Используя уравнения Максвелла и предполагая, что внутри волны все величины зависят только от x, имеем

$$\nu_m \frac{dH_y}{dx} = v_x H_y \qquad \left(\nu_m = \frac{c_0^2}{4\pi\sigma}\right), \qquad \text{или} \qquad H_y(x) = H_{1y} \exp \int\limits_{-\infty}^{x} \frac{v_x\, dx}{\nu_m}$$

Так как $v_x / \nu_m > 0$ при $x \to \infty$, то отсюда следует, что

$$\frac{H_y(x)}{H_{1y}} \to \infty \qquad \text{при } x \to \infty$$

т. е. в этом случае не существует стационарного решения уравнений структуры ударной волны при $H_{1y} \neq 0$, несмотря на то, что существует решение системы (2.4).

Аналогичное явление имеет место в случае, когда

$$E_y \neq 0, \qquad v_{1x} \neq 0, \qquad H_x = H_{1z} = 0$$

В этом случае индуктивное поле всегда увеличивает первоначальное электрическое поле при $v_x > 0$, и поэтому электрические токи не затухают в ударной волне при $x \to \infty$.

Приведенные примеры показывают, что электромагнитное поле перед ударной волной должно удовлетворять некоторым специальным условиям. Эти условия можно получить только лишь из рассмотрения уравнений структуры ударной волны.

Поступила 4 VI 1959

ЛИТЕРАТУРА

1. Сыроватский С. М. Магнитная гидродинамика. Успехи физ. наук, 1957, том LXII, вып. 3.
2. Ландау Л. Д. и Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Физматиздат, 1959.
3. Любимов Г. А. Ударная волна со скачком проводимости газа в электромагнитном поле. ДАН СССР, 1959, т. 126, № 2.

О КВАЗИОДНОМЕРНОМ СТАЦИОНАРНОМ ТЕЧЕНИИ СЖИМАЕМОГО ПРОВОДЯЩЕГО ГАЗА В КАНАЛЕ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПОПЕРЕЧНЫХ МАГНИТНОГО И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЕЙ

И. Б. Чекмарев

(Ленинград)

Квазиодномерное стационарное течение сжимаемого проводящего газа при наличии поперечных магнитного и электрического полей было рассмотрено Реслером и Сирсом в работах [1,2]. В настоящей заметке уравнения квазиодномерного стационарного течения проводящего газа интегрируются в частном случае, когда напряженность внешнего электрического поля пропорциональна напряженности магнитного поля.

Положим, что газ движется параллельно оси x, магнитное поле параллельно оси y, а электрическое поле — оси z. Вязкость и теплопроводность газа не учитываются. Напряженность внешнего электрического поля пропорциональна напряженности магнитного поля и изменяется по закону $E = -\mu u_m H$, где u_m — постоянный коэффициент пропорциональности. За масштабы скорости газа u, давления p, плотности ρ, температуры T и напряженности магнитного поля H выберем их значения u_0, p_0, ρ_0, T_0, H_0 в сечении $x = 0$. За масштаб координаты x выберем характерный размер канала L. Тогда исходные уравнения задачи в безразмерной форме будут

$$\rho u \frac{du}{dx} + \frac{1}{kM_0^2} \frac{dp}{dx} + SH \frac{dH}{dx} = 0, \qquad \frac{d}{dx} \rho u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{1}{k-1} \rho u \frac{dT}{dx} + p \frac{du}{dx} = \frac{SkM_0^2}{R_m} \left(\frac{dH}{dx}\right)^2, \qquad p = \rho T, \qquad \frac{dH}{dx} = R_m (u - u_m) H. \tag{2}$$

где

$$M_0^2 = \frac{u_0^2}{kp_0/\rho_0}, \qquad k = \frac{C_p}{C_v}, \qquad S = \frac{\mu H_0^2}{\rho_0 u_0^2}, \qquad R_m = \sigma \mu u_0 L$$

Безразмерные граничные условия имеют вид

$$u = p = \rho = T = H = 1 \qquad \text{при } x = 0 \tag{3}$$

Из (1) следуют два интеграла системы

$$u + \frac{1}{kM_0^2} p + \frac{SH^2}{2} = h, \qquad \rho u = 1 \tag{4}$$

Умножая первое из уравнений (1) на u и складывая с первым из уравнений (2), получаем

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{k}{k-1} u \left(h - \frac{SH^2}{2} - u\right) + \frac{u^2}{2}\right] = -SR_m u_m (u - u_m) H^2 \tag{5}$$

где температура T и давление p исключены при помощи второго соотношения (2) и первого соотношения (4). Умножая на H третье уравнение (2) и преобразуя при его помощи правую часть (5), находим еще один интеграл системы

$$-\frac{k+1}{2(k-1)} u^2 + \frac{k}{k-1} hu - \left(\frac{k}{k-1} u - u_m\right) \frac{SH^2}{2} = g \tag{6}$$

Интегрируя третье уравнение (2), имеем

$$H = \exp\left[R_m \int_0^x (u - u_m)\, dx\right] \tag{7}$$

Исключая из (6) и (7) напряженность магнитного поля, получаем уравнение

$$\exp\left[2R_m \int_0^x (u - u_m)\, dx\right] = -\frac{2}{S} \frac{\dfrac{k+1}{2(k-1)} u^2 - \dfrac{k}{k-1} hu + g}{\dfrac{k}{k-1} u - u_m} \tag{8}$$

Вводя характерные скорости

$$u_{1,2} = \frac{kh \pm \sqrt{(kh)^2 - 2(k^2-1) g}}{k+1}$$

преобразуем соотношение (8) к виду

$$\exp\left[2R_m \int_0^x (u - u_m)\, dx\right] = -\frac{k+1}{S} \frac{(u - u_1)(u - u_2)}{k(u - u_m) + u_m} \tag{9}$$

Логарифмируя и дифференцируя (9), находим

$$2R_m\, dx = \frac{[(u - u_1) + (u - u_2)][k(u - u_m) + u_m] - k(u - u_1)(u - u_2)}{[k(u - u_m) + u_m](u - u_1)(u - u_2)(u - u_m)}\, du \tag{10}$$

Интегрируя (10) и используя граничное условие для скорости, имеем

$$2R_m x = \frac{1}{u_1 - u_m} \ln \frac{(u - u_1)(1 - u_m)}{(u - u_m)(1 - u_1)} + \frac{1}{u_2 - u_m} \ln \frac{(u - u_2)(1 - u_m)}{(u - u_m)(1 - u_2)} +$$
$$+ \frac{k}{u_m} \ln \frac{[k(u - u_m) + u_m](1 - u_m)}{[k(1 - u_m) + u_m](u - u_m)} \tag{11}$$

Для напряженности магнитного поля H, учитывая (7) и (9), получаем формулу

$$H = \sqrt{-\frac{k+1}{S} \frac{(u - u_1)(u - u_2)}{k(u - u_m) + u_m}} \tag{12}$$

Давление p, плотность ρ и температура T находятся соответственно из (4) и второго соотношения (2). При $u_m = 0$ получаем точное решение задачи об одномерном стационарном течении сжимаемого проводящего газа в поперечном магнитном поле.

Поступила 15 II 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Реслер Э., Сирс У. Перспективы магнитной аэродинамики. Механика, 1958, № 6 (52), стр. 5.
2. Resler E. L., Sear W. R. Magneto-Gasdynamic Channel Flow. Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Physik; vol. IX b, Fasc. 5/6. 509—518 (1958).