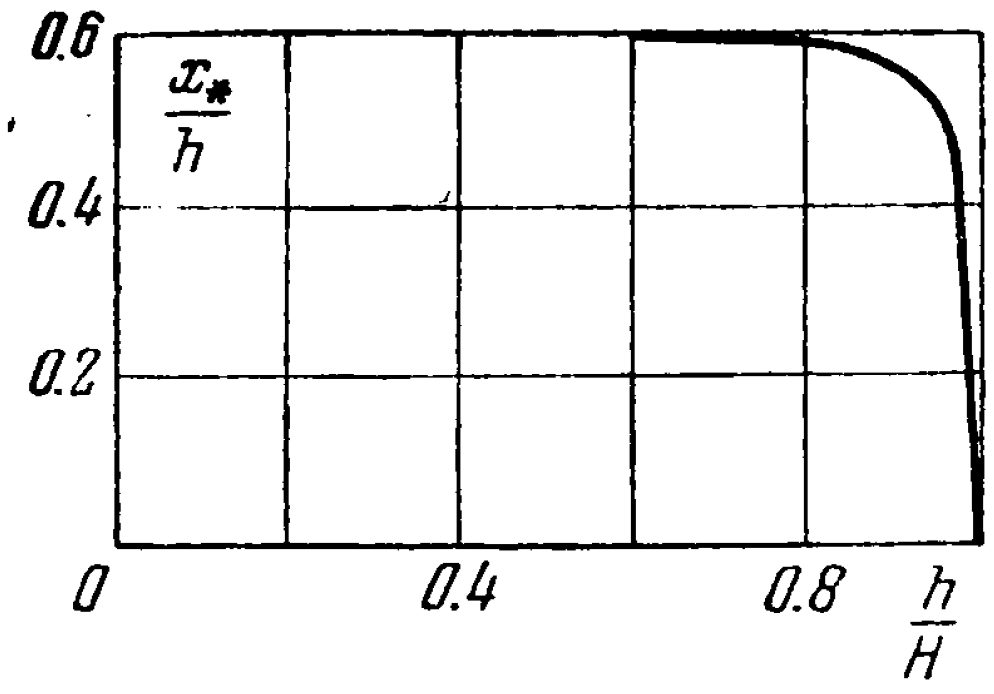
где $v(x)$ — функция Эйри [7]. Для улучшения сходимости ряда (10) применялся метод вычитания асимптотического ряда, который, как следует из последней асимптотики, с точностью до множителя имеет вид:

$$\frac{v'(0)}{v(0)} \frac{(\varkappa+1)^{1/3}}{2^{1/3}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{4/3}} + \frac{2\varkappa+5}{20} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} =$$

$$= \frac{v'(0)}{v(0)} \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right) \zeta\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{2\varkappa+5}{20} \zeta(2)$$



Фиг. 3

где $\zeta(x)$ — известная дзета-функция Римана [8]. Результаты вычислений даны в табл. 3 и на фиг. 3. Они обнаруживают интересное свойство величины отхода постоянного звукового течения от отверстия. А именно, с уменьшением ширины сосуда до $h / H = 0.65$ отношение x_* / h остается постоянным и лишь с приближением сосуда к трубе ($h = H$) быстро падает до нуля.

Поступила 28 V 1958

ЛИТЕРАТУРА

1. Фалькович С. В. К теории газовых струй, ПММ, т. XXI, вып. 4, 1957.
2. Чаплыгин С. А. О газовых струях, ГТТИ, 1949.
3. Fergusson and Lighthill. The hodograph transformations in trans-sonic flow. Proceed. of the Royal Society, Ser. A., vol. 192, 1947.
4. Современное состояние аэродинамики больших скоростей, под ред. Хоуарта, т. 1, гл. IV, ИЛЛ, 1955.
5. Seifert. Die hypergeometrischen Differentialgleichungen der Gasdynamik, Math. Annalen, B. 120, H. 1, 1947.
6. Асланов С. К. Асимптотические формулы функций Чаплыгина и их производных, ПММ, т. XXI, вып. 2, 1957.
7. Фок В. А. Таблицы функций Эйри, 1946.
8. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций, ГИТТЛ, 1949.

О ПОДОБИИ ПРИ ОБТЕКАНИИ ТОНКИХ ТЕЛ ВЯЗКИМ ГАЗОМ ПРИ БОЛЬШИХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

В. В. Лунев

(Москва)

Рассматриваются уравнения ламинарного пограничного слоя на заостренных плоских и осесимметричных телах при больших полетных числах M. Для пластины подобные уравнения рассмотрены Шеном [1] и Лизом [2]. Устанавливаются критерии степени влияния пограничного слоя на внешний по отношению к нему поток при $M \gg 1$. Для тонких тел устанавливаются условия подобия течений.

1. Пусть (x, y, φ) — криволинейная система координат, в которой y отсчитывается от поверхности тела по нормали к ней, x — от носка тела вдоль образующей, φ — угол поворота меридиональной плоскости. Пусть u и v — компоненты скорости по осям x и y соответственно, r — расстояние точки до оси симметрии, R — радиус кривизны образующей тела, форма которой $r = r_w(x)$. Тогда компоненты тензора скоростей диформаций и тензора напряжений имеют вид [3,4]:

$$e_{xx} = \frac{R}{R+y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{R}\right), \qquad e_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \qquad e_{\varphi\varphi} = \frac{u \sin\theta + v\cos\theta}{r}$$

$$e_{xy} = \frac{1}{2}\frac{R}{R+y}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{2}\frac{R+y}{R}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Ru}{R+y}\right) \tag{1.1}$$

$$e_{x\varphi} = e_{y\varphi} = 0, \qquad \sin\theta = \frac{\partial r}{\partial x}, \qquad \cos\theta = \frac{\partial r}{\partial y}$$

$$p_{xx} = -p + \lambda \operatorname{div} \mathbf{V} + 2\mu e_{xx}, \qquad p_{yy} = -p + \lambda \operatorname{div} \mathbf{V} + 2\mu e_{yy}$$

$$p_{\varphi\varphi} = -p + \lambda \operatorname{div} \mathbf{V} + 2\mu e_{\varphi\varphi}, \qquad p_{xy} = \mu e_{xy}, \qquad p_{x\varphi} = p_{y\varphi} = 0$$

Здесь $\mathbf{V}$ — вектор скорости, μ и λ — коэффициенты вязкости.

Если $\mathbf{k}_x$, $\mathbf{k}_y$ и $\mathbf{k}_\varphi$ — единичные векторы по направлениям x, y и φ, то имеем

$$\mathbf{p}_x = \mathbf{k}_x p_{xx} + \mathbf{k}_y p_{xy}, \quad \mathbf{p}_y = \mathbf{k}_x p_{xy} + \mathbf{k}_y p_{yy}, \quad \mathbf{p}_\varphi = \mathbf{k}_\varphi p_{\varphi\varphi}, \quad \mathbf{V} = \mathbf{k}_x u + \mathbf{k}_y v$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial \mathbf{k}_x}{\partial x} = -\frac{\mathbf{k}_y}{R}, \quad \frac{\partial \mathbf{k}_x}{\partial \varphi} = \mathbf{k}_\varphi \sin\theta, \quad \frac{\partial \mathbf{k}_x}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{k}_y}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{k}_\varphi}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{k}_\varphi}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{k}_y}{\partial x} = \frac{\mathbf{k}_x}{R}, \quad \frac{\partial \mathbf{k}_y}{\partial \varphi} = \mathbf{k}_\varphi \cos\theta, \quad \frac{\partial \mathbf{k}_\varphi}{\partial \varphi} = -\mathbf{k}_x \sin\theta - \mathbf{k}_y \cos\theta\end{gathered} \tag{1.2}$$

Применяя законы механики и термодинамики к движению элемента массы газа, получим следующие уравнения:

$$\rho r\left(1+\frac{y}{R}\right)\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{p}_x r) + \frac{\partial}{\partial y}\left[r\left(1+\frac{y}{R}\right)\mathbf{p}_y\right] + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left[\left(1+\frac{y}{R}\right)\mathbf{p}_\varphi\right] \tag{1.3}$$

$$\begin{gathered}\rho r\left(1+\frac{y}{R}\right)\frac{d}{dt}\left(\varepsilon + \frac{\mathbf{V}\cdot\mathbf{V}}{2}\right) = r\left(1+\frac{y}{R}\right)\operatorname{div}\left(\frac{\mu}{\sigma}\operatorname{grad} i\right) + \frac{\partial}{\partial x}(r\,\mathbf{p}_x\cdot\mathbf{V}) + \\ + \frac{\partial}{\partial y}\left[r\left(1+\frac{y}{R}\right)\mathbf{p}_y\cdot\mathbf{V}\right] + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left[\left(1+\frac{y}{R}\right)\mathbf{p}_\varphi\cdot\mathbf{V}\right]\end{gathered} \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\rho\mathbf{V} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{R}{r(R+y)}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(r\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}\left[r\left(1+\frac{y}{R}\right)\rho v\right]\right\} = 0 \tag{1.5}$$

В этих уравнениях ρ, ε, i и σ — плотность, внутренняя энергия, энтальпия и число Прандтля газа соответственно. Уравнение (1.4) при помощи (1.3) и (1.5) и очевидного равенства

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{di}{dt} - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt} - \frac{p}{\rho}\operatorname{div}\mathbf{V}$$

преобразуется к виду

$$\begin{gathered}\rho r\left(1+\frac{y}{R}\right)\frac{di}{dt} = \rho r\left(\frac{R+y}{R}\frac{\partial i}{\partial t} + u\frac{\partial i}{\partial x} + v\frac{R+y}{R}\frac{\partial i}{\partial y}\right) = r\left(1+\frac{y}{R}\right)\frac{dp}{dt} + \\ + pr\left(1+\frac{y}{R}\right)\operatorname{div}\mathbf{V} + r\left(1+\frac{y}{R}\right)\operatorname{div}\left(\frac{\mu}{\sigma}\operatorname{grad} i\right) + r\,\mathbf{p}_x\cdot\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + \\ + r\left(1+\frac{y}{R}\right)\mathbf{p}_y\cdot\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + \left(1+\frac{y}{R}\right)\mathbf{p}_\varphi\cdot\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \varphi}\end{gathered} \tag{1.6}$$

Подставляя (1.1) и (1.2) в (1.3) и (1.5), можно получить уравнения движения вязкого теплопроводного газа в криволинейных координатах в развернутой скалярной форме. При $r \to \infty$ эти уравнения перейдут в уравнения плоского движения. Пусть относительная толщина тела имеет порядок β, область, где влияние вязкости существенно, имеет размеры $\sim \delta$, а длина тела $\sim l$. Тогда

$$x \sim l, \qquad y \sim \delta, \qquad u = V_\infty, \qquad v \sim V_\infty \delta / l, \qquad r \sim \beta l + \delta$$

Индексы ∞ и w относятся к параметрам невозмущенного потока и поверхности тела соответственно.

Будем предполагать, что $\delta / l \ll 1$, $l / R \ll 1$. Тогда путем проведения обычных оценок и отбрасывания членов порядка $(\delta / l + l / R)(\delta / l)$ уравнения (1.3)—(1.6) для установившегося движения приводятся к виду

$$\rho r^\nu\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -r^\nu\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(r^\nu \mu\frac{\partial x}{\partial y}\right) \tag{1.7}$$

$$\rho r^\nu\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{u^2}{R}\right) = -r^\nu\frac{\partial p}{\partial y} + 0\left(r^\nu \mu\frac{U_\infty}{\delta l}\right) \tag{1.8}$$

$$\rho r^\nu\left(u\frac{\partial i}{\partial x} + v\frac{\partial i}{\partial y}\right) = r^\nu u\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(r^\nu\frac{\mu}{\sigma}\frac{\partial i}{\partial y}\right) + r^\nu \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \tag{1.9}$$

$$\frac{\partial(r^\nu \rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(r^\nu \rho v)}{\partial y} = 0 \tag{1.10}$$

Здесь $\nu = 0$ соответствует плоскому случаю, $\nu = 1$ — осесимметричному. Будем полагать

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = C\left(\frac{i}{i_\infty}\right)^n, \qquad \frac{\rho}{\rho_\infty} = \frac{p}{p_\infty}\frac{i_\infty}{i}, \qquad \sigma = \mathrm{const} \tag{1.11}$$

Предположим, что охлаждение не меняет порядка температуры в вязкой области [1]. Тогда, обозначая через α порядок угла наклона ударной волны, будем для этой области иметь

$$i \sim i_\infty \frac{\varkappa-1}{2} M_\infty{}^2, \quad \mu \sim \mu_\infty C\left(\frac{\varkappa-1}{2} M_\infty{}^2\right)^n, \quad p \sim p_\infty M_\infty{}^2\alpha^2, \quad \rho \sim \frac{2}{\varkappa-1}\rho_\infty\alpha^2 \tag{1.12}$$

Пусть ψ_0 и ψ_w — соответственно потоки массы, втекающей в головную волну и вовлеченной в вязкую область. Тогда

$$\frac{\psi_0}{\rho_\infty V_\infty} \sim (\alpha l)^{\nu+1}, \quad \frac{\psi_w}{\rho V_\infty} \sim [(\delta + l\beta)^{\nu+1} - (l\beta)^{\nu+1}], \quad \frac{\psi_w}{\psi_0} \sim \frac{2}{\varkappa-1}\alpha^{1-\nu}\frac{\delta}{l}\left(\frac{\delta}{l}+\beta\right)^\nu$$

Очевидно, что там, где $\delta / l \ll 1$, отношение $\psi w / \psi_0$ мало и необходимо должна существовать область течения, где влияние вязкости несущественно [2]. Отсюда следует также, что

$$\alpha \sim 1 / M_\infty + \delta / l + \beta$$

Инерционные и вязкие члены в (1.7) на основании (1.12) имеют соответственно порядки

$$\frac{2}{\varkappa-1}\frac{\rho_\infty V_\infty{}^2}{l}\alpha^2(\delta+\beta l)^\nu \sim \frac{2p(\delta+l\beta)^\nu}{\varkappa-1}, \qquad \left(\frac{\varkappa-1}{2}\right)^n \frac{V_\infty C\mu_\infty M_\infty{}^{2n}}{\delta^2}(\delta+\beta l)^\nu$$

Отсюда

$$\frac{\delta}{l} \sim \left(\frac{\varkappa-1}{2}\right)^{1/2(n+1)} \frac{M_\infty C^{1/2}}{N_{\mathrm{Re}}{}^{1/2}(1/M_\infty + \beta + \delta/l)}, \quad N_{\mathrm{Re}} = \frac{\rho_\infty V_\infty l}{\mu_\infty} \tag{1.13}$$

Из (1.8) при этом следует

$$\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial y} \sim \frac{1}{(\varkappa-1)l}\left(\frac{\delta}{l}+\frac{l}{R}\right), \quad \frac{\Delta p}{p} \sim \left(\frac{\delta}{l}+\frac{l}{R}\right)\frac{\delta}{(\varkappa-1)l}$$

где Δp — перепад давлений поперек пограничного слоя.

Таким образом, уравнение (1.8) для вязкой области может быть отброшено и уравнения (1.7), (1.9) и (1.10) будут представлять собой уравнения Прандтля для сжимаемого газа, обобщенные на случай осесимметричного течения. При $\delta / r_w \ll 1$ в этих уравнениях можно положить $r = r_w(x)$ и они примут общепринятый при $\nu = 1$ вид [6].

Введем параметр $K = \delta / \beta l$, характеризующий относительное влияние пограничного слоя на течение в невязкой области (при $K \ll 1$ влияние пограничного слоя по сравнению с влиянием тела несущественно, при $K \gg 1$ главную роль в формировании течения играет пограничный слой).

Тогда из (1.13) следует

$$K \sim \frac{\chi}{M_\infty\beta(1 + M_\infty\beta + M_\infty\beta K)}, \quad \chi = \left(\frac{\varkappa-1}{2}\right)^{1/2(n+1)} M_\infty{}^{2+n}\left(\frac{C}{N_{\mathrm{Re}}}\right)^{1/2} \tag{1.14}$$

Таким образом, роль пограничного слоя в формировании внешнего течения зависит только от соотношения параметров [3] χ и $M_\infty\beta$. Если

$$\chi \ll M_\infty\beta(1+M_\infty\beta), \quad \chi \sim M_\infty\beta(1+M_\infty\beta), \quad \chi \gg M_\infty\beta(1+M_\infty\beta)$$

---

[1] При $\sigma = 1$, $M_\infty \gg 1$ и $i_w \approx 0$ для пластины

$$\frac{i}{i_\infty} \sim \frac{\varkappa-1}{2} M_\infty{}^2 \frac{u}{V_\infty}\left(1 - \frac{u}{V_\infty}\right) \quad \text{или} \quad \frac{i}{i_\infty} \sim \frac{\varkappa-1}{2} M_\infty{}^2$$

[2] Для пластины этот факт установлен Стюартсоном [5] путем анализа решения уравнений (1.7)—(1.9).

[3] Параметр χ лишь постоянным множителем отличается от введенного в работах [1,2].

то единственно возможными решениями (1.14) соответственно будут

$$K \ll 1, \quad K \sim 1, \quad K \gg 1$$

При этом условие $\delta / l \ll 1$ будет выполняться автоматически в первом случае для любых, а в остальных для тонких тел. В случае $K \gg 1$ параметр K вместе с $M_\infty \beta$ уже не является определяющим, уступая место параметру $K_1 = M_\infty \delta / l$, так как решающим фактором в формировании течения является в этом случае взаимодействие пограничного слоя с конусом Маха.

Из (1.14) при этом следует $K_1 \sim \chi / (1 + K_1)$ и для $\delta / l \ll 1$ должно быть $K_1 \ll M_\infty$. Этот последний случай при $M_\infty \beta \ll 1$ включает в себя обтекание пластины [2,5].

Анализ всевозможных комбинаций позволяет составить следующую общую формулу, содержащую в себе как следствие рассмотренные выше частные случаи:

$$\frac{\delta}{l} \sim \beta_1 = \chi \left[M_\infty (1 + M_\infty \beta + \chi^{1/2}) \right]^{-1}$$

В невязкой области движение описывается уравнением (1.8) с отброшенными вязкими членами, уравнением (1.10) и уравнением адиабатичности, в которых для тонких тел следует положить [7] $u = V_\infty$.

2. В соответствии с п. 1 примем, что все течение между телом и головной волной разделено на две области, вязкую и невязкую, четкой границей $r = r_\delta(x)$, которая должна определяться в результате совместного решения уравнений обеих областей. Последнее допущение хорошо оправдывается при $M_\infty \gg 1$; например, для пластины (конуса) при $\sigma = 1$ и $\varkappa = 1.4$

$$y \left(\frac{\rho_\infty V_\infty}{M_\infty x} \right)^{1/2} = \mathrm{const} \left[\xi + 0.48 M_\delta^2 - 0.34 M_\delta^2 \left(1 - \frac{5 i_w}{M_\delta^2} \right) \right]$$

Здесь ξ — переменная Блазиуса, индекс δ относится к величинам на границе раздела. Границей пограничного слоя следует считать $\xi = 4.3 \div 5.3$, где $u / u_\delta = 0.970 \div 0.995$; очевидно, что при изменениях ξ в этих пределах относительное изменение y мало и имеет порядок $\Delta y / y \sim 2 / (\varkappa - 1) M_\infty^2$. Аналогичные выводы для случая распределения давлений по степенному закону получил Стюартсон [5].

Введем во всей области безразмерные величины

$$p_0 = \frac{p}{\rho_\infty V^2 (\beta_1 + \beta)^2} \qquad v_0 = \frac{v}{V_\infty (\beta_1 + \beta)}$$

$$y_0 = \frac{y}{l (\beta_1 + \beta)}, \quad r_0 = \frac{y + r_w}{l (\beta_1 + \beta)}, \quad x_0 = \frac{x}{l}$$

Кроме того, введем $\rho_1 = \rho / \rho_\infty$, $T_1 = T / T_\infty$ в невязкой области и $u_2 = u / V_\infty$, $i_2 = 2i / (\varkappa - 1) i_\infty M_\infty^2$ в вязкой. Тогда уравнения примут вид:

в невязкой области

$$\rho_1 \frac{\partial v_0}{\partial x_0} + \rho_1 v_0 \frac{\partial v_0}{\partial y_0} \frac{d^2 r_{w0}}{d x_0^2} = -\frac{\partial p_0}{\partial y_0}, \qquad \frac{\partial}{\partial x_0} \frac{p_0}{\rho_1^\varkappa} + v_0 \frac{\partial}{\partial y_0} \frac{p_0}{\rho_1^\varkappa} = 0 \tag{2.1}$$

в вязкой

$$\begin{gathered} \varkappa r_0^\nu \frac{p_0}{i_2} \left(u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_0} + v_0 \frac{\partial u_2}{\partial y_0} \right) = \frac{\varkappa - 1}{2} r_0^\nu \frac{\partial p_0}{\partial x_0} + A \frac{\partial}{\partial y_0} \left(r_0^\nu i_2 \frac{\partial u_2}{\partial y_0} \right) \\ \varkappa r_0^\nu \frac{p_0}{i_2} \left(u_2 \frac{\partial i_2}{\partial x_0} + v_0 \frac{\partial i_2}{\partial y_0} \right) = (\varkappa - 1) r_0^\nu u_2 \frac{\partial p_0}{\partial x_0} + \frac{1}{\sigma} A \frac{\partial}{\partial y_0} \left(r_0^\nu i_2 \frac{\partial i_2}{\partial y_0} \right) + 2 A i_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial y_0} \right)^2 \end{gathered} \tag{2.2}$$

$$(A = \chi^2 / \theta^4, \quad \theta = M_\infty (\beta_1 + \beta))$$

Уравнение неразрывности не изменит своего вида.

Граничные условия на скачке уплотнения имеют вид:

$$p_0 = \frac{2}{\varkappa + 1} r_{*0}'^2 - \frac{(\varkappa - 1)}{(\varkappa + 1)} \frac{1}{\varkappa \theta^2}, \qquad \rho_1 = \frac{(\varkappa + 1) \theta^2 r_{*0}'^2}{2 + (\varkappa - 1) \theta^2 r_{*0}'^2}$$

$$T_1 = \frac{\varkappa \theta^2 p_0}{\rho_1}, \quad v_0 = \frac{2}{\varkappa + 1} \frac{\theta^2 r_{*0}'^2 - 1}{\theta^2 r_{*0}'^2} - r_{w0}' \quad \text{при } r_0 = r_{*0}(x_0) \tag{2.3}$$

где $r_*(x)$ — форма скачка.

На границе раздела будем полагать

$$u_2 \approx 1, \quad v_{01} = v_{02}, \quad i_2 = 2T_1 / (\varkappa - 1) M_\infty^2 \quad \text{при } r_0 = r_{0\delta}(x_0) \tag{2.4}$$

Здесь через v_{01} и v_{02} обозначены скорости в невязкой и вязкой областях соответственно. На поверхности тела ограничимся безразмерными условиями

$$u_2 = v_0 = 0, \quad i_2 = i_w(x_0) \text{ или } \frac{\partial i_2}{\partial y_0} = \lambda(x_0) \quad \text{при } y = 0 \tag{2.5}$$

Все уравнения и все граничные условия, за исключением последнего из (2.4), содержат, кроме безразмерной формы тела и температурных условий на стенке, лишь два параметра χ и $M_\infty\beta$, так как θ в свою очередь есть функция лишь этих двух параметров. Последнее условие из (2.4) содержит число M_∞. Однако условие это означает, что

$$i_2 = \frac{2T_1}{(\varkappa - 1) M_\infty^2} \sim \frac{1}{(\varkappa - 1) M_\infty^2} + (\beta_1 + \beta)^2 \quad \text{при } r_0 = r_{0\delta}(x_0) \tag{2.6}$$

В ядре же пограничного слоя $i_2 \approx 1$. Следовательно, решающую роль в формировании профиля температур, а вместе с тем и других величин вязкой и невязкой областей играют процессы диссипации и теплопроводности, а последнее условие (2.4) с точностью общей постановки задачи несущественно.

Таким образом, можно сформулировать следующий закон подобия течений около тонких тел вязкого теплопроводного газа при $M_\infty \gg 1$.

При отекании тел, имеющих одну и ту же относительную форму $r_0(x_0) = r_w / \beta l$ и одинаковые значения $i_w(x_0)$ или $\lambda(x_0)$ в условиях (2.5), безразмерные величины p_0, ρ_1, i_2, v_0, u_2 яляются функциями лишь безразмерных переменных x_0 и y_0 и параметров χ и $M_\infty\beta$. При этом $r_{*0}(x_0)$ и $r_{\delta 0}(x_0)$ зависят лишь от χ и $M_\infty\beta$.

Если мы имеем данные об обтекании какого-либо тела при одних условиях, то эти данные можно пересчитать на обтекание при других условиях тела, аффинно преобразованного из первого на основании условий $M_\infty\beta = \text{const}$, $\chi = \text{const}$.

Известный [8] закон подобия сверхзвуковых течений идеального газа при $M_\infty \gg 1$ является частным случаем сформулированного выше при $\chi \ll M_\infty\beta\,(1 + M_\infty\beta)$, т. е. при $\beta_1 \ll \beta$.

При $\beta_1 \gg \beta$ параметр $M_\infty\beta$ становится несущественным и течение будет определяться параметром χ.

Следует отметить, что подобие течений в пограничном слое будет нарушаться вблизи его внешней границы, где $[(\varkappa - 1) / 2]\, M_\infty^2(1 - u^2 / u_\delta^2) \sim 1$, и, следовательно, отношение T / T_δ имеет порядок единицы, хотя и превышает ее по величине. В этой зоне нельзя не учитывать условие (2.6); кроме того, отношение $(\partial p / \partial y) / (\partial p / \partial y)_1$, где индекс 1 относится к невязкой области, имеет порядок $T_\delta / T \sim 1$, т. е., строго говоря, система уравнений пограничного слоя должна быть дополнена уравнением (1.8) с отброшенными вязкими членами. Однако, как указано выше, относительные размеры этой зоны малы и, следовательно, влияние ее на течение в целом несущественно.

Поступила 20 XI 1957

ЛИТЕРАТУРА

1. Шен. Об уравнениях пограничного слоя при очень больших числах. Сб. переводов. Механика, № 1, 1953.
2. Lees. On the Boundary Layer Equations in Hypersonic Flow and their Approximate Solutions. JAS, No. 2, 1953.
3. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, т. II, ГТИ, М., 1948.
4. Современное состояние гидродинамики вязкой жидкости, под ред. Гольдштейна, т. I., ИЛ, М., 1948.
5. Stewertson. On the Motion of a Flat Plat at High Speed in Viscous Compressible fluid. JAS, No. 5, 1955.
6. Современное состояние аэродинамики больших скоростей, под ред. Хауарта. ИЛ, М., 1955.
7. Ильюшин А. А. Закон плоских сечений. ПММ, т. XX, вып. 6, 1956.
8. Tsien. Similarity Laws of Hypersonic Flow. J. Math. and Phys., vol. XXXV, No. 3, 1946.