

## К ИССЛЕДОВАНИЮ ВОЗВРАТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОБЛАСТИ ОТРЫВА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Ю. А. Демьянов, В. Н. Шманенков

(Москва)

Используется схема свободной турбулентности для решения задачи о течениях в области отрыва турбулентного пограничного слоя.

Удастся учесть наличие возвратных течений в заторможенных зонах. Рассмотрены случаи обтекания сверхзвуковым потоком ступеньки (плоская задача) и тупоносого тела с укрепленной впереди иглой (осесимметричная задача).

При взаимодействии скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем возможен его отрыв, который наблюдается, например, на иглах, укрепленных впереди тупоносых тел [1] или при обтекании ступеньки [2]. Из экспериментов, приведенных в работе [2], следует, что отношение максимального статического давления в застойной зоне перед ступенькой к давлению в невозмущенном потоке не меняется с ростом высоты ступеньки, если она больше двух толщин пограничного слоя. Одновременно с ростом высоты ступеньки точка отрыва перемещается вверх по потоку так, что отношение высоты ступеньки к расстоянию от основания ступеньки до точки отрыва остается приблизительно постоянным при данном числе Маха набегающего потока. Распределение полного давления в различных сечениях зоны отрыва указывает на наличие обратных течений вблизи стенки в заторможенной зоне [2], при этом градиенты давления оказываются пренебрежимо малыми. Эти факты и факт интенсивного турбулентного перемешивания, наблюдаемого в заторможенной зоне, наводят на мысль исследовать ее в рамках теории свободной турбулентности. Заторможенная зона при таком рассмотрении является зоной турбулентного перемешивания полубесконечной свободной струи.

Пусть  $h$  — высота ступеньки, обтекаемой сверхзвуковым потоком,  $\delta$  — толщина пограничного слоя. Будем предполагать, что  $h/\delta \gg 1$ . В этом случае отрыв турбулентного пограничного слоя начинается в непосредственной близости от точки пересечения присоединенного скачка уплотнения с пограничным слоем. Прямоугольную систему координат  $x, y$  выбираем так, чтобы начало координат совпадало с точкой отрыва пограничного слоя и ось  $x$  была параллельна вектору скорости  $U_0$  за присоединенным скачком уплотнения; на фиг. 1 обозначено:  $a$  — присоединенный скачок уплотнения,  $\partial$  — область возвратных течений,  $z$  — граница заторможенной зоны.

Ограничимся рассмотрением несжимаемой жидкости; исследование случая сжимаемой жидкости будет проведено в дальнейшем. Уравнения движения, неразрывности и энергии для осредненных величин в случае плоского свободного потока имеют вид:

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial \tau}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$
$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T^*}{\partial x} + v \frac{\partial T^*}{\partial y} \right) = \frac{\partial q^*}{\partial y} \quad \left( T^* = T + \frac{u^2}{2I c_p} \right)$$

Здесь  $\rho$  — плотность,  $T^*$  — температура торможения,  $\tau$  — турбулентное трение,  $q^*$  — функция, характеризующая турбулентный поток тепла,  $c_p$  — массовая удельная теплоемкость,  $u, v$  — компоненты скорости вдоль осей.

Зависимости между  $\tau$  и  $q^*$  и осредненным течением выбираются согласно гипотезе Тейлора о переносе завихренности

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = 2\rho l^2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad q^* = 2\rho c_p l^2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial T^*}{\partial y} \quad (l = c\lambda)$$

Здесь  $l$  — путь смещения в теории Прандтля. Постоянная  $c$  характеризует структуру турбулентного потока и определяется экспериментально. Как и в задаче Тольмина, поля скоростей, а также поля температур считаем подобными, зависящими лишь от координаты

$$\varphi = y / ax \quad (a = \sqrt[3]{2c^2})$$

Зона турбулентного перемешивания будет ограничена прямолинейными лучами:  $\varphi = \varphi_1$  — внутренняя граница по отношению к струе и

$\varphi = \varphi_2$  — внешняя граница, направление которых определится с решением краевой задачи. Условия на внешней границе должны учитывать наличие возвратных течений, а сама граница должна находиться на некотором расстоянии от стенки. Примем, что условия на луче  $\varphi_2$  являются условиями на внешней границе турбулентного пограничного слоя, обусловленного возвратным течением.

Последнее предположение равносильно допущению, что луч  $\varphi = \varphi_2$  совмещен со стенкой и является линией тока.

Граничные условия при этом принимают вид:

$$\begin{aligned} u = U_0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 & \quad \text{при } \varphi = \varphi_1 \\ \frac{u}{v} = \frac{x}{y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 & \quad \text{при } \varphi = \varphi_2 \end{aligned}$$

Из условия ограниченности напряжения трения в точке отрыва следует, что напряжение трения вдоль луча  $\varphi = \varphi_2$  должно быть равно нулю. Из общего решения уравнения Тольмина

$$F''' + F = 0 \quad \left( F' = \frac{dF}{d\varphi}, \quad F(\varphi) = \int \frac{u}{U_0} d\varphi \right)$$

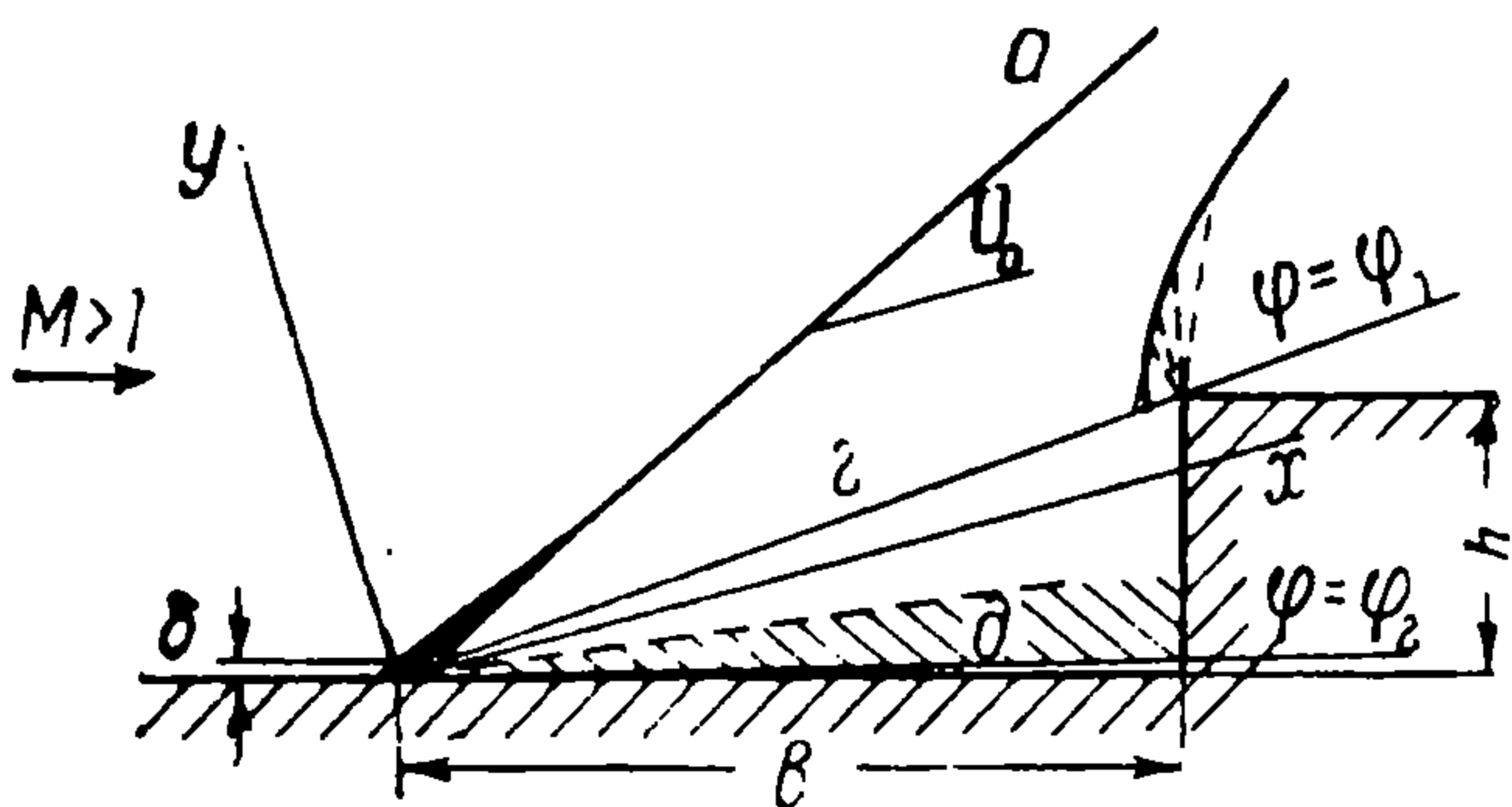
удовлетворяя поставленным граничным условиям, находим

$$\varphi_1 = 1.003, \quad \varphi_2 = -3.23, \quad u(\varphi_2) = -0.207 U_0, \quad v(\varphi_2) = 0.67 a U_0$$

Экспериментальные значения постоянной  $a$  по различным источникам таковы:

$$a = 0.058 \text{ (Pabst)}, \quad a = 0.0845 \text{ (Tollmien)}, \quad a = 0.074 \text{ (Reichart)}$$

Принимая в дальнейшем  $a = 0.074$ , получаем величину угла заторможенной зоны, равную  $17^\circ 40'$ .



Фиг. 1

Экспериментальное значение угла заторможенной зоны, как следует из [1], примерно то же.

Зная угол заторможенной зоны и направление потока на внутреннем луче  $\varphi = \varphi_1$ , найдем угол присоединенного скачка уплотнения при данном числе  $M$  набегающего потока. Уравнение энергии, как известно, приводит к линейному распределению избыточных температур торможения:

$$\frac{T^* - T_2^*}{T_0^* - T_2^*} = \frac{\varphi - \varphi_2}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

Здесь  $T_0^*$  — температура торможения в невозмущенной струе,  $T_2^*$  — температура торможения при  $\varphi = \varphi_2$ .

При исследовании заторможенной зоны на игле, укрепленной впереди тупоносого тела, необходимо учесть, что заторможенная зона имеет вид конуса, а набегающая струя коническая.

Рассмотрим случай, когда заторможенная зона начинается у острия иглы, которое выбирается за начало осей координат  $x, y$ .

Положение оси  $x$  относительно оси иглы определяется с решением задачи о свободной границе струи при совмещении луча  $\varphi = \varphi_1$  с образующей конуса заторможенной зоны. Если  $r(x, y)$  — расстояние от оси иглы до исследуемой точки (фиг. 2), то уравнения движения и неразрывности в выбранной системе координат запишутся:

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} (\tau r), \quad \frac{\partial}{\partial x} (ur) + \frac{\partial}{\partial y} (vr) = 0$$

Вводим функцию тока

$$\psi = ax^2 U_x F(\varphi)$$

где  $U_x$  — проекция на ось  $x$  скорости струи на границе заторможенной зоны. Тогда уравнение движения запишется в виде

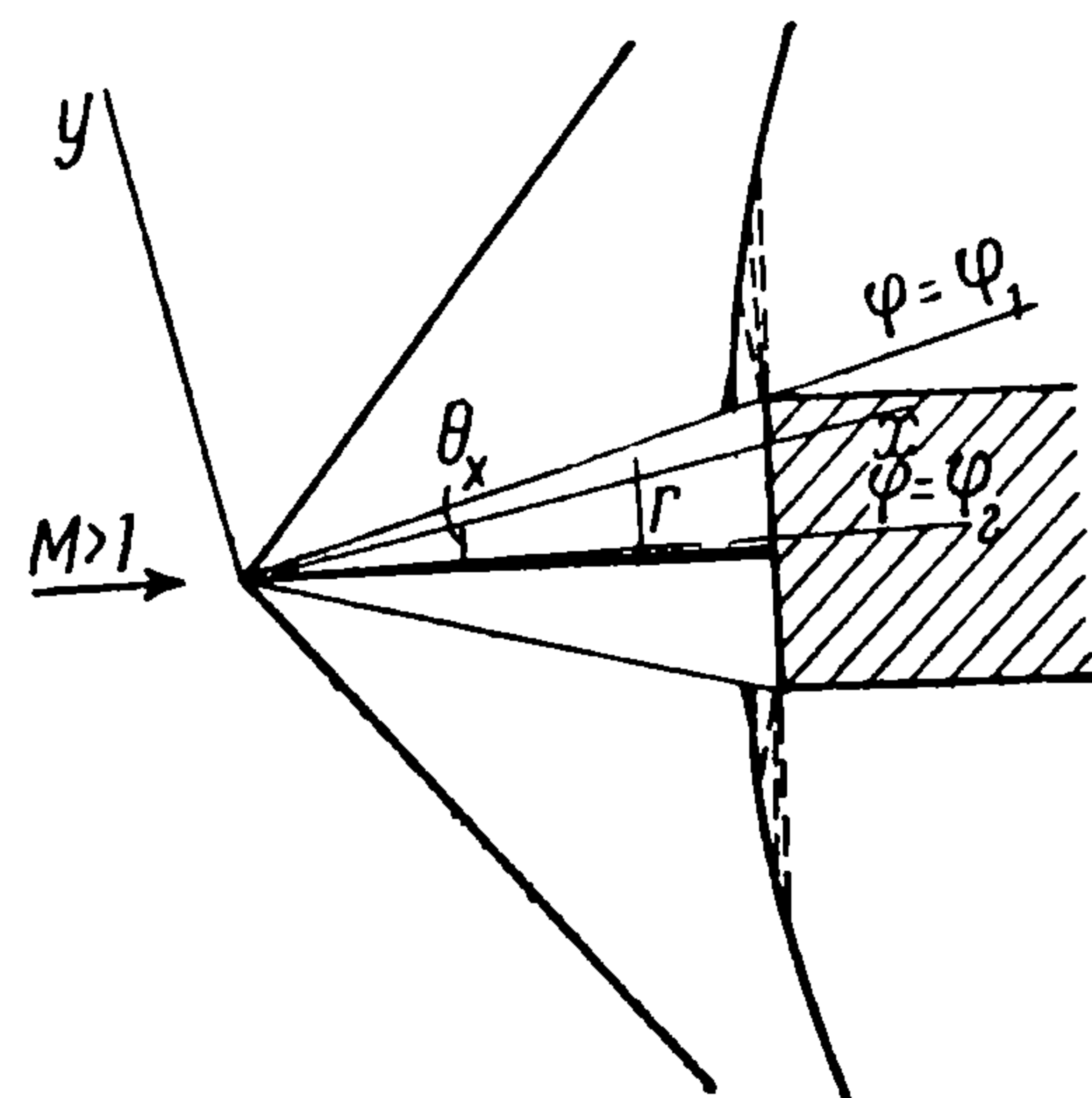
$$-2F \left( \frac{F'}{\eta} \right)' = \left[ \left( \frac{F'}{\eta} \right)^2 \eta \right]' \quad \left( \eta(\varphi) = \frac{r}{x} \right)$$

Решая это уравнение при граничных условиях, учитывающих наличие турбулентного пограничного слоя на игле, находим, что полуугол конуса заторможенной зоны равен  $15.5^\circ$ . Эта величина близка к экспериментальному значению ( $\sim 16^\circ$ ), взятому из работы [1].

Поступила 27 XI 1959

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Mair W. A. Experiments on Separation of Boundary Layers on Probes in Front of Blunt-Nosed Bodies in a Supersonic Air Stream. The Philosophical Magazine, 1952, No. 342.
2. Bogdonoff S. M., Kepler C. E. Separation of a Supersonic Turbulent Boundary Layer. JAS, 1955, No. 6.



Фиг. 2