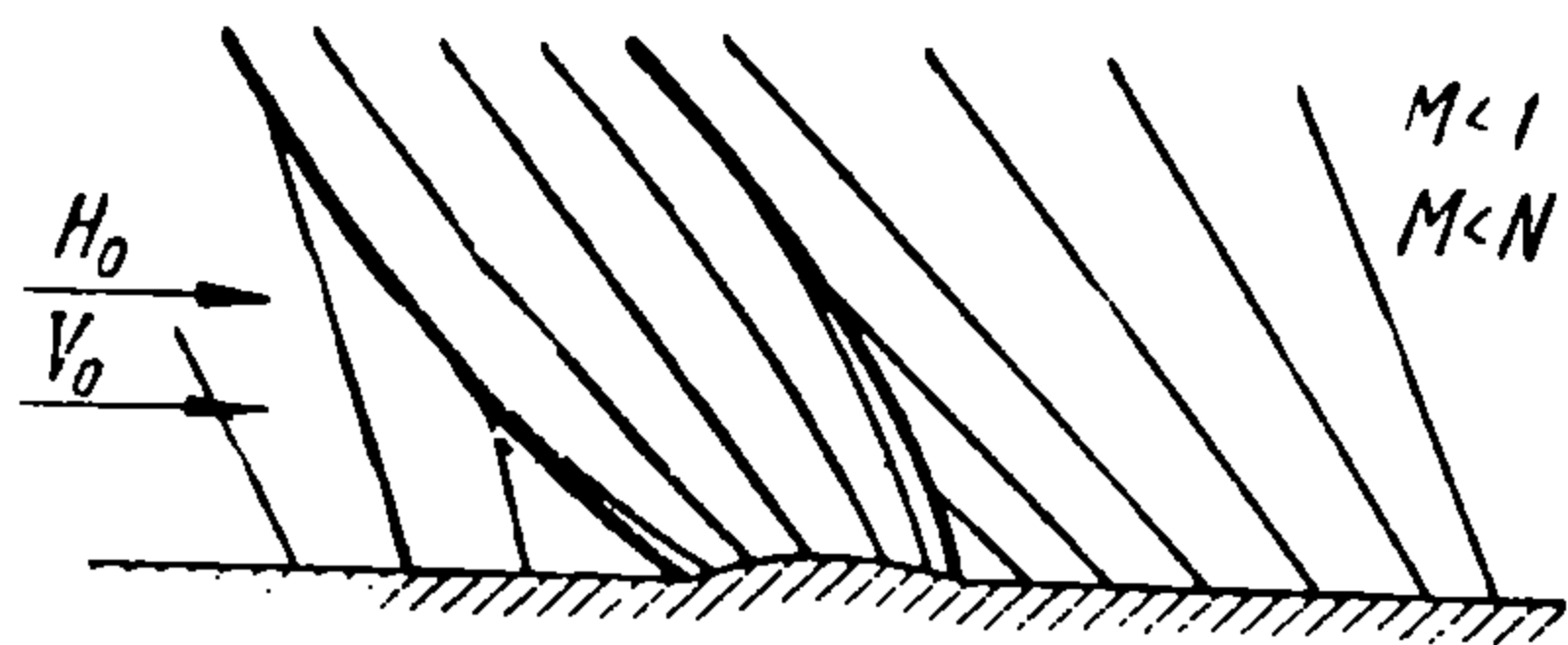


## О ЕДИНСТВЕННОСТИ КВАЗИГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

М. Н. Коган

(Москва)

Пусть тонкое тело обтекается потоком идеального газа с бесконечной электропроводностью (фиг. 1) при наличии магнитного поля  $H$ , параллельного скорости набегающего потока  $V$ . Такое течение можно охарактеризовать двумя безразмерными параметрами: числом Маха  $M$  и отношением скорости Альфвена  $H / \sqrt{4\pi\rho}$  к скорости звука  $\kappa\rho/\rho$ , которое обозначим через  $N$ .



Фиг. 1

При  $\frac{N}{\sqrt{1+N^2}} \leq M \leq \min(1, N)$  (квазигипер-

болическая область) течение имеет гиперболический тип [1]. В работе [1] построено решение задачи об обтекании тела, удовлетворяющее

уравнениям магнитной гидродинамики, условию непротекания на теле, требованию о затухании возмущений на бесконечности и условию возрастания энтропии в ударных волнах. В этом решении ударные волны идут вверх по потоку, как показано на фиг. 1.

Отметим, что установленный факт распространения ударных волн вверх по потоку в дозвуковых гиперболических течениях [1] не был замечен рядом авторов. Так, проводя исследование магнитогидродинамических ударных волн, аналогичное проведенному в работе [2], Г. Кэбен [3], обнаружив ударные волны с углами наклона  $\sigma > 90^\circ$ , замечает, что, по его мнению, волны не могут уходить вверх по потоку, и приписывает их обтеканию угла, большего  $180^\circ$ , где такая волна будет приходящей.

В докладе профессора В.Р. Сирса [4] приведены результаты Л. Е. Реслера, посвященные исследованию обтекания тонкого профиля газом с бесконечной электропроводностью при наличии параллельных векторов скорости и магнитного поля. При этом как для дозвукового, так и для сверхзвукового гиперболических течений строится одно и то же решение, т. е. предполагается, что в обоих случаях ударные волны уходят вниз по потоку как в обычной газодинамике, что приводит к неправильным выражениям для скоростей и сил в дозвуковой области<sup>1</sup>.

Покажем, что построенное течение единственно.

В рассматриваемом течении существуют два семейства характеристик соответственно с наклонами

$$\operatorname{tg} \theta = \pm \sqrt{\frac{M^2 - N^2(1 - M^2)}{(1 - M^2)(N^2 - M^2)}} \quad (1)$$

Характеристики с положительным наклоном будем считать характеристиками первого семейства. Вдоль характеристик выполняются соотношения [1]

$$\mp (M^2 - N^2) |\operatorname{tg} \theta| d\vartheta - N^2 d \ln H - \frac{d \ln p}{\kappa} = 0 \quad (2)$$

где  $\vartheta$  — наклон вектора скорости,  $p$  — давление.

Если возмущенные скорости малы, то, пренебрегая изменением энтропии (величинами порядка  $\vartheta^3$ ), получим [1]

$$\mp (M^2 - N^2) |\operatorname{tg} \theta| d\vartheta + [M^2 - N^2(1 - N^2)] d \ln V = 0 \quad (3)$$

Так как  $M$  и  $N$  в конечном счете являются функциями  $V$ , то уравнения (3) определяют в плоскости годографа скорости два семейства кривых, которые по аналогии с обычной гидродинамикой будем называть эциклоидами. Как и в обычной гидродинамике, ударная поляра и эциклоида совпадают в линейном и втором приближениях.

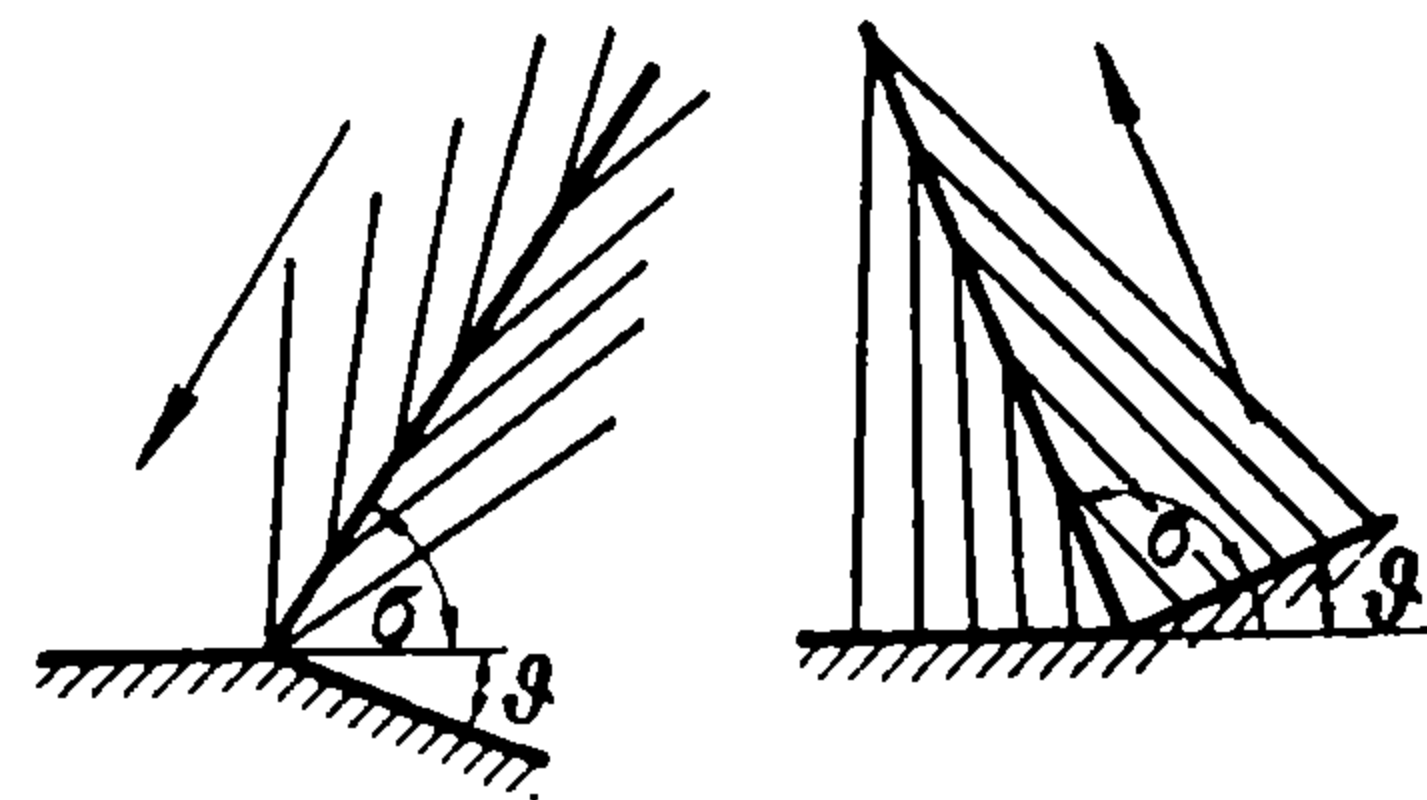
<sup>1</sup> Правда, в более позднем издании того же доклада [5] имеется фраза, указывающая на распространение возмущений вверх по потоку, однако решение осталось без изменения.

Рассмотрим некоторую точку в потоке или на теле. Через эту точку проходят две характеристики. Представляются четыре возможности.

1. Обе характеристики приходят из бесконечности.
2. Характеристика первого семейства приходит из бесконечности за телом, а характеристика второго семейства заканчивается на ударной волне.
3. Характеристика первого семейства заканчивается на ударной волне, а характеристика второго семейства уходит в бесконечность перед телом.
4. Обе характеристики упираются в ударные волны.

Вопрос о единственности сводится по существу к выяснению, какой из указанных четырех случаев может реализоваться.

В работах [1, 2] показано, что с возрастанием энтропии в исследуемом квазигиперболическом течении поворот потока на положительный угол  $\vartheta$  происходит в ударных волнах с углом наклона  $\sigma > 1/2 \pi$  (волна второго типа). В волнах с углами наклона  $\sigma < 1/2 \pi$  поток поворачивается на отрицательный угол  $\vartheta$  (волна первого типа).



Фиг. 2

Ударная волна полностью определена, если наряду со скалярными величинами, определяющими интенсивность волны, задано направление распространения или ослабления волны. Направление волны указывается заканчивающимися на волне характеристиками. Для рассматриваемого случая характер подхода характеристик к волне показан на фиг. 2, где стрелками указано направление волны.

Предположим, что в рассматриваемом потоке имеется волна первого типа. Тогда упирающиеся в волну характеристики первого семейства могут приходить только из бесконечности, так как волны второго типа они проходят, а вновь упереться в волну первого типа, как это видно из геометрии, они не могут.

Следовательно, в плоскости годографа точки, соответствующие скорости до и после волны, должны лежать на одной эпициклоиде первого семейства. С другой стороны, скорости до и после волны должны лежать на ударной поляре, которая с рассматриваемой здесь точностью совпадает с эпициклоидой второго семейства. Очевидно, что две точки не могут лежать сразу на двух кривых, пересекающихся в рассматриваемой области один раз. Поэтому отходящих ударных волн первого типа в рассматриваемом течении быть не может. Такие волны могут лишь приходить на тело от постороннего возбудителя.

Таким образом, третья и четвертая из перечисленных выше схем течений не могут реализоваться. Первый случай является тривиальным и может, очевидно, реализоваться лишь в невозмущенном потоке.

Следовательно, построенное в работе [1] (по схеме 2) решение единственно.

Проникающие вверх по потоку возмущения так подстраивают течение, что за телом в первом и втором приближениях течение оказывается невозмущенным. В третьем приближении течение за телом возмущено вследствие возрастания энтропии в ударных волнах.

Автор пользуется случаем выразить благодарность за дискуссию А. Г. Куликовскому, Г. А. Любимову, Л. И. Седову и В. В. Сычеву.

Поступила 6 I 1960

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К о г а н М. Н. Магнетодинамика плоских и осесимметричных течений газа с бесконечной электрической проводимостью. ПММ, 1959, т. XXIII, вып. 1.
2. К о г а н М. Н. Ударные волны в магнитной гидродинамике. ПММ, 1959, т. XXIII, вып. 3.
3. C a b a n n e s H. Dynamique des gaz ionises: determination des choec stationnaeres attaches a la pointe d'un diedre. La recherche aeronautique, 1959, juillet — aout, No. 71.
4. S e a r s W. R. Magnetohydrodynamics in aeronautics. ARS, paper No. 709—58. Доклад на конференции ракетного общества, ноябрь, 1958.
5. S e a r s W. R. Magnetohydrodynamic effects in aerodynamic flows. ARS journal, 1959, vol. 29, No. 6.