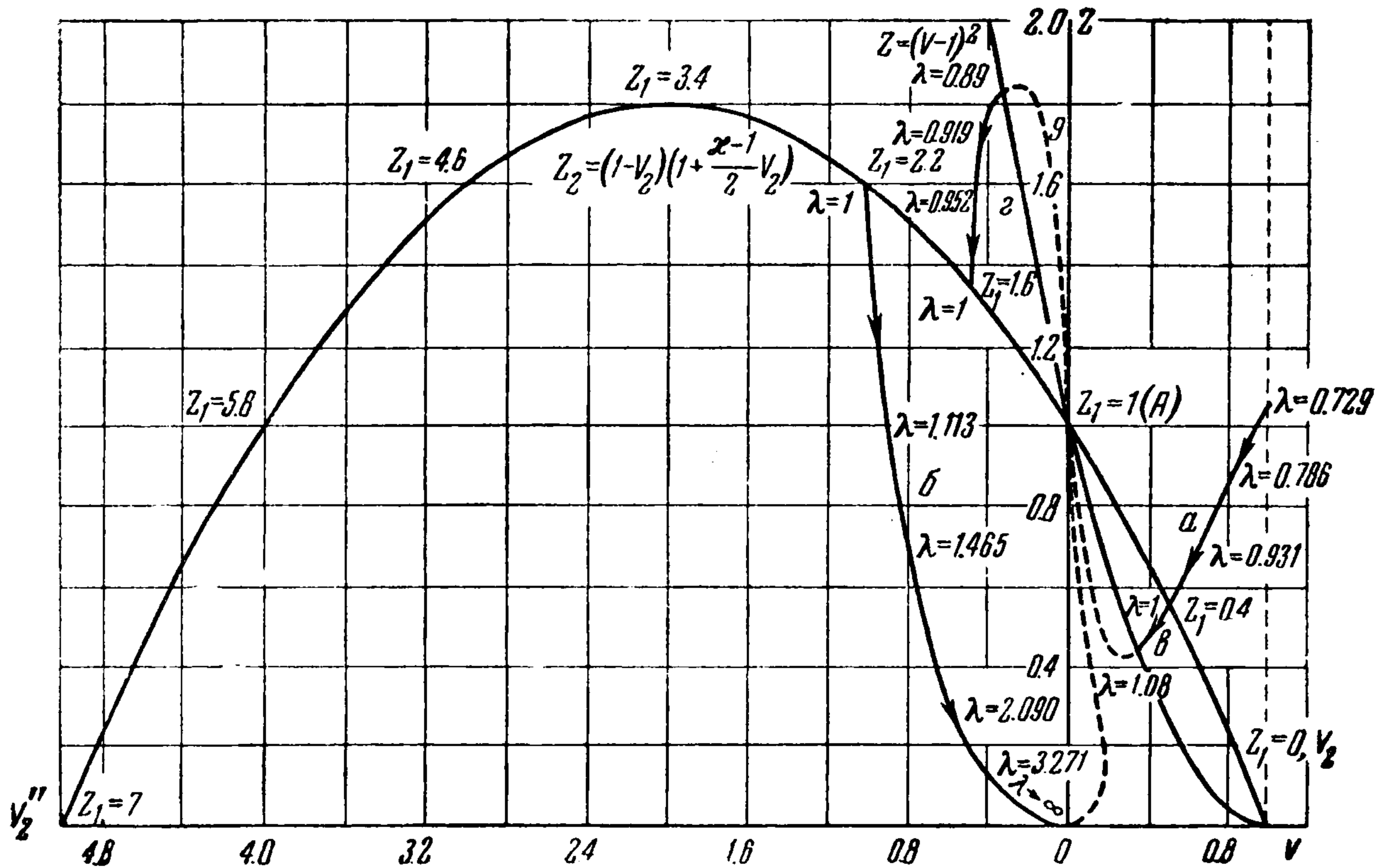


**АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИМИСЯ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ ПО ПОКОЯЩЕМУСЯ ГАЗУ**

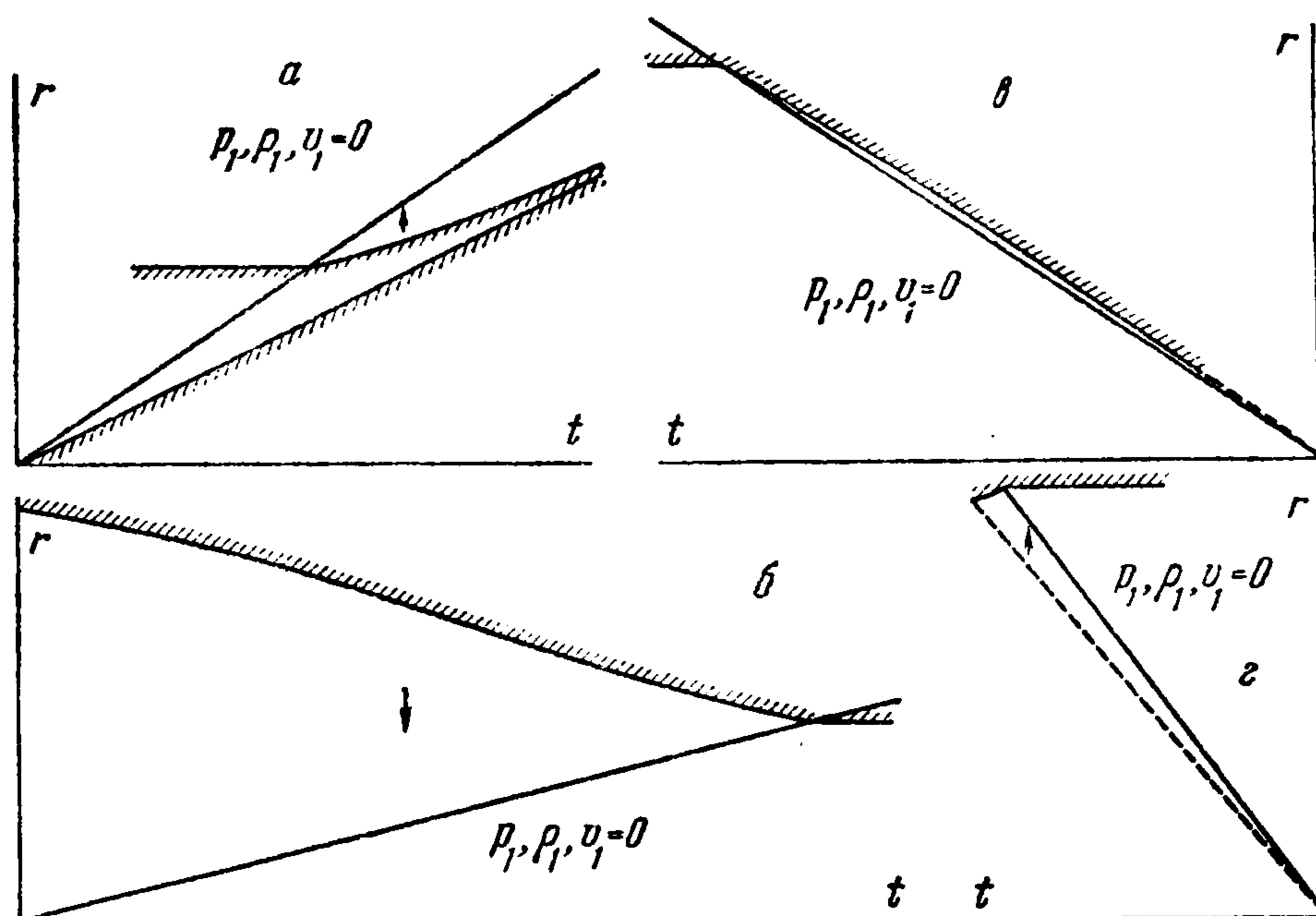
Г. Л. Гродзовский, А. Н. Дюкалов, В. В. Токарев, А. И. Толстых  
(Москва)

Указанный Л. И. Седовым [1] класс решений автомодельных одномерных движений газа в сочетании с теорией плоских сечений [2, 3] позволил исследовать ряд практически важных течений при больших сверхзвуковых скоростях; например, обте-



Фиг. 1

кание тупоносых тел вращения степенной формы [4, 5], течения с параболической ударной волной в канале [6] и др. В исследованиях течений в каналах существенны движения газа с ударными волнами, распространяющимися по покоящемуся газу.



Фиг. 2

При заданном давлении  $p_1$  и плотности  $\rho_1$  покоящегося газа Л. И. Седовым [1] были рассмотрены два частных случая автомодельных движений: а) задача о поршне, который начинает двигаться с постоянной скоростью в начальный момент времени; б) задача о фокусировании в точке, когда в начальный момент времени все частицы

газа имеют одинаковую скорость, направленную к центру. Рассмотрим все течения этого типа, общим для которых являются постоянная скорость  $u_1$  распространяющихся ударных волн. Будем искать распределение скоростей  $v$ , плотности  $\rho$  и давления  $p$ ; определяющими параметрами являются: линейная координата  $r$ , время  $t$  и параметры: плотность покоящегося газа  $\rho_1$  и скорость  $u_1$  с независимыми размерностями (размерность давления  $p_1$  является зависимой  $[u_1^2] = [p_1] / [\rho_1]$ ). Автомодельное решение будет функцией безразмерной комбинации  $\lambda = \beta r / u_1 t$  и определится интегрированием следующей системы уравнений (1) (для определенности рассматриваются движения с цилиндрической симметрией):

$$\frac{dZ}{dV} = \frac{Z}{V} \frac{(V-1)[(\kappa+1)V-2]-2Z}{(V-1)^2-2Z} \quad (1)$$

$$\frac{d \ln \lambda}{dV} = \frac{Z - (V-1)^2}{V[(V-1)^2 - 2Z]}, \quad R^{\kappa-1} = cZ\lambda^2$$

где

$$v = \frac{r}{t} V(\lambda), \quad \rho = \rho_1 R(\lambda),$$

$$p = \frac{\rho_1 r^2}{t^2} P(\lambda), \quad Z = \frac{\kappa P}{R}$$

В покоящемся газе перед волной (фиг. 1)

$$V = 0, \quad Z_1 = \frac{\kappa p_1}{\rho_1 u_1^2}$$

точки  $(V_2, Z_2)$  за волной лежат на параболе

$$Z_2 = (1 - V_2) \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} V_2 \right) \quad (2)$$

на участке между

$$V_2' = \frac{2}{\kappa + 1}, \quad V_2'' = \frac{2}{1 - \kappa}$$

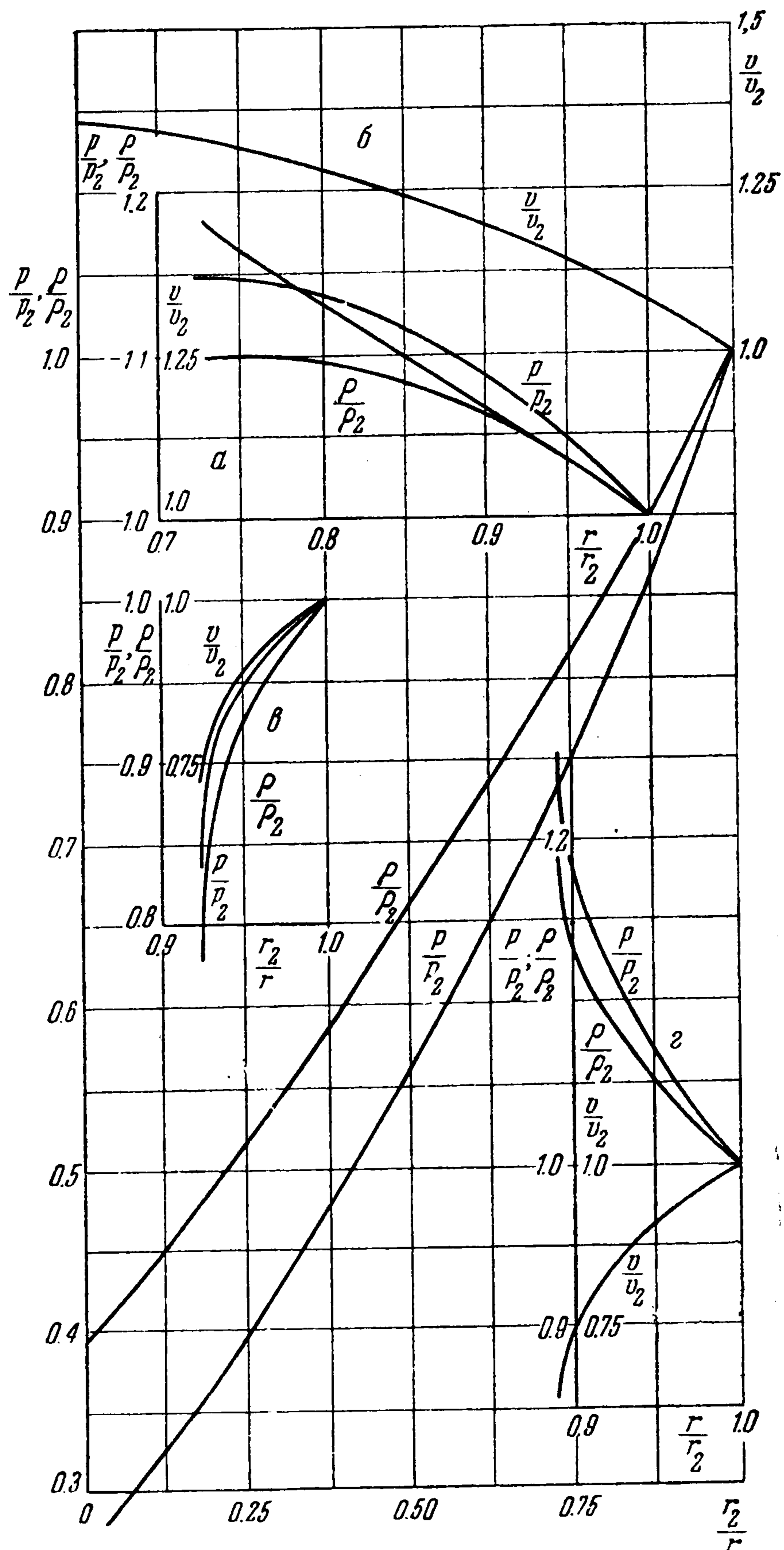
На параболе начинаются интегральные кривые уравнений (1), соответствующие автомодельным движениям газа за ударной волной. Примеры интегральных кривых приведены на фиг. 1. К рассматриваемому типу относятся четыре вида течений:

а) течение с расходящейся ударной волной, перед которой газ покоится [1] (задача о поршне  $Z_1 < 1.0$  при  $t > 0$ );

б) течение с расходящейся ударной волной, за которой газ покоится [1] (задача о фокусировании  $Z_1 > 1.0$  при  $t > 0$ );

в) течение со сходящейся ударной волной, перед которой газ покоится ( $Z_1 < 1.0$  при  $t < 0$ );

г) течение со сходящейся ударной волной, за которой газ покоится ( $Z_1 > 1.0$  при  $t < 0$ ).



Фиг. 3

**Замечание.** С уменьшением интенсивности ударной волны начальные точки интегральных кривых стремятся к точке  $A$ . Выходящие из нее интегральные кривые вида  $(\partial)$  и  $(e)$ , нижние пунктирные линии (фиг. 1), соответствуют начинающимся из состояния покоя изоэнтропическим нестационарным течениям расширения  $(\partial)$  или сжатия  $(e)$ . При стационарном сверхзвуковом осесимметричном течении им соответствуют коническое обтекание хвостовых частей [7] и течение в сопле сжатия [8].

Течения «в» и «г» ограничены в плоскости  $V, Z$  параболой  $Z = (V - 1)^2$  звуковой скорости и соответственно в физической плоскости. Для рассмотренных случаев на фиг. 2 приведены картины течения в физической плоскости, на фиг. 3 — распределения скоростей, плотности и давления: сплошные кривые (фиг. 2 и 3) соответствуют ударной волне, кривые со штриховкой — линии постоянной массы (поршень).

Рассмотренные цилиндрические нестационарные течения на основе теории плоских сечений [2, 3] могут быть использованы для определения стационарного течения в осесимметричных каналах при больших сверхзвуковых скоростях. В рассмотрен-

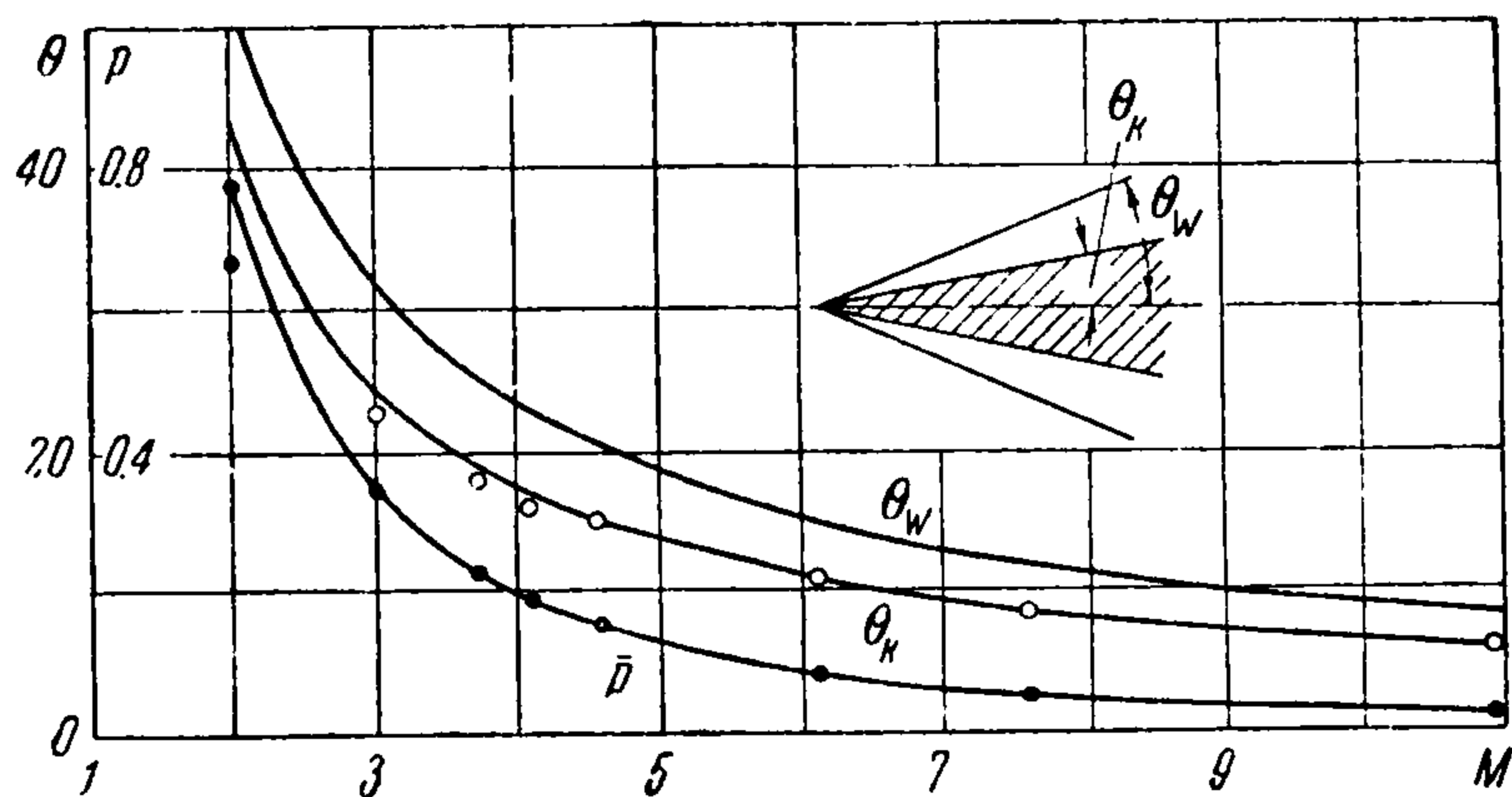
ных задачах число  $M_1$  по относительной скорости волны в покоящемся газе равно

$$M_1 = \sqrt{\frac{u_1^2 \rho_1}{\kappa p_1}} = \sqrt{\frac{1}{Z_1}}$$

В соответствующих стационарных задачах это значение числа  $M_1$  сохраняется по нормали к волне.

Результаты вычисления значений величин

$$\theta_k, \quad \theta_w, \quad \bar{p} = \frac{p_k' - p_1}{\frac{1}{2} \kappa M^2 p_1}$$



Фиг. 4

(где  $\theta_k$  — угол конуса,  $\theta_w$  — угол ударной волны,  $\bar{p}$  — относительное давление на конусе) изложенным методом для течения  $a$  представлены на фиг. 4, где для оценки точности метода даны результаты точных расчетов по обтеканию конусов, обозначенные точками:

$$\frac{p_k}{p_1} = 3.16, \quad \frac{r_k}{r_2} = 0.728$$

$$\text{при } Z_1 = 0.4, \quad M_1 = 1.58$$

Поступила 1 IX 1958

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Изд. 4. ГИТТЛ, 1957.
2. Бам-Зеликович Г. М., Буимович А. И., Михайлова М. П. Теоретическая гидромеханика. Сб. статей, № 4, 1949.
3. Ильюшин А. А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей. ПММ, т. XX, № 6, 1956.
4. Гродзовский Г. Л. Некоторые особенности обтекания тел при больших сверхзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, ОТН, № 6, 1957.
5. Гродзовский Г. Л. Полезная интерференция крыла и фюзеляжа при гиперзвуковых скоростях. Изв. АН СССР, ОТН, № 1, 1959.
6. Гродзовский Г. Л. Автомодельное движение газа при сильном периферийном взрыве. Докл. АН СССР, т. III, № 5, 1956.
7. Никольский А. А. Конические осесимметрические сверхзвуковые газовые течения разрежения (год первого издания 1949). Сборник теоретических работ по аэродинамике. ГИОП, 1957.
8. Vusemänn A. Die achsensymmetrische kegelige Überschall strömung. Luftfahrtforschung, 19, № 4, 1942.