

ПРОДОЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ МАССЫ МЕЖДУ НЕКРУГОВЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

В. В. Соколовский

(Москва)

Настоящая работа посвящена продольному перемещению пластической массы между шероховатыми цилиндрами некруговой формы. Разработан прием, позволяющий сводить решение различных задач при нелинейном законе деформации определенного вида к решению тех же задач при линейном законе. Рассмотрено продольное перемещение между цилиндрами, когда контуры поперечных сечений суть конфокальные эллипсы.

§ 1. Основные зависимости. Исследуем продольное перемещение пластической массы между шероховатыми цилиндрами, считая, что внутренний цилиндр перемещается на w в направлении отрицательной оси z , а внешний цилиндр остается неподвижным.

Очевидно, что компоненты перемещения $u = v = 0$, а компоненты напряжения и деформации будут

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_0, \quad \tau_{xy} = 0, \quad \varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \gamma_{xy} = 0.$$

Остальные компоненты напряжения $\tau_{zx} = \tau_x$, $\tau_{yz} = \tau_y$ и деформации $\gamma_{zx} = \gamma_x$, $\gamma_{yz} = \gamma_y$, а также компонента перемещения w не зависят от z и являются функциями от x , y .

Дифференциальные уравнения равновесия здесь особенно просты, они сводятся к одному уравнению

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_y}{\partial y} = 0 \quad (1.1)$$

Компоненты деформации γ_x и γ_y выражаются через компоненту перемещения w следующим образом

$$2\gamma_x = \frac{\partial w}{\partial x}, \quad 2\gamma_y = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.2)$$

Основные зависимости между компонентами напряжения и деформации имеют обычную форму

$$\gamma_x = \frac{\gamma}{\tau} \tau_x, \quad \gamma_y = \frac{\gamma}{\tau} \tau_y \quad (1.3)$$

тогда как

$$\tau^2 = \tau_x^2 + \tau_y^2, \quad \gamma^2 = \gamma_x^2 + \gamma_y^2$$

Условие пластичности определено в виде некоторых зависимостей между τ и γ , а именно

$$\tau = \tau(\gamma), \quad \text{или} \quad \gamma = \gamma(\tau) \quad (1.4)$$

Компоненты напряжения τ_x и τ_y на основании (1.1) могут быть выражены через функцию ψ следующим образом

$$\tau_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \tau_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.5)$$

а компоненты деформации γ_x и γ_y вследствие (1.2) — представлены через функцию φ так

$$2k\gamma_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad 2k\gamma_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \varphi = k(w + W) \quad (1.6)$$

где k — механическая постоянная, которая будет введена ниже.

Основные зависимости (1.3) вместе с (1.5) и (1.6) дают такую систему уравнений

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 2k \frac{\gamma}{\tau} \tau_x, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 2k \frac{\gamma}{\tau} \tau_y, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\tau_y, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \tau_x \quad (1.7)$$

Остановимся теперь на условиях вдоль контуров ограничивающих цилиндров. Будем считать, что вдоль этих контуров имеет место прилипание. Тогда на контуре внутреннего подвижного цилиндра очевидно, что

$$w = -W, \quad \text{или} \quad \varphi = 0$$

а на контуре внешнего неподвижного цилиндра будут

$$w = 0, \quad \text{или} \quad \varphi = kW$$

Подсчитаем теперь силу трения Q , которая действует на внутренний цилиндр со стороны пластической массы.

Так как вдоль контура поперечного сечения внутреннего подвижного цилиндра компонента τ_n имеет вид

$$\tau_n = \tau_x \cos(n, x) + \tau_y \cos(n, y) = \tau_x \frac{dy}{ds} - \tau_y \frac{dx}{ds} = \frac{d\psi}{ds}$$

то сила трения, приходящаяся на единицу длины цилиндра, равна

$$Q = \oint \tau_n ds = \oint d\psi \quad (1.8)$$

Система уравнений (1.7) становится наиболее простой, когда τ и γ связаны линейными зависимостями

$$\tau = 2k\gamma, \quad \text{или} \quad \gamma = \frac{\tau}{2k} \quad (1.9)$$

определяющими обычное упругое состояние и содержащими одну механическую постоянную k .

Система уравнений (1.7), как будет показано ниже, также может быть приведена к весьма удобной форме, когда τ и γ связаны нелинейными зависимостями

$$\tau = \frac{2k\gamma}{\sqrt{1 + (2m\gamma)^2}}, \quad \text{или} \quad \gamma = \frac{\tau/2k}{\sqrt{1 - (m\tau/k)^2}} \quad (1.10)$$

описывающими пластическое состояние с упрочнением и содержащими две механические постоянные k и m .

Обратим внимание, что если под w подразумевать продольную скорость, а под γ_x и γ_y — компоненты скорости деформации, то приведенные уравнения описывают продольное течение пластической массы между шероховатыми цилиндрами.

Естественно, что при этом механические постоянные k и m , а также W имеют новые размерности.

§ 2. Преобразование уравнений. Займемся теперь основной системой уравнений

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\tau_x}{\sqrt{1 - (m\tau/k)^2}}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\tau_y}{\sqrt{1 - (m\tau/k)^2}}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\tau_y, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \tau_x \quad (2.1)$$

соответствующей приведенной выше системе (1.7).

Выразим τ_x и τ_y через модуль τ вектора касательного напряжения и угол θ наклона этого вектора к оси x , так что

$$\tau_x = \tau \cos \theta, \quad \tau_y = \tau \sin \theta \quad (2.2)$$

Преобразуем систему уравнений (2.1) следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{\tau \cos \theta}{\sqrt{1 - (m\tau/k)^2}}, & \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \frac{\tau \sin \theta}{\sqrt{1 - (m\tau/k)^2}} \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} &= -\tau \sin \theta, & \frac{\partial \psi}{\partial y} &= \tau \cos \theta \end{aligned} \quad (2.3)$$

и введем новую величину t при помощи равенств

$$t = \frac{2\tau}{1 + \sqrt{1 - (m\tau/k)^2}}, \quad \tau = \frac{t}{1 + (mt/2k)^2} \quad (0 \leq t \leq 2k/m) \quad (2.4)$$

Будем для удобства применять безразмерные величины

$$x' = \frac{x}{l}, \quad y' = \frac{y}{l}, \quad \varphi' = \frac{\varphi}{kW}, \quad \psi' = \frac{\psi}{kW}$$

а также

$$t' = \frac{lt}{kW}, \quad \tau' = \frac{l\tau}{kW}, \quad w' = \frac{w}{W}, \quad \mu = \frac{mW}{2l}$$

где l — какая-нибудь характерная длина.

Штрихи условимся для краткости опускать, т. е. обозначать безразмерные величины теми же буквами, что и размерные.

Заменяя τ через t и переходя к безразмерным величинам, перепишем систему уравнений (2.3) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{t \cos \theta}{1 - \mu^2 t^2}, & \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \frac{t \sin \theta}{1 - \mu^2 t^2} \\ -\frac{\partial \psi}{\partial x} &= \frac{t \sin \theta}{1 + \mu^2 t^2}, & \frac{\partial \psi}{\partial y} &= \frac{t \cos \theta}{1 + \mu^2 t^2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

а равенства (2.4) так

$$t = \frac{2\tau}{1 + \sqrt{1 - (2\mu\tau)^2}}, \quad \tau = \frac{t}{1 + \mu^2 t^2} \quad (2.6)$$

Заметим, что при $\mu = 0$ уравнения (2.5) переходят в обычные уравнения, имеющие место при линейном законе (1.9), а равенства (2.6) показывают, что $t = \tau$.

Произведем замену переменных по формулам преобразования

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{\Delta} \frac{\partial y}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{1}{\Delta} \frac{\partial x}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\Delta} \frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{\Delta} \frac{\partial x}{\partial \varphi}$$

принимая за независимые переменные φ и ψ , а за искомые функции x и y .

Окончательно система уравнений (2.5) переходит в такую систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \varphi} &= \frac{1 - \mu^2 t^2}{t} \cos \theta, & \frac{\partial y}{\partial \varphi} &= \frac{1 - \mu^2 t^2}{t} \sin \theta, \\ -\frac{\partial x}{\partial \psi} &= \frac{1 + \mu^2 t^2}{t} \sin \theta, & \frac{\partial y}{\partial \psi} &= \frac{1 + \mu^2 t^2}{t} \cos \theta \end{aligned} \quad (2.7)$$

а определитель преобразования Δ будет

$$\Delta = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \psi} - \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{1}{t^2} - \mu^4 t^2 \quad (2.8)$$

Введем комплексные величины

$$z = x + iy, \quad \omega = \varphi + i\psi, \quad T = \ln \frac{1}{t} + i\theta$$

и соответствующие сопряженные величины, отмеченные черточками.

Умножая второе и четвертое уравнения (2.7) на i , а затем складывая их соответственно с первым и третьим, получим

$$\frac{\partial z}{\partial \varphi} = \frac{1 - \mu^2 t^2}{t} e^{i\theta}, \quad \frac{\partial z}{\partial \psi} = i \frac{1 + \mu^2 t^2}{t} e^{i\theta} \quad (2.9)$$

Замена величин φ и ψ на ω , $\bar{\omega}$, а величин t и θ на T , \bar{T} дает

$$\frac{\partial z}{\partial \omega} = e^T, \quad \frac{\partial z}{\partial \bar{\omega}} = -\mu^2 e^{-\bar{T}} \quad (2.10)$$

Отсюда сразу же следует, что

$$dz = e^T d\omega - \mu^2 e^{-\bar{T}} d\bar{\omega}, \quad \frac{\partial T}{\partial \bar{\omega}} = \mu^2 t^2 \frac{\partial \bar{T}}{\partial \omega} \quad (2.11)$$

Так как комплексные величины $\partial T / \partial \bar{\omega}$ и $\partial \bar{T} / \partial \omega$ сопряжены, а переменная величина μt действительна и изменяется в пределах $0 \leq \mu t \leq 1$, то $\partial T / \partial \bar{\omega} = 0$. Поэтому комплексная величина T есть произвольная аналитическая функция только от комплексного переменного ω , а именно

$$\frac{e^{i\theta}}{t} = e^T, \quad T = T(\omega) \quad (2.12)$$

Заметим, что при линейном законе (1.9), или при $\mu = 0$, уравнения (2.11) принимают вид

$$dz = e^T d\omega \quad (2.13)$$

а уравнения (2.12) будут

$$\frac{e^{i\theta}}{t} = e^T, \quad T = T(\omega) \quad (2.14)$$

Наряду с комплексным переменным z удобно вводить вспомогательное комплексное переменное ζ следующим образом

$$\zeta = \zeta(\omega), \quad d\zeta = e^T d\omega$$

Тем самым полю напряжений в плоскости z будет поставлено в соответствие некоторое вспомогательное поле напряжений в плоскости ζ , возникающее при линейном законе (1.9).

Легко видеть, что уравнение (2.11) может быть преобразовано к виду

$$dz = \frac{d\zeta}{d\omega} d\omega - \mu^2 \frac{d\bar{\omega}}{d\bar{\zeta}} d\bar{\omega} = d\zeta - \mu^2 \left(\frac{d\bar{\omega}}{d\bar{\zeta}} \right)^2 d\bar{\zeta} \quad (2.15)$$

а уравнение (2.12) переписано так

$$\frac{e^{i\theta}}{t} = \frac{d\zeta}{d\omega} \quad (2.16)$$

Приведенные уравнения дают возможность определять решение поставленной задачи о продольном перемещении пластической массы между шероховатыми цилиндрами, когда решение той же задачи при линейном законе (1.9) известно.

В самом деле, зная функцию $\zeta = \zeta(\omega)$, нетрудно путем интегрирования уравнений (2.15) найти функцию

$$z = z(\omega, \bar{\omega})$$

Область в плоскости z , занятая пластической массой между криволинейными контурами, будет того же вида, что и область в плоскости ζ . Однако, формы криволинейных контуров, ограничивающих указанные области, будут несколько различаться. Диаметры этих контуров определены параметрами, входящими в решение, и могут быть заданы заранее.

§ 3. Конфокальные эллипсы. Рассмотрим, например, поле касательных напряжений и продольных перемещений, когда внутренний и внешний контуры поперечных сечений цилиндров суть конфокальные эллипсы:

$$\frac{x^2}{\text{ch}^2\alpha} + \frac{y^2}{\text{sh}^2\alpha} = l^2, \quad \frac{x^2}{\text{ch}^2\beta} + \frac{y^2}{\text{sh}^2\beta} = l^2$$

изображенные на фиг. 1.

Будем опять-таки применять безразмерные величины, принимая за характерную длину l расстояние от центра O до фокуса L .

Возьмем сначала линейный закон (1.9), т. е. предположим, что параметр $\mu = 0$. Решение поставленной задачи выражается функцией

$$z = \text{ch } \Omega, \quad \Omega = (\beta - \alpha)\omega + \alpha$$

Определяя производную $dz/d\omega = (\beta - \alpha) \text{sh } \Omega$, получим

$$\frac{e^{i\theta}}{\tau} = (\beta - \alpha) \text{sh } \Omega$$

Примем теперь нелинейный закон (1.10), т. е. допустим, что параметр $\mu \neq 0$. Решение задачи дается функцией

$$\zeta = c \text{ sh } \Omega, \quad \Omega = (b - a)\omega + a$$

содержащей произвольные параметры a , b и c .

Уравнения (2.15) после внесения ζ без всякого труда преобразуются к следующему виду

$$dz = c \text{ sh } \Omega d\Omega - \frac{\mu^2}{c(b-a)^2} \frac{d\bar{\Omega}}{\text{sh } \bar{\Omega}} = d\zeta - \frac{\mu^2}{(b-a)^2} \frac{d\bar{\zeta}}{\bar{\zeta}^2 - c^2}$$

Интегрируя эти уравнения и выбирая окончательно произвольные постоянные, найдем

$$z = c \operatorname{ch} \Omega + \frac{\mu^2}{c(b-a)^2} \operatorname{Arth} \frac{1}{\operatorname{ch} \Omega} = \zeta + \frac{\mu^2}{c(b-a)^2} \operatorname{Arth} \frac{c}{\zeta} \quad (3.1)$$

Уравнение (2.16) в результате подстановки ζ переписется так

$$\frac{e^{i\theta}}{t} = c(b-a) \operatorname{sh} \Omega \quad (3.2)$$

Разделим в уравнениях (3.1) и (3.2) действительную и мнимую части, вводя для удобства обозначения

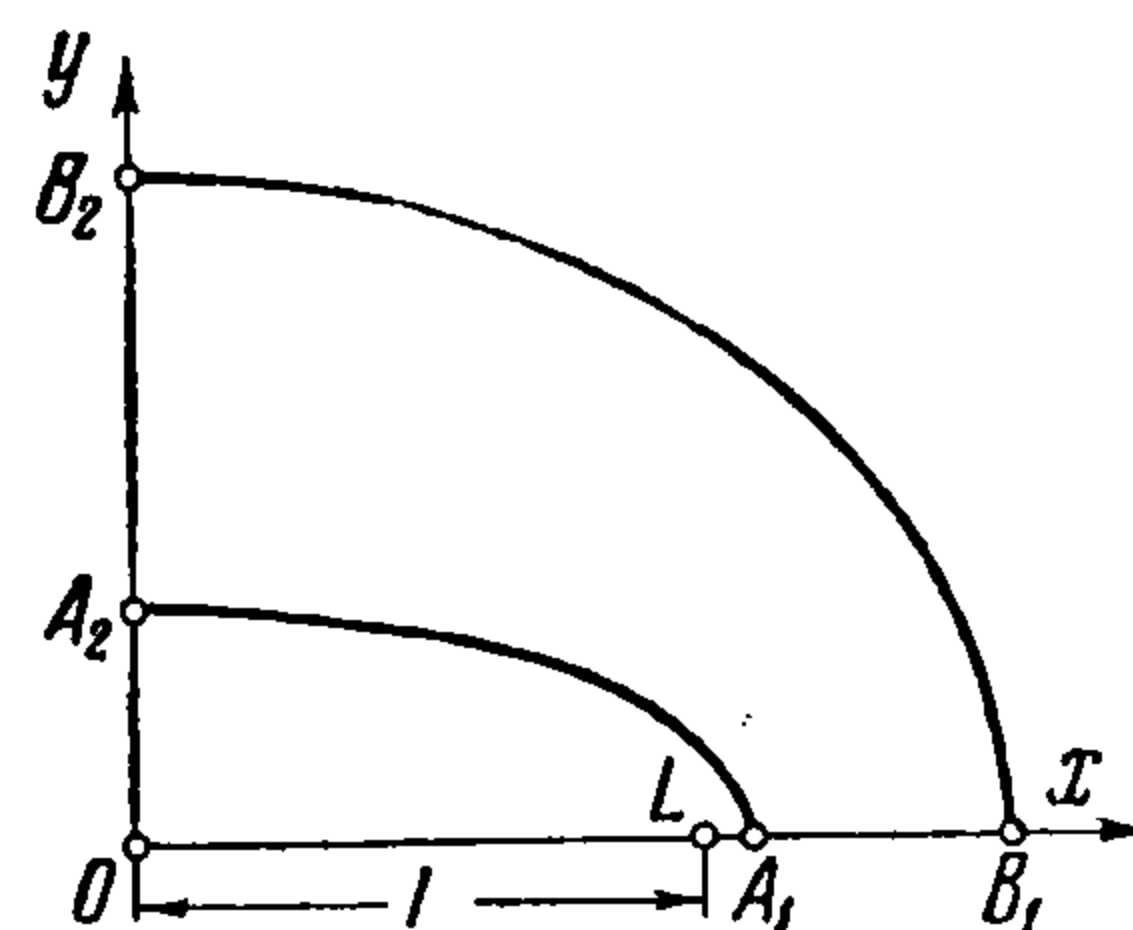
$$\Phi = (b-a)\varphi + a, \quad \Psi = (b-a)\psi$$

Координаты x и y определяются как функции от Φ и Ψ в виде

$$\begin{aligned} \frac{x}{c} &= \operatorname{ch} \Phi \cos \Psi + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{Arth} \frac{\cos \Psi}{\operatorname{ch} \Phi} \\ \frac{y}{c} &= \operatorname{sh} \Phi \sin \Psi + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sin \Psi}{\operatorname{sh} \Phi} \end{aligned} \quad (3.3)$$

а величины t и θ опять-таки выражаются как функции от Φ и Ψ так

$$\frac{1}{t} = c(b-a) \sqrt{\operatorname{ch}^2 \Phi - \cos^2 \Psi}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{tg} \Psi}{\operatorname{th} \Phi} \quad (3.4)$$



Фиг. 1

Линии одинаковых перемещений и линии действия касательных напряжений в плоскости xy могут быть построены на основании (3.3), если соответственно принять $\Phi = \operatorname{const}$ и $\Psi = \operatorname{const}$.

Контур внутреннего подвижного цилиндра является линией, вдоль которой $\varphi = 0$; координаты x и y этого контура, а также величины t и θ могут быть получены из (3.3) и (3.4) при $\varphi = 0$ или $\Phi = a$.

Уравнения внутреннего контура определяются следующим образом

$$\frac{x}{c} = \operatorname{ch} a \cos \Psi + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{Arth} \frac{\cos \Psi}{\operatorname{ch} a} \quad (3.5)$$

$$\frac{y}{c} = \operatorname{sh} a \sin \Psi + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sin \Psi}{\operatorname{sh} a}$$

а величины t и θ вдоль этого внутреннего контура будут

$$\frac{1}{t} = c(b-a) \sqrt{\operatorname{ch}^2 a - \cos^2 \Psi}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{tg} \Psi}{\operatorname{th} a} \quad (3.6)$$

Контур внешнего неподвижного цилиндра является линией, вдоль которой $\varphi = 1$; координаты x и y этого контура, а также величины t и θ могут быть найдены из (3.3) и (3.4) при $\varphi = 1$ или $\Phi = b$.

Уравнения внешнего контура выражаются так

$$\frac{x}{c} = \operatorname{ch} b \cos \Psi + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{Arth} \frac{\cos \Psi}{\operatorname{ch} b} \quad (3.7)$$

$$\frac{y}{c} = \operatorname{sh} b \sin \Psi + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sin \Psi}{\operatorname{sh} b}$$

а величины t и θ вдоль этого внешнего контура будут

$$\frac{1}{t} = c(b-a) \sqrt{\operatorname{ch}^2 b - \cos^2 \Psi}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{tg} \Psi}{\operatorname{th} b} \quad (3.8)$$

Сила трения Q , приходящаяся на единицу длины цилиндра, легко находится из (1.8). Так как при обходе внутреннего контура Ψ получает приращение 2π , то

$$\oint d\Psi = 2\pi \quad \text{и} \quad Q = 2\pi \frac{kW}{b-a}$$

Параметры a , b и c , входящие в построенное решение, связаны между собой двумя уравнениями

$$\operatorname{ch} a + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{Arth} \frac{1}{\operatorname{ch} a} = \frac{\operatorname{ch} \alpha}{c}, \quad \operatorname{sh} a + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{\operatorname{sh} a} = \frac{\operatorname{sh} \alpha}{c} \quad (3.9)$$

которые следуют из уравнений (3.5) и требований, чтобы внутренний контур проходил через точку $x = \operatorname{ch} \alpha$, $y = 0$ и точку $x = 0$, $y = \operatorname{sh} \alpha$.

Кроме того, параметры a , b и c связаны еще двумя уравнениями

$$\operatorname{ch} b + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{Arth} \frac{1}{\operatorname{ch} b} = \frac{\operatorname{ch} \beta}{c}, \quad \operatorname{sh} b + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{\operatorname{sh} b} = \frac{\operatorname{sh} \beta}{c} \quad (3.10)$$

которые вытекают из уравнений (3.7) и требований, чтобы внешний контур проходил через точку $x = \operatorname{ch} \beta$, $y = 0$ и точку $x = 0$, $y = \operatorname{sh} \beta$.

Три параметра a , b и c определяются из трех уравнений системы (3.9) и (3.10), тогда как четвертое уравнение не удовлетворяется. Таким образом, внутренний и внешний контуры симметричны относительно осей x и y ; они проходят только через три заданные точки A_1 , A_2 и B_1 , а четвертая точка B_2 остается в стороне.

Особенно интересно выяснить, как изменяется касательное напряжение вдоль осей x и y . Координата x и величина t вдоль оси x на основании (3.3) и (3.4) при $\Psi = 0$ определяются так

$$\frac{x}{c} = \operatorname{ch} \Phi + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{Arth} \frac{1}{\operatorname{ch} \Phi}, \quad \frac{1}{t} = c(b-a) \operatorname{sh} \Phi \quad (3.11)$$

а координата y и величина t вдоль оси y вследствие (3.3) и (3.4) при $\Psi = 1/2\pi$ будут

$$\frac{y}{c} = \operatorname{sh} \Phi + \frac{\mu^2}{c^2(b-a)^2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{\operatorname{sh} \Phi}, \quad \frac{1}{t} = c(b-a) \operatorname{ch} \Phi \quad (3.12)$$

Нужно также иметь в виду, что продольное перемещение w выражается через Φ в простой форме

$$w = -\frac{b-\Phi}{b-a}$$

Заметим, что в рассматриваемой области изменения Φ и Ψ , т. е. для $a \leq \Phi \leq b$, $0 \leq \Psi \leq 2\pi$, определитель преобразования Δ должен быть отличен от нуля, иначе Φ и Ψ не будут однозначными функциями от x и y . Так как определитель

$$\Delta = \frac{1}{t^2} - \mu^2 t^2 > 0, \quad \text{или} \quad \frac{1}{t} > \mu$$

то из (3.3) следует, что

$$c(b-a) \sqrt{\operatorname{ch}^2 \Phi - \cos^2 \Psi} > \mu$$

Это условие будет выполнено, если наложить на параметры a , b и c такое ограничение

$$c(b-a) \operatorname{sh} a > \mu$$

Заметим, что при $\mu = 0$ уравнения (3.9) и (3.10) дают

$$a = \alpha, \quad b = \beta, \quad c = 1$$

Приведем численный пример при

$$\mu = 0.2, \quad \alpha = 0.4, \quad \beta = 1.0$$

иллюстрирующий предыдущие рассуждения. Параметры a , b и c получены путем решения уравнений (3.9) и (3.10). Они равны

$$a = 0.347, \quad b = 1.105, \quad c = 0.889$$

Координаты x и y точек внутреннего контура определены из (3.5), а соответствующие значения t и τ в этих точках — из (3.6). Таким образом,

$\Psi = 0.000$	0.314	0.628	0.942	1.257	1.571
$x = 1.081$	1.011	0.841	0.603	0.315	0.000
$y = 0.000$	0.153	0.265	0.345	0.394	0.411
$t = 4.194$	3.159	2.163	1.680	1.462	1.399
$\tau = 2.462$	2.258	1.822	1.510	1.347	1.297

Координаты x и y точек внешнего контура найдены из (3.7), а соответствующие значения t и τ — из (3.8). Итак,

$\Psi = 0.000$	0.314	0.628	0.942	1.257	1.571
$x = 1.543$	1.467	1.246	0.904	0.475	0.000
$y = 0.000$	0.387	0.734	1.009	1.184	1.245
$t = 1.104$	1.076	1.012	0.946	0.901	0.886
$\tau = 1.053$	1.028	0.972	0.913	0.873	0.859

Эти результаты дают возможность судить о формах контуров поперечных сечений ограничивающих цилиндров и о характере изменения касательного напряжения τ вдоль внутреннего и внешнего контуров.

Значения t , τ и w вдоль оси x определены из (3.11) и окончательно равны

$\Phi = 0.347$	0.498	0.650	0.801	0.953	1.105
$x = 1.081$	1.112	1.174	1.266	1.388	1.543
$t = 4.194$	2.858	2.130	1.667	1.344	1.104
$\tau = 2.462$	2.154	1.803	1.500	1.253	1.053
$-w = 1.000$	0.800	0.600	0.400	0.200	0.000

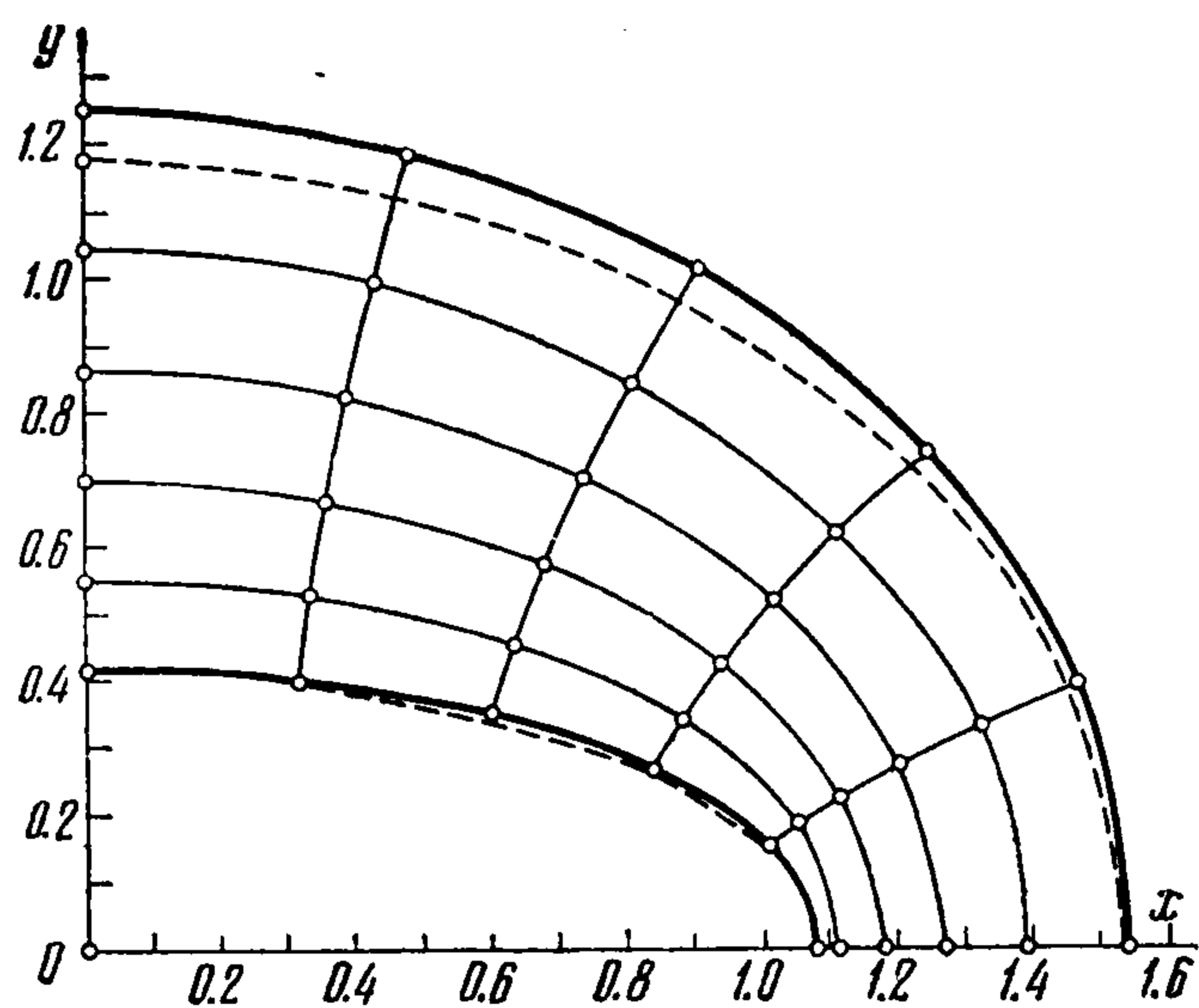
а аналогичные значения t , τ и w , но уже вдоль оси y найдены из (3.12) и равны

$\Phi = 0.347$	0.498	0.650	0.801	0.953	1.105
$y = 0.411$	0.547	0.695	0.857	1.039	1.245
$t = 1.399$	1.317	1.217	1.108	0.996	0.886
$\tau = 1.297$	1.231	1.149	1.056	0.958	0.859
$-w = 1.000$	0.800	0.600	0.400	0.200	0.000

Эти результаты показывают характер изменения касательного напряжения τ и продольного перемещения w вдоль осей x и y .

На фиг. 2 изображены контуры поперечных сечений ограничивающих цилиндров, а также показаны пунктиром контуры поперечных сечений при $\mu=0$ — конфокальные эллипсы. Там же нанесены сетки линий $\Phi = \text{const}$ и $\Psi = \text{const}$, построенные для различных значений Φ (от 0.347 до 1.105) через равные интервалы 0.152 и для различных значений Ψ (от 0.000 до 1.571) также через равные интервалы 0.314.

В заключение отметим, что изложенный здесь прием дает возможность рассмотреть и другие задачи о продольном перемещении пластической массы между некруговыми цилиндрами.



Фиг. 2