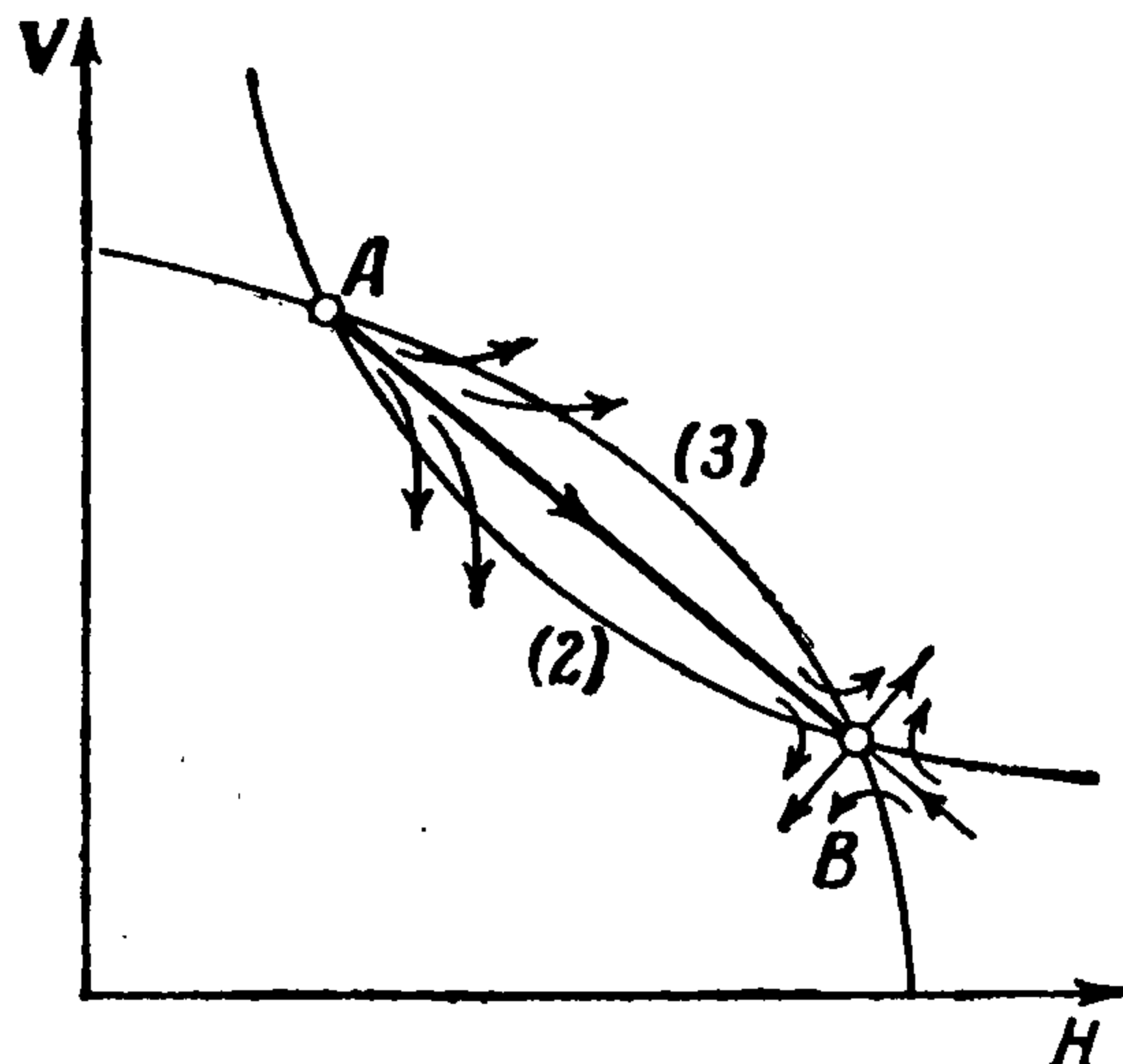


ЗАМЕЧАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО СТРУКТУРЫ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ МАГНИТО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

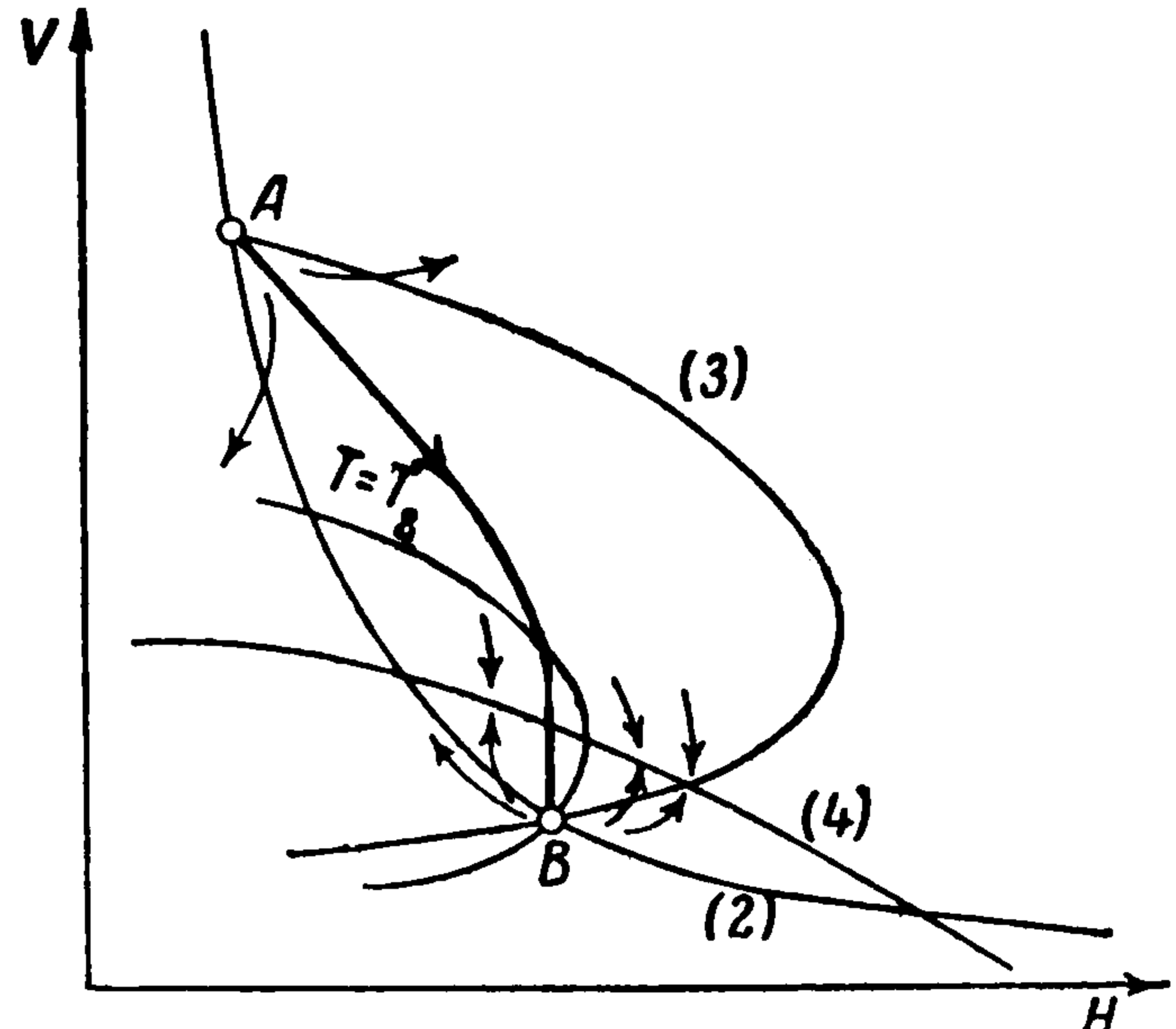
А. Г. Куликовский, Г. А. Любимов

(Москва)

Структура перпендикулярных магнито-гидродинамических ударных волн в вязком теплопроводном газе рассмотрена в работе [1]. Представляет интерес также рассмотрение предельных случаев, когда один или два диссипативных коэффициента настолько малы, что их влиянием можно пренебречь. Структура ударной волны при отсутствии теплопроводности рассматривалась в работе [2], а при отсутствии вяз-



Фиг. 1



Фиг. 2

кости и теплопроводности — в работе [3]. Ниже рассматривается структура перпендикулярной ударной волны при наличии теплопроводности и электропроводности, но при отсутствии вязкости.

Система уравнений, описывающих одномерные стационарные движения теплопроводного и электропроводного газа, может быть записана в виде

$$\begin{aligned} v_m \frac{dH}{dx} &= vH - c_1 \\ k \frac{dT}{dx} &= -\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} jv^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(J - \frac{H^2}{8\pi} \right) v - \left(\varepsilon - \frac{c_1}{4\pi} H \right) = f(vH) \quad (1) \\ RT &= j^{-1} \left[\left(J - \frac{H^2}{8\pi} \right) v - jv^2 \right] \end{aligned}$$

Здесь j — поток массы, J — поток импульса, ε — поток энергии, $c_1 = cE$.

Решение этой системы, описывающее структуру ударной волны, должно описывать поступательный поток при $x = \pm \infty$. Таким образом, потоку при $x = \pm \infty$ должны соответствовать точки плоскости vH , где производные dT/dx и dH/dx обращаются в нуль. Эти точки, являющиеся особыми точками системы (1), лежат на пересечении гиперболы

$$Hv = c_1 \quad (2)$$

и кривой

$$f(vH) = 0 \quad (3)$$

Если исключить v из уравнений (2) и (3), то для определения H получится уравнение третьей степени. При $\gamma < 2$ один из корней этого уравнения отрицателен и, следовательно, лежит в области $v < 0$. При $\gamma > 2$ наибольший корень всегда больше $\sqrt{8\pi J}$ и лежит в области $T < 0$. Таким образом, в интересующей нас области $v > 0$, $T > 0$ лежит не более двух особых точек системы (1). Точку, соответствующую большему значению v , обозначим буквой A и все величины, относящиеся к ней, будем снабжать индексом 1. Другую особую точку обозначим буквой B , а величины, относящиеся к ней, будем обозначать индексом 2. Магнито-гидродинамической ударной волне отвечает переход из точки A в точку B .

Можно показать, что возможны только два вида относительного расположения кривых (2) и (3), представленные на фиг. 1 и 2. Рассматривая значения производной dH/dx вдоль линии $T = \text{const}$ и $f = 0$, можно убедиться в том, что если двигаться в плоскости vH вдоль линии $f = 0$ от точки A к точке B в области $T > 0$, $Hv > c_1$, то температура возрастает. Если же двигаться между этими особыми точками вдоль линии $Hv = c_1$, то температура либо все время возрастает, либо сначала возрастает, а затем убывает. Интегральные кривые могут только выходить из области, ограниченной кривыми (2), (3) и $T = T_2$, так что точка A является узлом, причем интегральные кривые выходят из этой точки при увеличении x .

Если в точке B выполняется неравенство

$$jv > \frac{1}{2} \left(J - \frac{H^2}{8\pi} \right) \quad (4)$$

то эта точка является седлом (расположение кривых (2) и (3) при этом может быть таким, как на фиг. 1 или 2.) В этом случае существует единственная интегральная кривая, идущая из A в B и представляющая структуру ударной волны (фиг. 1). Эта кривая проходит в области, ограниченной кривыми (2), (3) и $H = H_2$.

Если в точке B выполняется неравенство, обратное (4), то точка B является узлом, из которого выходят интегральные кривые при увеличении x (расположение кривых (2) и (3) в этом случае может быть только таким, как на фиг. 2).

Линия

$$jv = \frac{1}{2} \left(J - \frac{H^2}{8\pi} \right) \quad (5)$$

является предельной линией, к которой с обеих сторон подходят интегральные кривые. Так как непрерывный переход через эту линию невозможен, то переход через нее осуществляется скачком, на котором T и H непрерывны, а v убывает. В последнем случае решение, представляющее ударную волну, состоит из отрезка интегральной кривой, идущей из точки A в точку $H = H_2$, $T = T_2$, лежащую вне кривой (5), и из изотермического изомагнитного скачка из этой точки в точку B (фиг. 2).

Рассмотрим теперь случай, когда электропроводность газа очень велика, так что

$$x = k / c_p \rho \gg v_m \quad (6)$$

В этом случае интегральная кривая, представляющая ударную волну, идет от точки A вдоль гиперболы (2) до точки $T = T_2$. Если эта точка не является точкой B , то дальше движение происходит вдоль линии $T = T_2$ до точки $H = H_2$. Если и эта точка не является точкой B , то происходит изотермический изомагнитный скачок

Ширина участка течения, представленного отрезком интегральной кривой от точки A до точки $T = T_2$, определяется теплопроводностью. Ширина остальной части течения определяется магнитной вязкостью и вследствие неравенства (6) значительно уже предыдущей части. Участок течения, представляемый отрезком интегральной кривой от точки пересечения кривых (2) и $T = T_2$ до точки B , при усилении неравенства (6) стремится к изотермическому (но уже неизомагнитному) скачку.

Поступила 18 VIII 1959

ЛИТЕРАТУРА

1. Marshall W. The structure of magnetohydrodynamic Shock waves. Proc. Roy. Soc., 233a, 1935; Есть рус. перевод, Пробл. соврем. физ., № 7, 1957.
2. C. S. S. Ludford. The Structure of a Hydromagnetic Shock in Steady Plane Motion, Journ. of fluid mech. v. 5, p. 1. 1959
3. Burgers I. M. A symposium magnetohydrodynamics Stanford, California, 1958; Есть рус. перевод. Магнит. гидродин. Атомиздат, 1958.