Прикладная математика и механика. Том XXIV, 1960
Отделение технических наук Академии наук Союза ССР

К ТЕОРИИ ИМПУЛЬСНЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ

Я. Н. Ройтенберг

(Москва)

1. Уравнения движения импульсной следящей системы, у которой во время паузы исчезает управляющий сигнал, можно при достаточно малых значениях постоянных времени цепей управления представить в следующем виде:

$$\dot{y}_1 - y_2 = 0, \qquad \dot{y}_2 + 2\varepsilon y_2 = \mu k^2 [x(t) - y_1 + q(t)] \tag{1.1}$$

Здесь

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{при } \vartheta\tau < t < \vartheta\tau + \tau^1 \\ 0 & \text{при } \vartheta\tau + \tau_1 < t < (\vartheta + 1)\tau \end{cases} \qquad \left(\vartheta = \left[\frac{t}{\tau}\right]\right) \tag{1.2}$$

y_1 — обобщенная координата следящей системы, $x(t)$ — закон движения, который должна воспроизводить следящая система, τ — период чередования, τ_1 — рабочий интервал, $\tau_2 = \tau - \tau_1$ — пауза, $q(t)$ — добавочный сигнал, подаваемый на вход следящей системы для ускоренного ее согласования, ϑ — целая часть t/τ.

Рассмотрим задачу [1] о выборе закона изменения во времени функции $q(t)$, при котором к моменту времени $t = T_1$ наступило бы согласование следящей системы, т. е. имели бы место соотношения

$$y_1(T_1) = 0, \qquad y_2(T_1) = 0 \tag{1.3}$$

При этом будем считать, что $x(t) \equiv 0$ в течение времени согласования, а $q(t)$ является ступенчатой функцией, сохраняющей неизменными свои значения на интервалах времени, кратных периоду чередования τ.

Для изучения движения рассматриваемой следящей системы целесообразно перейти от системы дифференциальных уравнений (1.1) к системе разностных уравнений, которую можно получить, связав значения y_1 и y_2 в конце и начале одного периода чередования. Так, для первого периода чередования в течение рабочего интервала $0 \leqslant t \leqslant \tau_1$ имеют место дифференциальные уравнения

$$\dot{y}_1 - y_2 = 0, \qquad \dot{y}_2 + 2\varepsilon y_2 + k^2 y_1 = k^2 q(0) \tag{1.4}$$

В соответствии с уравнениями (1.4) закон движения системы в течение рабочего интервала будет следующим:

$$y_1(t) = \frac{1}{\omega}[y_2(0) + \varepsilon y_1(0) - \varepsilon q(0)] e^{-\varepsilon t} \sin \omega t + \tag{1.5}$$
$$+ [y_1(0) - q(0)] e^{-\varepsilon t} \cos \omega t + q(0), \qquad \omega = \sqrt{k^2 - \varepsilon^2}$$
$$y_2(t) = y_2(0) e^{-\varepsilon t} \cos \omega t + \left[\frac{k^2}{\omega} q(0) - \frac{k^2}{\omega} y_1(0) - \frac{\varepsilon}{\omega} y_2(0)\right] e^{-\varepsilon t} \sin \omega t \qquad (0 \leqslant t \leqslant \tau_1)$$

В конце рабочего интервала функции y_1 и y_2 примут следующие значения:

$$y_1(\tau_1) = \left(\frac{\varepsilon\nu_1}{\omega} + \nu_2\right) y_1(0) + \frac{\nu_1}{\omega} y_2(0) + \left(1 - \frac{\nu_1 \varepsilon}{\omega} - \nu_2\right) q(0)$$
$$y_2(\tau_1) = -\frac{\nu_1 k^2}{\omega} y_1(0) + \left(\nu_2 - \frac{\varepsilon\nu_1}{\omega}\right) y_2(0) + \frac{\nu_1 k^2}{\omega} q(0) \qquad (1.6)$$

где

$$\nu_1 = e^{-\varepsilon\tau_1} \sin \omega\tau_1, \qquad \nu_2 = e^{-\varepsilon\tau_1} \cos \omega\tau_1 \qquad (1.7)$$

В течение паузы $\tau_1 \leqslant t \leqslant \tau$ дифференциальные уравнения движения согласно (1.1) будут иметь вид:

$$\dot{y}_1 - y_2 = 0, \qquad \dot{y}_2 + 2\varepsilon y_2 = 0 \qquad (1.8)$$

Закон движения системы в течение паузы будет следующим:

$$y_1(t) = y_1(\tau_1) + \frac{1}{2\varepsilon} y_2(\tau_1)\left[1 - e^{-2\varepsilon(t-\tau_1)}\right], \quad y_2(t) = y_2(\tau_1) e^{-2\varepsilon(t-\tau_1)} \quad (\tau_1 \leqslant t \leqslant \tau) \qquad (1.9)$$

В конце паузы в момент времени $t = \tau$ функции y_1 и y_2 будут иметь следующие значения:

$$y_1(\tau) = y_1(\tau_1) + \frac{1-\nu_3}{2\varepsilon} y_2(\tau_1), \qquad y_2(\tau) = \nu_3 y_2(\tau_1), \qquad \nu_3 = e^{-2\varepsilon\tau_2} \qquad (1.10)$$

Подставляя в выражения (1.10) значения $y_1(\tau_1)$ и $y_2(\tau_1)$ из (1.6), получим

$$y_1(\tau) = -a_{11} y_1(0) - a_{12} y_2(0) + (1 + a_{11}) q(0)$$
$$y_2(\tau) = -a_{21} y_1(0) - a_{22} y_2(0) + a_{21} q(0) \qquad (1.11)$$

где

$$a_{11} = -\left(\frac{\varepsilon\nu_1}{\omega} + \nu_2 - \frac{\nu_1 k^2}{\omega} \frac{1-\nu_3}{2\varepsilon}\right), \qquad a_{21} = \frac{\nu_1 \nu_3 k^2}{\omega}$$
$$a_{12} = -\left[\frac{\nu_1}{\omega} + \frac{1-\nu_3}{2\varepsilon}\left(\nu_2 - \frac{\varepsilon\nu_1}{\omega}\right)\right], \qquad a_{22} = -\nu_3\left(\nu_2 - \frac{\varepsilon\nu_1}{\omega}\right) \qquad (1.12)$$

Соотношения (1.11) связывают значения функций y_1 и y_2 в конце и начале первого периода чередования. Очевидно, что аналогичные соотношения будут иметь место для любого (n-го) периода чередования:

$$y_1((n+1)\tau) + a_{11} y_1(n\tau) + a_{12} y_2(n\tau) = (1 + a_{11}) q(n\tau)$$
$$y_2((n+1)\tau) + a_{21} y_1(n\tau) + a_{22} y_2(n\tau) = a_{21} q(n\tau) \qquad (1.13)$$

Уравнения (1.13) и представляют собой разностные уравнения, описывающие движение рассматриваемой импульсной следящей системы.

Вводя матрицы

$$f(T) = \left\| \begin{matrix} T + a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & T + a_{22} \end{matrix} \right\|, \qquad y = \left\| \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \end{matrix} \right\|, \qquad b = \left\| \begin{matrix} 1 + a_{11} \\ a_{21} \end{matrix} \right\| \qquad (1.14)$$

где T — оператор упреждения, определяемый соотношением

$$T^s y_k = y_k(t + s\tau)$$

получим матричное разностное уравнение, эквивалентное системе скалярных разностных уравнений (1.13):

$$f(T) y(t) = bq(t) \qquad (1.15)$$

Решение матричного разностного уравнения (1.15) при условии, что элементы y_1 и y_2 матрицы y на интервале времени $0 \leqslant t \leqslant \tau$ совпадают с $y_1^*(t)$ и $y_2^*(t)$, определяемыми выражениями (1.5) и (1.9):

$$y(t)=y^*(t) \qquad (0\leqslant t\leqslant \tau) \tag{1.16}$$

можно построить при помощи методов операционного исчисления. Полагая

$$\xi(p)\doteqdot q(t), \qquad \eta(p)\doteqdot y(t) \tag{1.17}$$

и учитывая, что

$$Ty_i \doteqdot e^{p\tau}[\eta_i(p)-\alpha_i(p)], \quad \alpha_i(p)=p\int_0^\tau y_i^*(t)\,e^{-pt}\,dt \qquad (i=1,2) \tag{1.18}$$

получим для матричного уравнения (1.16) следующее уравнение в изображениях:

$$f(\gamma)\,\eta(p)-\gamma\alpha(p)=b\xi(p) \tag{1.19}$$

где

$$\gamma=e^{p\tau}, \qquad \eta(p)=\begin{Vmatrix}\eta_1(p)\\ \eta_2(p)\end{Vmatrix}, \qquad \alpha(p)=\begin{Vmatrix}\alpha_1(p)\\ \alpha_2(p)\end{Vmatrix} \tag{1.20}$$

Из уравнения (1.19) найдем

$$\eta(p)=\gamma\frac{F(\gamma)\,\alpha(p)}{\Delta(\gamma)}+\frac{F(\gamma)\,b}{\Delta(\gamma)}\,\xi(p) \tag{1.21}$$

где $F(\gamma)$ — присоединенная матрица для матрицы $f(\gamma)$:

$$F(\gamma)=\begin{Vmatrix}\gamma+a_{22} & -a_{12}\\ -a_{21} & \gamma+a_{11}\end{Vmatrix}$$

а $\Delta(\gamma)$ — определитель матрицы $f(\gamma)$:

$$\Delta(\gamma)=\gamma^2+(a_{11}+a_{22})\gamma+a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=(\gamma-\gamma_1)(\gamma-\gamma_2) \tag{1.22}$$

Обозначим через $M(t)$ и $L(t)$ оригиналы для следующих изображений:

$$\gamma\frac{F(\gamma)\,\alpha(p)}{\Delta(\gamma)}\doteqdot M(t), \qquad (\gamma-1)\frac{F(\gamma)\,b}{\Delta(\gamma)}\doteqdot L(t) \tag{1.23}$$

Так как

$$\gamma\frac{F(\gamma)\,\alpha(p)}{\Delta(\gamma)}=\frac{F(\gamma_1)}{\gamma_1-\gamma_2}\,\frac{\gamma\alpha(p)}{\gamma-\gamma_1}+\frac{F(\gamma_2)}{\gamma_2-\gamma_1}\,\frac{\gamma\alpha(p)}{\gamma-\gamma_2} \tag{1.24}$$

$$\frac{\gamma\alpha(p)}{\gamma-\gamma_i}\doteqdot y^*(t-\vartheta\tau)\,\gamma_i^{\vartheta} \tag{1.25}$$

где $y^*(t-\vartheta\tau)$ — периодическая функция, период которой равен τ, то

$$M(t)=\left[\frac{F(\gamma_1)}{\gamma_1-\gamma_2}\gamma_1^{\vartheta}+\frac{F(\gamma_2)}{\gamma_2-\gamma_1}\gamma_2\right]y^*(t-\vartheta\tau) \tag{1.26}$$

Аналогично

$$(\gamma-1)\frac{F(\gamma)\,b}{\Delta(\gamma)}=\frac{F(\gamma_1)\,b}{\gamma_1-\gamma_2}\,\frac{\gamma-1}{\gamma-\gamma_1}+\frac{F(\gamma_2)\,b}{\gamma_2-\gamma_1}\,\frac{\gamma-1}{\gamma-\gamma_2} \tag{1.27}$$

$$L(t)=\frac{F(\gamma_1)\,b}{\gamma_1-\gamma_2}\gamma_1^{\vartheta}+\frac{F(\gamma_2)\,b}{\gamma_2-\gamma_1}\gamma_2^{\vartheta} \tag{1.28}$$

Как видно из (1.28), $L(t)$ — ступенчатая функция. Так как по сделанному выше предположению функция $q(t)$ также является ступенчатой функцией, то на основании теоремы об умножении изображений ступенчатых функций получим

$$\frac{F(\gamma)\,b}{\Delta(\gamma)}\,\xi(p)\doteqdot\sum_{j=1}^{\vartheta}L(\vartheta\tau-j\tau)\,q(j\tau-\tau) \tag{1.29}$$

Таким образом, решение матричного разностного уравнения (1.15), удовлетворяющее условию (1.16), имеет следующий вид:

$$y(t)=\left[\frac{F(\gamma_1)}{\gamma_1-\gamma_2}\gamma_1^{\vartheta}+\frac{F(\gamma_2)}{\gamma_2-\gamma_1}\gamma_2^{\vartheta}\right]y^*(t-\vartheta\tau)+\sum_{j=1}^{\vartheta}L(\vartheta\tau-j\tau)\,q(j\tau-\tau) \quad (1.30)$$

Элементы матрицы $y(t)$ будут

$$y_i(t)=\left[\frac{F_{i1}(\gamma_1)}{\gamma_1-\gamma_2}y_1^*(t-\vartheta\tau)+\frac{F_{i2}(\gamma_1)}{\gamma_1-\gamma_2}y_2^*(t-\vartheta\tau)\right]\gamma_1^{\vartheta}+\left[\frac{F_{i1}(\gamma_2)}{\gamma_2-\gamma_1}y_1^*(t-\vartheta\tau)+\right.$$

$$\left.+\frac{F_{i2}(\gamma_2)}{\gamma_2-\gamma_1}y_2^*(t-\vartheta\tau)\right]\gamma_2^{\vartheta}+\sum_{j=1}^{\vartheta}L_i(\vartheta\tau-j\tau)\,q(j\tau-\tau) \qquad (i=1,2) \quad (1.31)$$

Для того чтобы к моменту времени $t=T_1=\vartheta_1\tau$ следящая система была согласована, т. е. имели бы место соотношения (1.3)

$$y_1(T_1)=0, \qquad y_2(T_1)=0$$

должны выполняться следующие условия, которые можно получить при помощи (1.31):

$$\sum_{j=1}^{\vartheta_1}L_i(\vartheta_i\tau-j\tau)\,q(j\tau-\tau)=R_i(T_1) \qquad (i=1,2) \quad (1.32)$$

где

$$R_i(T_1)=-\left[\frac{F_{i1}(\gamma_1)}{\gamma_1-\gamma_2}y_1^*(0)+\frac{F_{i2}(\gamma_1)}{\gamma_1-\gamma_2}y_2^*(0)\right]\gamma_1^{\vartheta_1}-$$

$$-\left[\frac{F_{i1}(\gamma_2)}{\gamma_2-\gamma_1}y_1^*(0)+\frac{F_{i2}(\gamma_2)}{\gamma_2-\gamma_1}y_2^*(0)\right]\gamma_2^{\vartheta_1} \qquad (i=1,2) \quad (1.33)$$

Интервал времени $(0,\ T_1)$ разобьем на два интервала $(0,\ j_1\tau)$ и $(j_1\tau,\ T_1)$, и примем функцию $q(t)$ ступенчатой, сохраняющей неизменными свои значения на этих интервалах времени. Эти значения обозначим через $q(0)$ и $q(t_1)$ соответственно. Соотношения (1.32) примут вид:

$$c_i^{(0)}q(0)+c_i^{(1)}q(t_1)=R_i(T_1) \qquad (i=1,\ 2) \quad (1.34)$$

где

$$c_i^{(0)}=\sum_{j=1}^{j_1}L_i(\vartheta_1\tau-j\tau), \qquad c_i^{(1)}=\sum_{j=j_1+1}^{\vartheta_1}L_i(\vartheta_1\tau-j\tau) \qquad (i=1,\ 2) \quad (1.35)$$

Из уравнений (1.35) получим

$$q(0)=\frac{\Delta_1}{\Delta}, \qquad q(t_1)=\frac{\Delta_2}{\Delta} \quad (1.36)$$

где

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} R_1(T_1) & c_1^{(1)} \\ R_2(T_1) & c_2^{(1)} \end{vmatrix}, \qquad \Delta_2=\begin{vmatrix} c_1^{(0)} & R_1(T_1) \\ c_2^{(0)} & R_2(T_1) \end{vmatrix}, \qquad \Delta=\begin{vmatrix} c_1^{(0)} & c_1^{(1)} \\ c_2^{(0)} & c_2^{(1)} \end{vmatrix} \quad (1.37)$$

Выражения (1.36) определяют закон, по которому надо изменять $q(t)$ для того, чтобы к моменту $t=T_1$ следящая система была согласована.

2. Предположим теперь, что коэффициент усиления следящей системы изменяется с течением времени. При этом входящий в уравнения (1.1) коэффициент k^2 будет некоторой функцией времени

$$k^2=\varkappa(t) \quad (2.1)$$

Будем предполагать, что $\varkappa(t)$ является ступенчатой функцией с шириной ступеней, равной периоду чередования следящей системы.

Тогда, в течение каждого отдельного периода чередования, дифференциальные уравнения (1.4) и (1.8) будут иметь постоянные коэффициенты, но параметры ω, ν_1, ν_2, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, определяемые выражениями (1.7) и (1.12), будут некоторыми функциями времени, которые определяются при задании $\varkappa(t)$.

Система разностных уравнений (1.13) в данном случае может быть представлена следующим матричным разностным уравнением:

$$Ty + a(t)y = Q(t) \tag{2.2}$$

где

$$y = \begin{Vmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Vmatrix}, \qquad a(t) = \begin{Vmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) \end{Vmatrix}, \qquad Q(t) = \begin{Vmatrix} [1 + a_{11}(t)]\, q(t) \\ a_{21}(t)\, q(t) \end{Vmatrix} \tag{2.3}$$

Решение уравнения (2.2) имеет следующий вид:

$$y(t) = \theta(t)\,\theta^{-1}(t - \vartheta\tau)\, y^*(t - \vartheta\tau) + \sum_{j=1}^{\vartheta} \theta(t)\,\theta^{-1}(t - \vartheta\tau + j\tau)\, Q(t - \vartheta\tau + j\tau - \tau) \tag{2.4}$$

где $\theta(t)$ — квадратная матрица, столбцы которой являются линейно независимыми решениями однородного матричного уравнения

$$Ty + a(t)y = 0 \tag{2.5}$$

Матрица $\theta^{-1}(t)$ является обратной для матрицы $\theta(t)$.

В выражении (2.4) второе слагаемое обращается в нуль на интервале $0 \leqslant t \leqslant \tau$, и поэтому согласно (2.4)

$$y(t) = y^*(t) \qquad (0 \leqslant t \leqslant \tau) \tag{2.6}$$

где $y^*(t)$ — матрица, элементы которой на интервале времени $0 \leqslant t \leqslant \tau$ определяются выражениями (1.5) и (1.9).

Обозначая через $N(t, j\tau)$ матричную функцию веса

$$N(t, j\tau) = \theta(t)\,\theta^{-1}(t - \vartheta\tau + j\tau) \tag{2.7}$$

можно представить решение (2.4) в виде

$$y(t) = N(t, 0)\, y^*(t - \vartheta\tau) + \sum_{j=1}^{\vartheta} N(t, j\tau)\, Q(t - \vartheta\tau + j\tau - \tau) \tag{2.8}$$

Элементы матрицы $y(t)$ согласно (2.8) будут иметь вид:

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^{2} N_{ik}(t, 0)\, y_k^*(t - \vartheta\tau) + \sum_{k=1}^{2}\sum_{j=1}^{\vartheta} N_{ik}(t, j\tau)\, Q_k(t - \vartheta\tau + j\tau - \tau) \quad (i = 1, 2) \tag{2.9}$$

Подставляя значения Q_k согласно (2.3), можно привести выражения (2.9) к следующему виду:

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^{2} N_{ik}(t, 0)\, y_k^*(t - \vartheta\tau) + \sum_{j=1}^{\vartheta} W_i(t, j\tau)\, q(t - \vartheta\tau + j\tau - \tau) \quad (i = 1, 2) \tag{2.10}$$

где

$$W_i(t,\ j\tau) = N_{i1}(t,\ j\tau)\,[1 + a_{11}(t - \vartheta\tau + j\tau - \tau)] + N_{i2}(t,\ j\tau)\,a_{21}(t - \vartheta\tau + j\tau - \tau) \qquad (i = 1,\ 2) \qquad (2.11)$$

Для момента времени $t = T_1 = \vartheta_1\tau$ выражения (2.10) примут вид:

$$y_i(T_1) = \sum_{k=1}^{2} N_{ik}(T_1,\ 0)\,y_k^*(0) + \sum_{j=1}^{\vartheta_1} W_i(T_1,\ j\tau)\,q(j\tau - \tau) \qquad (i = 1,\ 2) \qquad (2.12)$$

где согласно (2.11) (2.13)

$$W_i(T_1,\ j\tau) = N_{i1}(T_1,\ j\tau)\,[1 + a_{11}(j\tau - \tau)] + N_{i2}(T_1,\ j\tau)\,a_{21}(j\tau - \tau) \quad (i = 1,\ 2)$$

Для того чтобы к моменту времени $t = T_1$ следящая система была согласована, т. е. имели место соотношения (1.3)

$$y_1(T_1) = 0, \qquad y_2(T_1) = 0$$

должны выполняться следующие условия:

$$\sum_{j=1}^{\vartheta_1} W_i(T_1,\ j\tau)\,q(j\tau - \tau) = R_i^*(T_1), \qquad (i = 1,\ 2) \qquad (2.14)$$

где

$$R_i^*(T_1) = -\sum_{k=1}^{2} N_{ik}(T_1,\ 0)\,y_k^*(0) \qquad (2.15)$$

Разбивая, как и выше, интервал времени $(0,\ T_1)$ на два интервала $(0,\ j_1\tau)$ и $(j_1\tau,\ T_1)$ и полагая $q(t)$ ступенчатой функцией, значения которой на этих интервалах суть $q(0)$ и $q(t_1)$ соответственно, приведем уравнения (2.14) к виду

$$s_i^{(0)}\,q(0) + s_i^{(1)}\,q(t_1) = R_i^*(T_1) \qquad (i = 1,\ 2) \qquad (2.16)$$

где

$$s_i^{(0)} = \sum_{j=1}^{j_1} W_i(T_1,\ j\tau), \qquad s_i^{(1)} = \sum_{j=j_1+1}^{\vartheta_1} W_i(T_1,\ j\tau) \qquad (i = 1,\ 2) \qquad (2.17)$$

Значения $q(0)$ и $q(t_1)$, таким образом, будут

$$q(0) = \frac{\Delta_1^*}{\Delta^*}, \qquad q(t_1) = \frac{\Delta_2^*}{\Delta^*} \qquad (2.18)$$

где

$$\Delta_1^* = \begin{vmatrix} R_1^*(T_1) & s_1^{(1)} \\ R_2^*(T_1) & s_2^{(1)} \end{vmatrix}, \qquad \Delta_2^* = \begin{vmatrix} s_1^{(0)} & R_1^*(T_1) \\ s_2^{(0)} & R_2^*(T_1) \end{vmatrix}, \qquad \Delta^* = \begin{vmatrix} s_1^{(0)} & s_1^{(1)} \\ s_2^{(0)} & s_2^{(1)} \end{vmatrix} \qquad (2.19)$$

При вычислении величин (2.18) предполагаются известными на интервале $0 \leqslant t \leqslant T_1 = \vartheta_1\tau$ входящие в выражения (2.13) функции $N_{ik}(T_1,\ j\tau)$ $(i,\ k = 1,\ 2)$, представляющие собой элементы матричной функции веса $N(t,\ j\tau)$ для фиксированного значения $t = T_1$. Равным образом предполагаются известными входящие в выражения (2.15) величины $N_{ik}(T_1,\ 0)$ $(i,\ k = 1,\ 2)$, представляющие собой значения элементов матричной функции веса $N(t,\ j\tau)$ при $t = T_1,\ j = 0$.

Как следует из результатов, полученных в работе [2]:

$$N_{1k}(T_1,\ j\tau) = Y_k(j\tau) \qquad (k = 1,\ 2) \qquad (2.20)$$

где Y_k — решения построенной для системы разностных уравнений (2.2) сопряженной системы разностных уравнений

$$\begin{aligned} Y_1(t) + a_{11}(t) Y_1(t+\tau) + a_{21}(t) Y_2(t+\tau) &= 0 \\ Y_2(t) + a_{12}(t) Y_1(t+\tau) + a_{22}(t) Y_2(t+\tau) &= 0 \end{aligned} \tag{2.21}$$

удовлетворяющие на интервале $\vartheta_1\tau \leqslant t \leqslant (\vartheta_1 + 1)\tau$ условиям

$$Y_1(t) = 1, \qquad Y_2(t) = 0 \tag{2.22}$$

Аналогично

$$N_{2k}(T_1, j\tau) = Y_k^*(j\tau) \qquad (k = 1, 2) \tag{2.23}$$

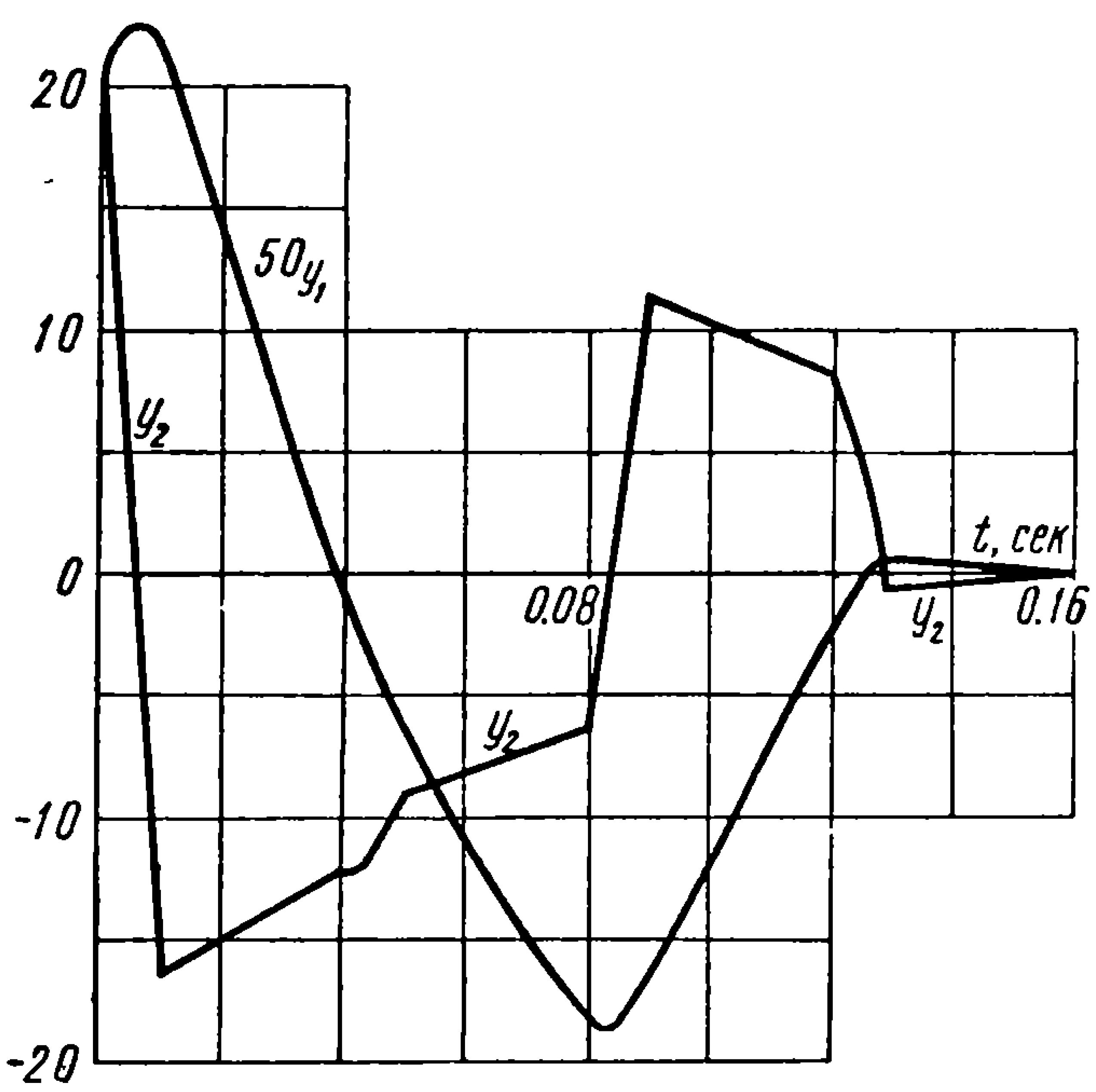
где $Y_k^*(j\tau)$ — решения системы разностных уравнений (2.21), удовлетворяющие на интервале $\vartheta_1\tau \leqslant t \leqslant (\vartheta_1 + 1)\tau$ условиям

$$Y_1(t) = 0, \qquad Y_2(t) = 1 \tag{2.24}$$

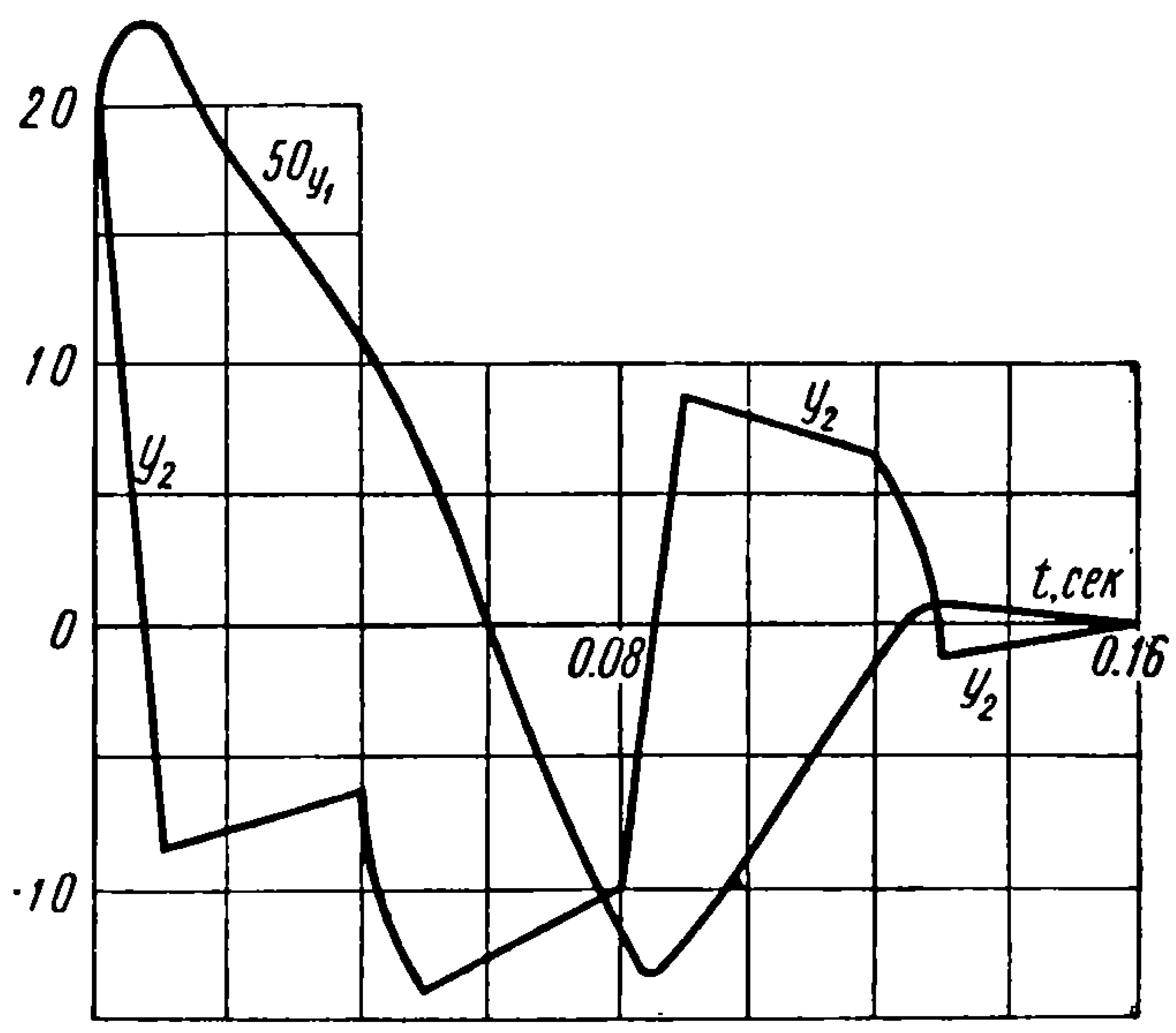
3. В качестве примера рассмотрим импульсную следящую систему со следующими параметрами:

$$\varepsilon = 5.275 \text{ сек.}^{-1}, \qquad k^2 = 7500 \text{ сек.}^{-2}, \qquad \tau_1 = 0.01 \text{ сек.}, \qquad \tau_2 = 0{,}03 \text{ сек.}$$

Промежуток времени, в течение которого следящая система должна быть согласована $T_1 = 4\tau = 0.16$ сек. Начальные отклонения $y_1(0) = 0.4$, $y_2(0) = 20$ сек.$^{-1}$.



Фиг. 1



Фиг. 2

При $j_1 = 2$ значения $q(0)$ и $q(t_1)$ оказываются следующими:

$$q(0) = -0.0504, \qquad q(t_1) = -0.128$$

Процесс согласования следящей системы представлен графиками функций $y_1(t)$ и $y_2(t)$ на фиг. 1. При тех же данных, но переменном коэффициенте усиления

$$k^2 = \varkappa(t) = 7500 + 1000\vartheta$$

значения $q(0)$ и $q(t_1)$ будут следующими:

$$q(0) = 0.0768, \qquad q(t_1) = -0.0619$$

Процесс согласования следящей системы при переменном коэффициенте усиления представлен графиками функций $y_1(t)$ и $y_2(t)$ на фиг. 2.

Поступила 7 I 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Ройтенберг Я. Н. Некоторые задачи теории динамического программирования. ПММ, 1959, т. XXIII, вып. 4.
2. Ройтенберг Я. Н. О накоплении возмущений в нестационарных линейных импульсных системах. ПММ, 1958, т. XXII, вып. 4.