и $F_2(\infty, \lambda, \delta_1, \delta_2) = 0$, получим

$$F_2 = \int_{\xi}^{\infty} \frac{\delta_1 \lambda^2}{2} \frac{1}{\xi^3} \frac{\exp \left(-\frac{1}{4} \xi^2 \right) d\xi}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \lambda \text{Ei} \left(-\frac{1}{8} \xi^2 \right)}} - \frac{\delta_2 \lambda}{4} \text{Ei} \left(-\frac{1}{8} \xi^2 \right) \quad (2.8)$$

3. Рассмотрим нестационарную фильтрацию газоконденсатной смеси к прямолинейной галерее, расположенной в полубесконечном пласте.

Давление $p(x, t)$ и насыщенность $s(x, t)$ удовлетворяют системе

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial s}{\partial t} = bp \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + c \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (3.1)$$

Решение этой системы ищем при условиях

$$p(0, t) = p_3, \quad p(\infty, t) = p_1, \quad p(x, 0) = p_1, \quad s(x, 0) = 0 \quad (3.2)$$

На основании П-теоремы решение системы (3.1) автомодельно и имеет вид

$$\frac{p(x, t)}{p_1} = F_1 \left(\xi, \frac{p_3}{p_1} \right) \quad \left(\xi = \frac{x}{a \sqrt{p_1 t}} \right), \quad s(x, t) = F_2 \left(\xi, \frac{p_3}{p_1}, \delta_1, \delta_2 \right) \quad (3.3)$$

Подставляя (3.3) в (3.1), получим

$$\frac{d^2 F_1^2}{d\xi^2} + \frac{1}{2} \xi \frac{dF_1}{d\xi} = 0, \quad 2\delta_1 F_1 \left(\frac{dF_1}{d\xi} \right)^2 + \xi \frac{dF_2}{d\xi} - \delta_2 F_1 \xi \frac{dF_1}{d\xi} = 0 \quad (3.4)$$

Условия (3.2) примут вид

$$F_1 \left(\infty, \frac{p_3}{p_1} \right) = 1, \quad F_1 \left(0, \frac{p_3}{p_1} \right) = \frac{p_3}{p_1}, \quad F_2 \left(\infty, \frac{p_3}{p_1}, \delta_1, \delta_2 \right) = 0 \quad (3.5)$$

Результаты численного решения первого уравнения (3.4) при заданных условиях приведены в работе [6].

Из второго уравнения (3.4) путем интегрирования получим

$$F_2 = 2\delta_1 \int_{\xi}^{\infty} \frac{F_1}{\xi} \left(\frac{dF_1}{d\xi} \right)^2 d\xi + \frac{\delta_2}{2} [F_1^2(\xi) - 1] \quad (3.6)$$

4. Применим для решения задачи п. 2 метод последовательной смены стационарных состояний. Рассмотрим так называемую первую фазу.

Распределение давления при стационарной фильтрации газа определяется по формуле (см., например, [2])

$$p(r, t) = p_1 \sqrt{1 - \lambda \ln \frac{R}{r}} \quad (r_0 \leq r \leq R(t)) \quad (4.1)$$

Подставив во второе уравнение (2.1) вместо $p(r, t)$ его выражение (4.1), получим

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{b\lambda^2 p_1^3}{4r^2 \sqrt{1 - \delta_1 \ln(R/r)}} \quad (4.2)$$

Для первой фазы зависимость $R(t)$ определяется из выражения (см., например, [7])

$$t = \frac{m\mu_2 r_0^2}{4kp_1} \left[\left(\frac{R}{r_0} \right)^2 - 2 \ln \left(\frac{R}{r_0} \right) - 1 \right] \quad (4.3)$$

Интегрируя уравнения (4.2) и пренебрегая малыми величинами второго порядка, получим

$$s = \frac{q_0 \mu_2 A}{4\pi kh} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{1}{4} \lambda - \frac{1}{2} \lambda \ln \frac{R}{r} - \sqrt{1 - \lambda \ln \frac{R}{r}} \right\} \quad (4.4)$$

На фиг. 3 приведены результаты численных расчетов по формуле (4.4) для случая $q_0 = 10^5$ м³/сутки, $m = 0.2$, $h = 20$ м, $p_1 = 360$ ата, $p_2 = 60$ ата, $r_0 = 0.1$ м, $k = 20$ мд, $\mu_2 = 0.028$ сн, $V_0 = 120$ см³/нм³, $T_0 = T_1$ и для различных значений R (в м), указанных на кривых.

Для лучшей обзримости на графике приведены размерные значения r .

5. Рассмотрим теперь более общий случай фильтрации газоконденсатных смесей, когда жидкая фаза также является подвижной.

В этом случае по аналогии с фильтрацией газированных жидкостей могут быть выведены следующие дифференциальные уравнения:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = - \operatorname{div} \mathbf{v}_1 + A \frac{\rho}{\rho_0} \left[m(1-s) \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v}_2 \cdot \operatorname{grad} p \right] \quad (5.1)$$

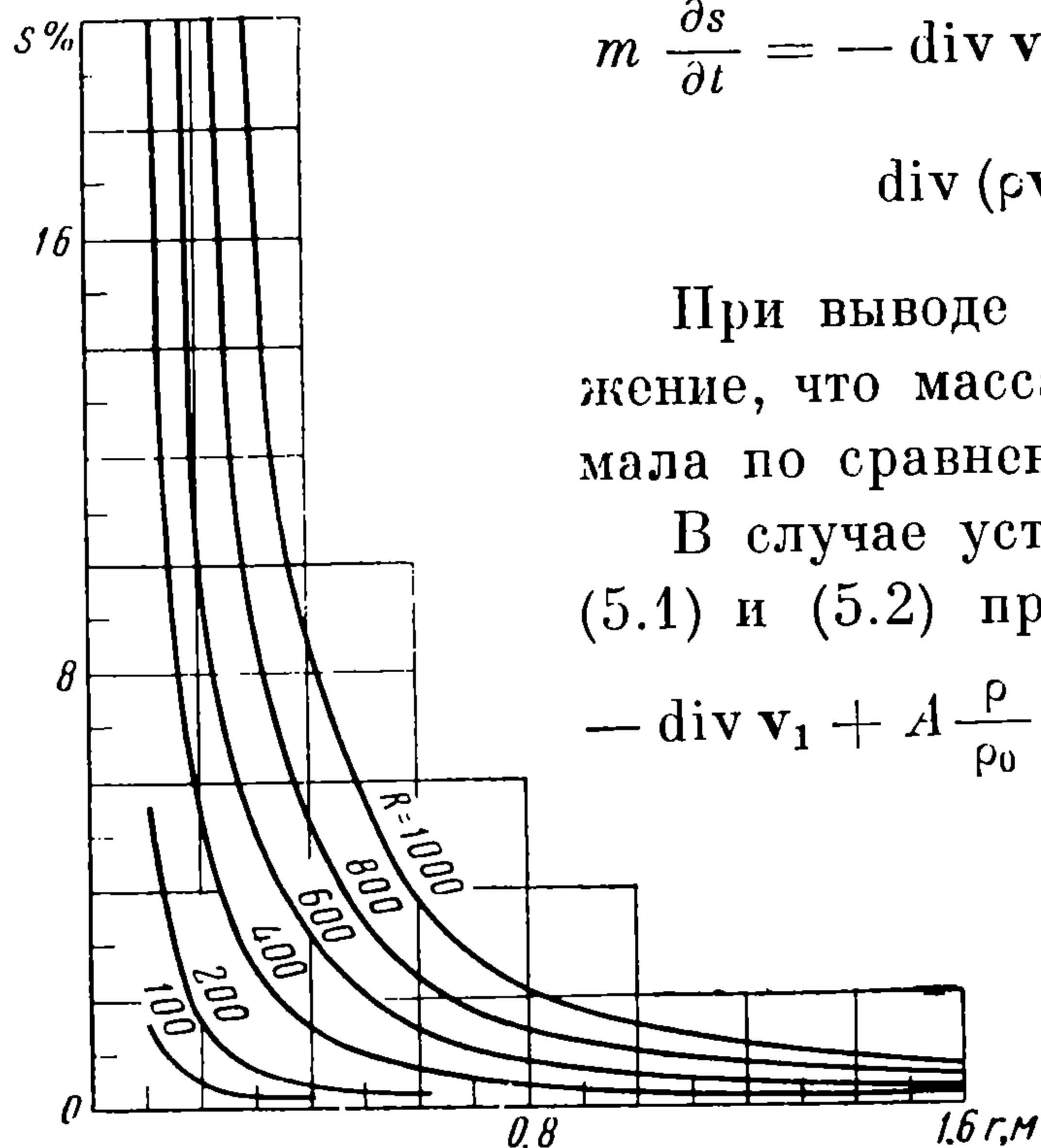
$$\operatorname{div} (\rho \mathbf{v}_2) = m \frac{\partial}{\partial t} [\rho(1-s)] \quad (5.2)$$

При выводе уравнения (5.2) сделано предположение, что масса конденсата, находящегося в газе, мала по сравнению с массой газа.

В случае установившейся фильтрации уравнения (5.1) и (5.2) примут вид

$$- \operatorname{div} \mathbf{v}_1 + A \frac{\rho}{\rho_0} \mathbf{v}_2 \cdot \operatorname{grad} p = 0; \quad \operatorname{div} \rho \mathbf{v}_2 = 0 \quad (5.3)$$

Следуя С. А. Христиановичу [8], рассмотрим изменение газоконденсатного фактора, представляющего собою отношение расхода газа в нормальных условиях Q_2 к расходу конденсата Q_1 , вдоль линии тока.



Фиг. 3

Нетрудно убедиться, что первое уравнение (5.3) может быть представлено в виде

$$\rho \mathbf{v}_2 \cdot \operatorname{grad} \left[- \frac{f_1(s) \mu_2}{f_2(s) \mu_1 \rho} + A \frac{p}{\rho_0} \right] + \left[- \frac{f_1(s) \mu_2}{f_2(s) \mu_1 \rho} + A \frac{p}{\rho_0} \right] \operatorname{div} (\rho \mathbf{v}_2) = 0 \quad (5.4)$$

Учитывая второе уравнение (5.3) и заменяя вдоль линии тока проекции \mathbf{v}_2 на оси x, y, z соответственно пропорциональными им величинами dx, dy, dz , получим

$$d \left[- \frac{f_1(s) \mu_2}{f_2(s) \mu_1 \rho} + A \frac{p}{\rho_0} \right] = 0 \quad (5.5)$$

Следовательно, вдоль линии тока

$$- \frac{f_1(s) \mu_2}{f_2(s) \mu_1 \rho} + A \frac{p}{\rho_0} = \alpha = \text{const} \quad (5.6)$$

Выражение для газоконденсатного фактора имеет вид

$$\Gamma = \frac{Q_2}{Q_1} = \left[\frac{f_1(s) \mu_2 \rho_0}{f_2(s) \mu_1 \rho} + A p_1 - A p \right]^{-1} = [A p_1 - \alpha \rho_0]^{-1} \equiv \text{const} \quad (5.7)$$

Таким образом, при установившейся фильтрации газоконденсатный фактор вдоль линии тока постоянен.

Из (5.7) получается связь между давлением и насыщенностью.

Введем, следуя работе [8], новую функцию

$$H = \int_0^p k_2 \rho dp \quad (5.8)$$

Тогда второе уравнение (5.3) можно представить в виде

$$\Delta H = 0 \quad (5.9)$$

Таким образом, задача о стационарной фильтрации газоконденсатной смеси приводится к задаче о фильтрации однородной несжимаемой жидкости. Рассмотрим нестационарный приток газоконденсатной смеси к прямолинейной галерее, расположенной в полубесконечном пласте.

Давление $p(x, t)$ и насыщенность $s(x, t)$ удовлетворяют следующей системе дифференциальных уравнений

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left[f_1(s) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + A\beta p \mu_1 \frac{m}{k} \left[(1-s) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{k}{m\mu_2} f_2(s) \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \right] = \frac{m\mu_1}{k} \frac{\partial s}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[p f_2(s) \frac{\partial p}{\partial x} \right] = \frac{m\mu_2}{k} \frac{\partial}{\partial t} [p(1-s)] \quad \left(\beta = \frac{T_0}{p_0 T_1} \right) \quad (5.10)$$

Зададим следующие условия:

$$p(0, t) = p_3, \quad p(x, 0) = p_1, \quad p(\infty, t) = p_1, \quad s(x, 0) = 0 \quad (5.11)$$

На основании П-теоремы решения системы (5.10) автомодельны и имеют вид

$$\frac{p}{p_1} = F_1 \left(\xi, \alpha_1, \alpha_2, \frac{p_3}{p_1} \right) \quad \left(\xi = \frac{x}{a V p_1 t} \right) \quad (5.12)$$

$$S = F_2 \left(\xi, \alpha_1, \alpha_2, \frac{p_3}{p_1} \right) \quad \left(\alpha_1 = A\beta p_1^2, \alpha_2 = \frac{\mu_1}{\mu_2} \right)$$

Подставив (5.12) в (5.10), получим для F_1 и F_2 систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$f_1'(S) \frac{dF_2}{d\xi} \frac{dF_1}{d\xi} + f_1(S) \frac{d^2 F_1}{d\xi^2} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{4} F_1 \left[4f_2(S) \left(\frac{dF_1}{d\xi} \right)^2 - (1-S) \xi \frac{dF_1}{d\xi} \right] = \frac{\alpha_2}{4} \xi \frac{dF_2}{d\xi} \quad (5.13)$$

$$f_2(S) F_1 \frac{d^2 F_1}{d\xi^2} + f_2'(S) F_1 \frac{dF_2}{d\xi} \frac{dF_1}{d\xi} + f_2(S) \left(\frac{dF_1}{d\xi} \right)^2 = -\frac{1}{4} \xi \frac{d[F_1(1-F_2)]}{d\xi}$$

$$\text{Условия (5.11) примут вид} \quad (5.14)$$

$$F_1 \left(0, \alpha_1, \alpha_2, \frac{p_3}{p_1} \right) = \frac{p_3}{p_1}, \quad F_1 \left(\infty, \alpha_1, \alpha_2, \frac{p_3}{p_1} \right) = 1, \quad F_2 \left(\infty, \alpha_1, \alpha_2, \frac{p_3}{p_1} \right) = 0$$

Для решения системы (5.13) при условиях (5.14) приходится прибегнуть к одному из методов численного интегрирования.

Считаем своим долгом выразить благодарность Г. И. Баренблатту за обсуждение результатов работы.

Поступила 18 VIII 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Маскет М. Физические основы технологии добычи нефти. Гостоптехиздат, М., 1953.
2. Щелкачев В. Н., Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. Гостоптехиздат, М., 1949.
3. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде ГИТТЛ, М.—Л., 1947.
4. Баренблатт Г. И. О возможности линеаризации в некоторых задачах нестационарной фильтрации газа. Изв. АН СССР. ОТН, 1956, № 11.
5. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. ГИТТЛ, М.—Л., 1951.
6. Полубаринов А.—Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. ГИТТЛ, М., 1952.
7. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Гостоптехиздат, М., 1956.
8. Христианович С. А. О движении газированной жидкости в пористых породах. ПММ, 1941, т. V, вып. 2.