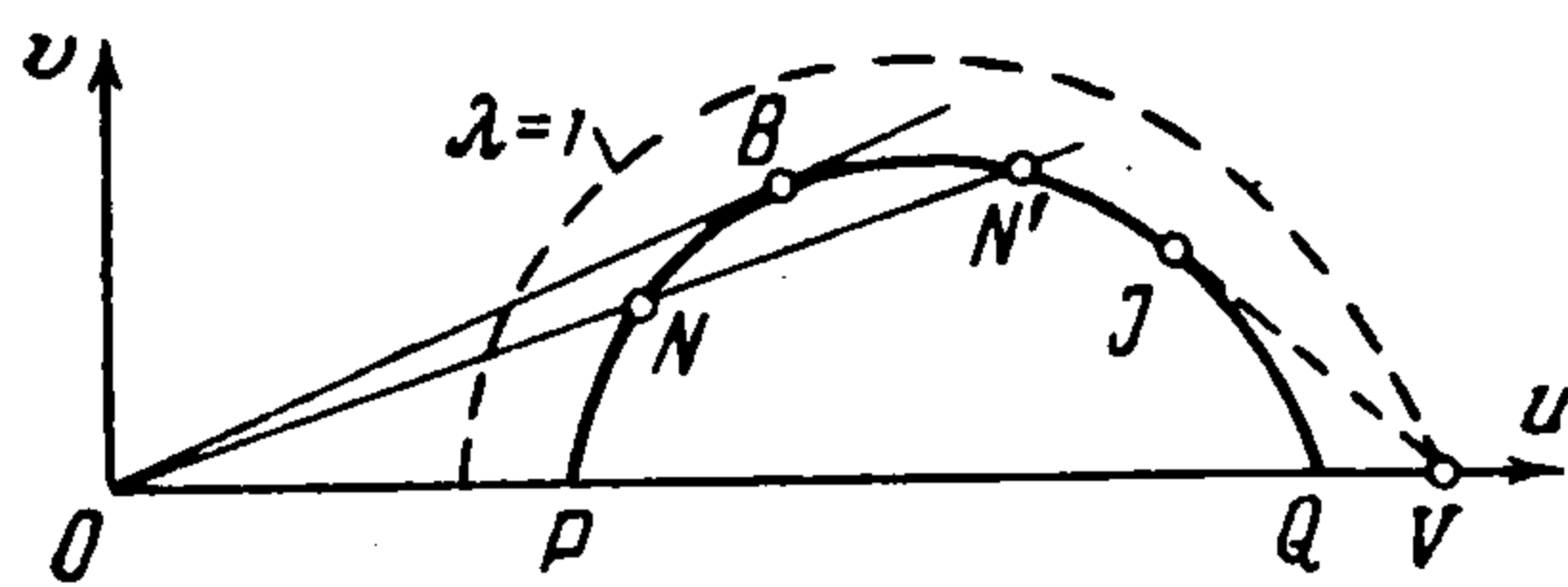


## УСТАНОВИВШЕЕСЯ ОБТЕКАНИЕ КОНУСА ПОТОКОМ ДЕТонирующего газа

С. С. Квашнина, Г. Г. Черный  
(Москва)

Детонационному горению газовых смесей посвящено много теоретических и экспериментальных работ. Вследствие большой скорости распространения волн детонации (порядка нескольких км/сек) в экспериментальных работах изучались лишь неустановившиеся движения газа, возникающие при распространении детонации в покоящейся среде. Теоретические решения также относились главным образом к случаям распространения плоских, цилиндрических и сферических детонационных волн по



Фиг. 1

покоящемуся газу с постоянной или изменяющейся по определенному закону плотностью [1-4].

В последнее время в связи с проблемой сжигания топлива в сверхзвуковом потоке [5, 6] возник интерес к изучению установившихся течений газа с детонационными волнами и начали появляться работы по обтеканию тел потоком газа, способного к детонации.

В работе [7] выведено уравнение, которое при известной скорости набегающего потока и заданном отношении температур торможения газа за волной детонации и перед ней связывает компоненты скорости за детонационной волной (уравнение детонационной поляры). На детонационной поляре (фиг. 1) участок  $PJ$  соответствует сильным (или пересжатым) детонационным волнам, у которых нормальная составляющая скорости газа за волной меньше скорости звука, участок  $JQ$  соответствует слабым (или недосжатым) детонационным волнам, у которых нормальная составляющая скорости газа за волной больше скорости звука. Точка  $J$ , разделяющая на поляре эти два типа детонации (точка  $J$  получается путем проведения касательной к детонационной поляре из точки  $V$ , соответствующей скорости набегающего потока), отвечает детонации Чепмена — Жуге, при которой нормальная составляющая скорости газа за волной равна местной скорости звука. Отметим, что недосжатые волны детонации в обычных условиях не осуществляются [1].

В работе [8] решена задача об обтекании детонирующим газом клина. Результаты этой работы состоят в следующем. Если угол  $\theta$  стенки обтекаемого клина с направлением набегающего потока больше угла между этим направлением и касательной  $OB$  к детонационной поляре (фиг. 1), то обтекание клина с присоединенной детонационной волной и поступательным потоком за ней невозможно и перед клином образуется отсоединенная детонационная волна. При меньших значениях угла  $\theta$  направление стенки клина имеет две точки пересечения с детонационной полярой (точки  $N$  и  $N'$  на фиг. 1).

Как и в случае обычной ударной волны, для точек  $N'$  скорость газа за детонационной волной сверхзвуковая (исключая весьма малую окрестность точки  $B$ ), а для точек  $N$  — дозвуковая. При обтекании клина свободным потоком детонирующего газа будут осуществляться режимы детонации, соответствующие точкам  $N'$ , т. е. более слабым детонационным волнам. При уменьшении угла клина  $\theta$  до совпадения точки  $N'$  с точкой  $J$ , т. е. при  $\theta = \theta_J$ , как уже говорилось, детонация является детонацией Чепмена — Жуге, в которой нормальная к волне составляющая скорости сгоревшего газа равна скорости звука, так что волна совпадает с прямолинейной характеристикой сверхзвукового течения за ней. Если и дальше уменьшать угол клина, то волна детонации остается прежней, соответствующей детонации Чепмена — Жуге, а от прямолинейной характеристики, совпадающей с волной детонации, начнется течение разрежения Прандтля — Майера, в котором поток поворачивается от угла  $\theta_J$  до направления  $\theta < \theta_J$ , соответствующего обтеканию стенки клина. В предельном случае, когда  $\theta = 0$ , поток в волне разрежения приобретает вновь первоначальное направление, так что решение в этом случае соответствует распространению волны детонации от прямолинейного поджигающего источника, перпендикулярного направлению набегающего потока. Пример течения, соответствующего такому решению, приведен на фиг. 2.

Экспериментально удобнее изучать стационарные детонационные волны при обтекании тел вращения, а не профилей. В связи с этим в настоящей работе рассмотрен простейший случай обтекания тела вращения — симметричное обтекание круглого конуса.

Симметричное обтекание конуса потоком детонирующего газа легко изучить, пользуясь известной теорией осесимметричных конических течений газа [9, 10]. Согласно этой теории уравнение, связывающее составляющие скорости  $u$  в направлении оси симметрии и  $v$  — по нормали к ней, имеет в случае конических течений следующий вид:

$$vv'' = 1 + v'^2 - \frac{(u + vv')^2}{a^2} \quad (1)$$

где штрихи обозначают дифференцирование по  $u$  и  $a$  — скорость звука, определяемая выражением

$$a^2 = \frac{\gamma + 1}{2} \lambda a_*^2 - \frac{\gamma - 1}{2} (u^2 + v^2)$$

( $\gamma$  — отношение теплоемкостей,  $a_*$  — критическая скорость газа перед волной детонации,  $\lambda$  — отношение температур торможения за волной и перед ней). Связь между плоскостью  $uv$  и плоскостью  $xy$  дается соотношением

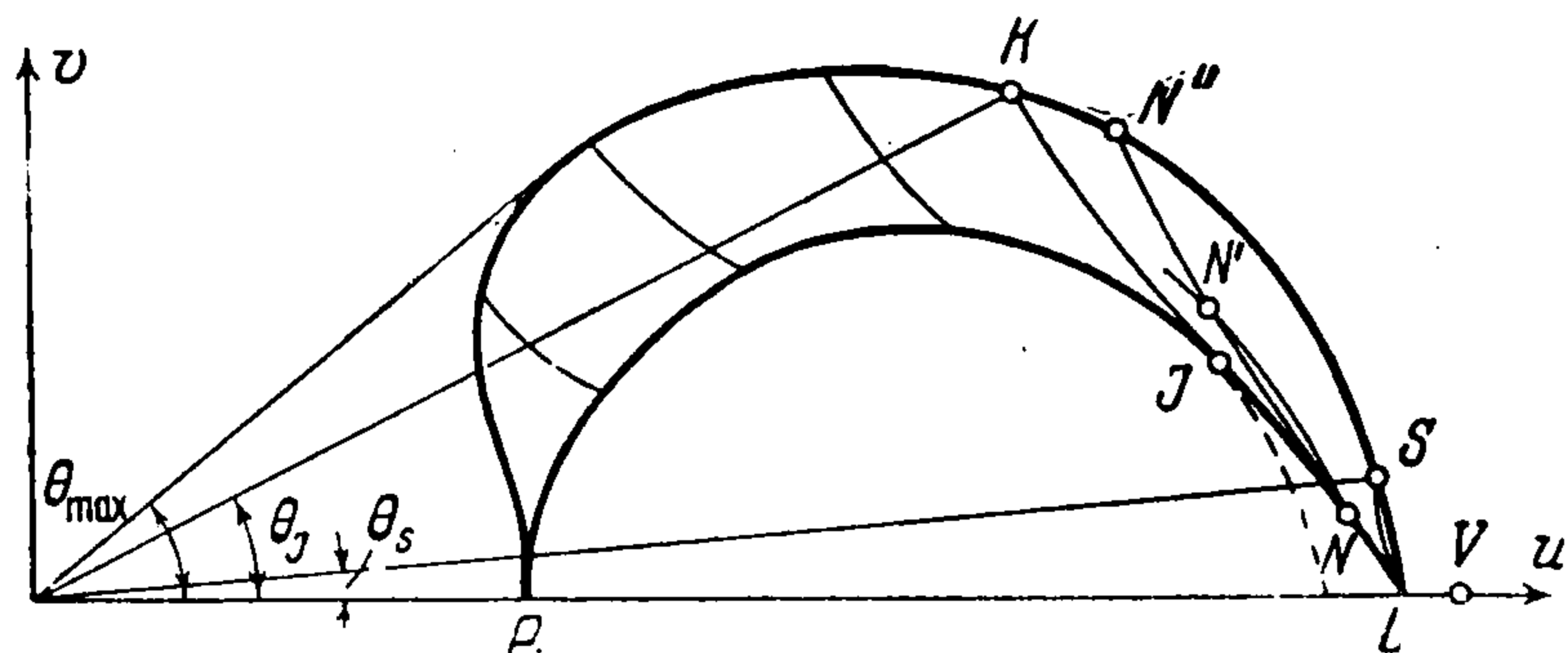
$$\frac{y}{x} = -\frac{1}{v'}$$

т. е. при одинаковом направлении осей  $x$  и  $u$  нормаль к интегральной кривой  $v(u)$  уравнения (1) параллельна соответствующему лучу в плоскости  $xy$ .

В задаче об обтекании конуса потоком детонирующего газа интегральная кривая уравнения (1) должна начинаться на детонационной поляре, уравнение которой [8]

$$v^2 = (V - u) \frac{Vu(V - u) - (\lambda V - u)a_*^2}{[2/(\gamma + 1)]V^2 - Vu + a_*^2}$$

( $V$  — скорость набегающего потока). В соответствии с приведенной выше связью между плоскостями  $uv$  и  $xy$  интегральная кривая в начальной точке должна иметь направление, нормальное образующей волны детонации, т. е. должна выходить из начальной точки вдоль прямой (фиг. 3),



Фиг. 3

соединяющей эту точку с точкой  $V$ , соответствующей скорости набегающего потока. Интегральная кривая должна заканчиваться в точке, в которой удовлетворено соотношение

$$u + vv' = 0$$

следующее из краевого условия на поверхности обтекаемого конуса.

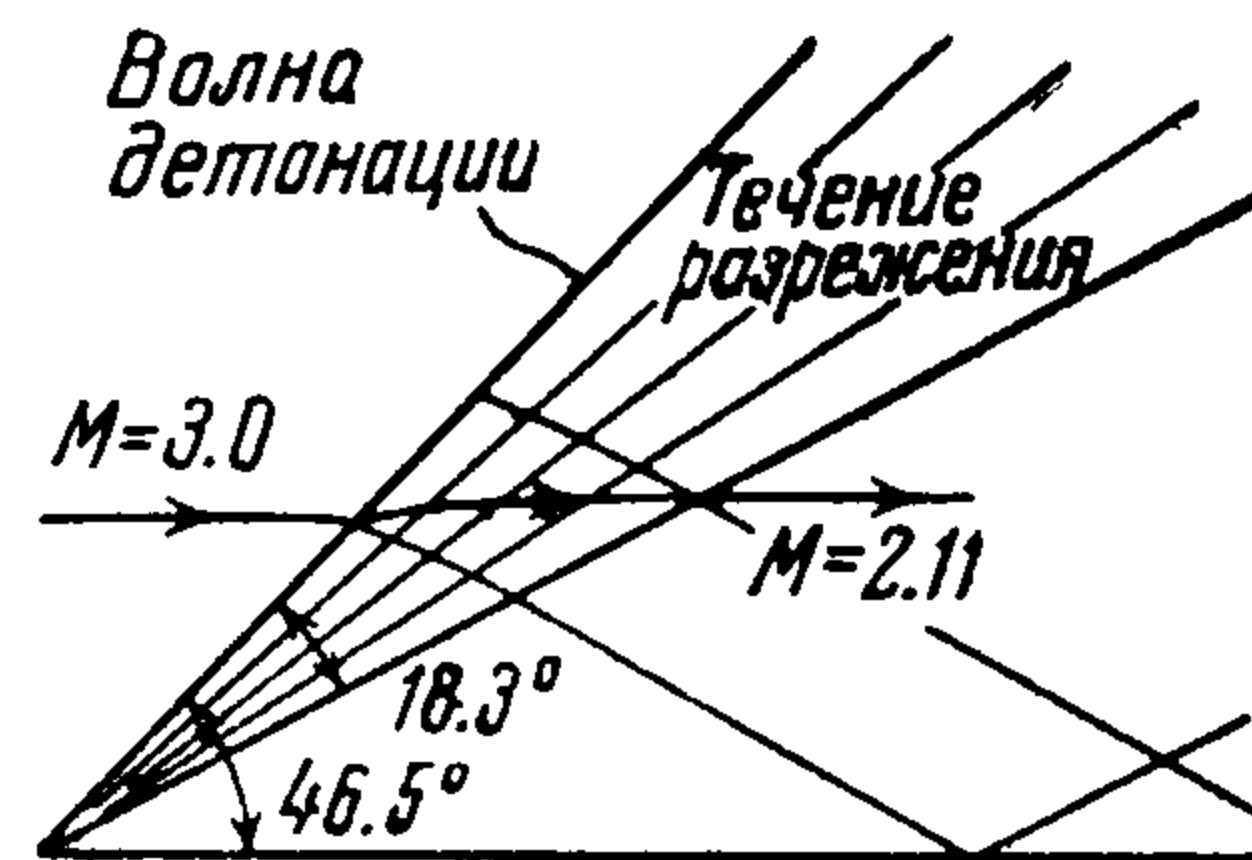
Условие однозначности решения в плоскости  $xy$  требует, чтобы при движении вдоль интегральной кривой от детонационной поляры нормаль к кривой монотонно поворачивалась по часовой стрелке.

Уравнение (1) может быть заменено геометрическим соотношением [9]

$$R = -\frac{N}{1 - U^2/a^2}$$

$$\left( R = -\frac{(1 + v'^2)^{3/2}}{v''}, N = v(1 + v'^2)^{1/2}, U = \frac{u + vv'}{(1 + v'^2)^{1/2}} \right)$$

Здесь  $R$  — радиус кривизны интегральной кривой,  $N$  — абсолютное значение отрезка нормали к интегральной кривой между кривой и осью  $u$ ,  $U$  — составля-

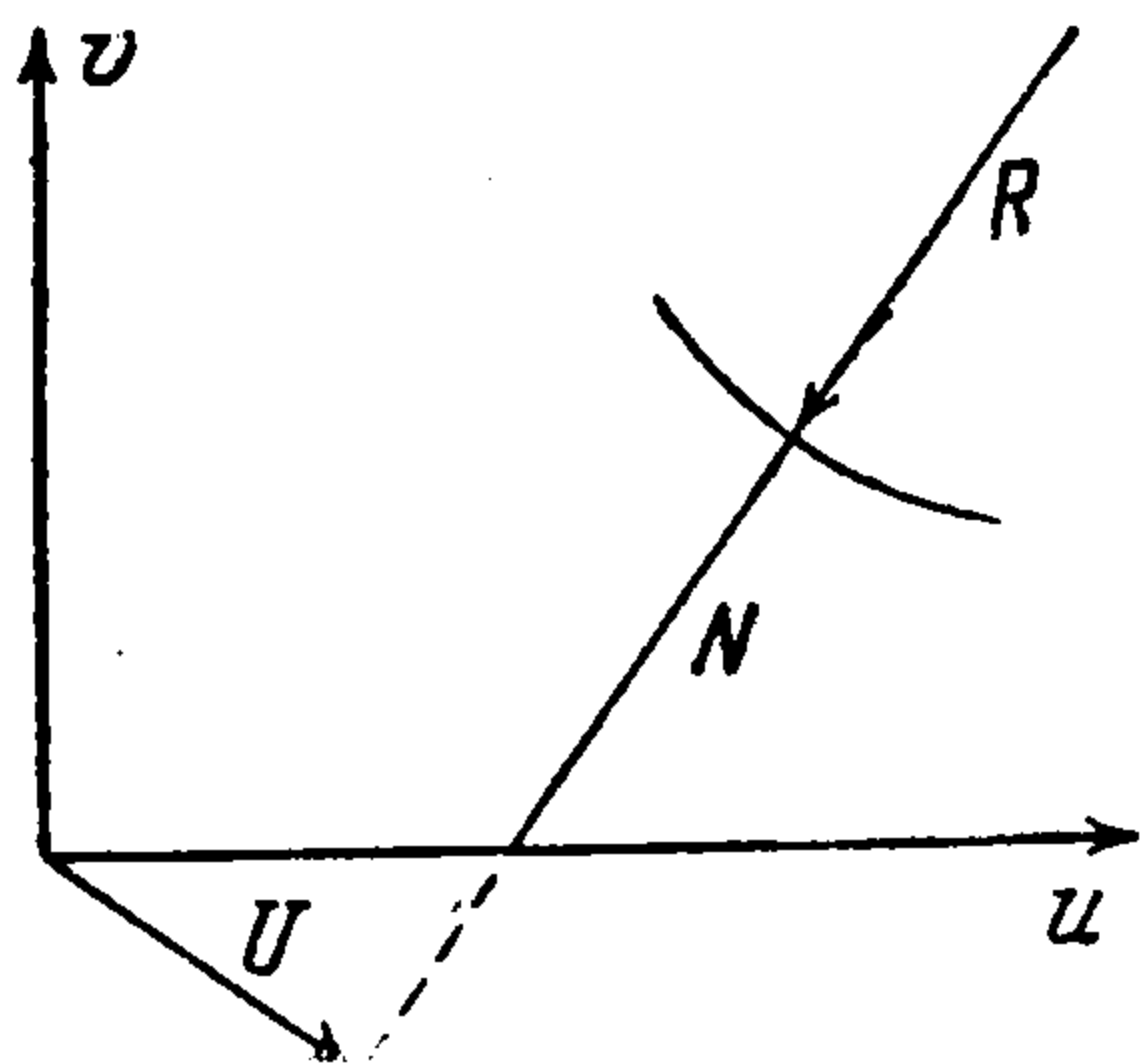


Фиг. 2

ющая скорости, касательная к направлению интегральной кривой в данной точке, т. е. составляющая скорости газа  $v_n$ , нормальная к соответствующему лучу (фиг. 4) в плоскости  $xu$ .

Так как в точках детонационной поляры (фиг. 3), лежащих левее точки  $J$  и соответствующих пересжатой волне детонации,  $v_n < a$ , то интегральные кривые, описывающие течения за пересжатыми волнами детонации, обращены в начальных точках выпуклостью к оси  $u$ .

В согласии со сказанным выше относительно направления вращения нормали эти кривые выходят из начальных точек влево и соответствуют коническим течениям



Фиг. 4

сжатия, аналогичным течениям в хорошо известном случае обтекания конуса с ударной волной. Концы интегральных кривых, соответствующие поверхности обтекаемого конуса (нормаль к интегральным кривым в этих точках должна проходить через начало координат для того, чтобы при этом было удовлетворено требуемое краевое условие  $v_n = 0$ ), образуют на фиг. 3 отрезок  $PK$  кривой, аналогичной «яблоковидной» кривой в известном случае  $\lambda = 1$ .

В точке  $J$ , соответствующей детонации Чепмена — Жу́ге,  $v_n = a$ , так что радиус кривизны интегральной кривой в точке  $J$  равен бесконечности.

Рассматривая взаимное расположение интегральной кривой и кривых  $v_n = a$  (которые в случае совершенного газа с постоянными теплоемкостями являются, как известно, эпициклоидами), легко показать, что в точке  $J$  интегральная кривая имеет точку перегиба. Поэтому из точки  $J$  можно начать двигаться по интегральной кривой не только влево, как из точек, лежащих на поляре левее  $J$ , но и вправо, сохраняя при этом вращение нормали по часовой стрелке. Последнему случаю отвечает начинающееся за детонационной волной коническое течение разрежения, в котором направление скорости газа приближается к направлению оси симметрии. В этом течении разрежения на каждом луче, выходящем из вершины конуса, нормальная к лучу составляющая скорости больше скорости звука, поэтому каждый такой луч можно заменить коническим скачком уплотнения.

Рассмотрим некоторую точку  $N$  интегральной кривой, описывающей течение разрежения (фиг. 3), и проведем через эту точку ударную поляру, для которой скорость  $ON$  является начальной скоростью. Точка  $N'$  в плоскости  $uv$ , соответствующая скорости газа за скачком уплотнения, должна лежать на пересечении ударной поляры с касательной к интегральной кривой в точке  $N$ .

Действительно, из условия неразрывности области течения в плоскости  $xu$  следует, что направление скачка, определяемое как направление нормали к секущей  $NN'$ , должно совпадать с направлением нормали к интегральной кривой в точке  $N$ . Так как  $v_n < a$  в точке  $N'$ , то интегральная кривая, соответствующая течению за скачком уплотнения, обращена выпуклостью к оси  $u$  и должна выходить из точки  $N'$  в направлении  $NN'$ . Эта кривая описывает течение сжатия и продолжается, как и кривые, выходящие из точек отрезка  $PJ$  детонационной поляры, до точки  $N''$ , в которой  $v_n = 0$ . Интенсивность скачка уплотнения, замыкающего волну разрежения, уменьшается до нуля при приближении к точке  $J$ , так как в этой точке ударная поляра касается интегральной кривой. Это следует из того, что ударная поляра и эпициклоида  $v_n = a$  имеют в этой точке общую касательную с интегральной кривой. По этой же причине интенсивность скачка уплотнения стремится к нулю и при приближении точки  $N$  к точке  $L$ , лежащей на оси  $u$ . Совокупность точек  $N''$ , соответствующих всем положениям точки  $N$  в промежутке  $JL$  интегральной кривой, составляет участок  $KS$  «яблоковидной» кривой.

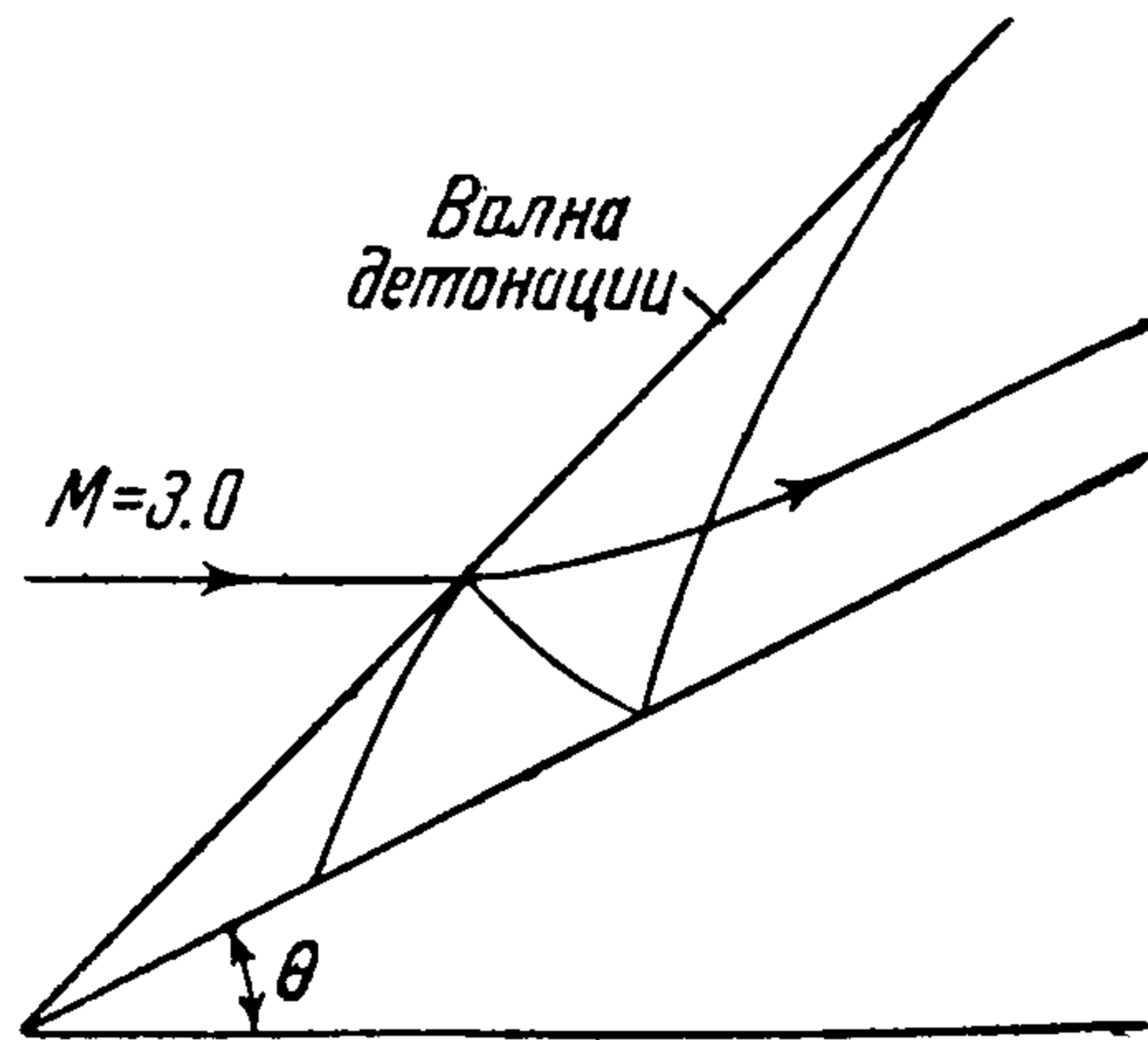
После точки  $L$  течение может быть продолжено различными способами. Под тем же углом, что и интегральная кривая  $JL$ , из этой точки, которая является особой точкой дифференциального уравнения (1), выходит семейство интегральных кривых, имеющих различную кривизну [9]. Из условия однозначности решения в плоскости  $xu$  следует, что для продолжения решения, соответствующего интегральной кри-

вой  $JL$ , могут быть использованы те интегральные кривые, которые в этой точке имеют кривизну иного знака, чем у кривой  $JL$ . Эти интегральные кривые описывают течения сжатия, непрерывным образом примыкающие к течению разрежения  $JL$ . Концы интегральных кривых, в которых удовлетворяется условие  $v_n = 0$ , образуют остальную часть  $SL$  «яблоковидной» кривой.

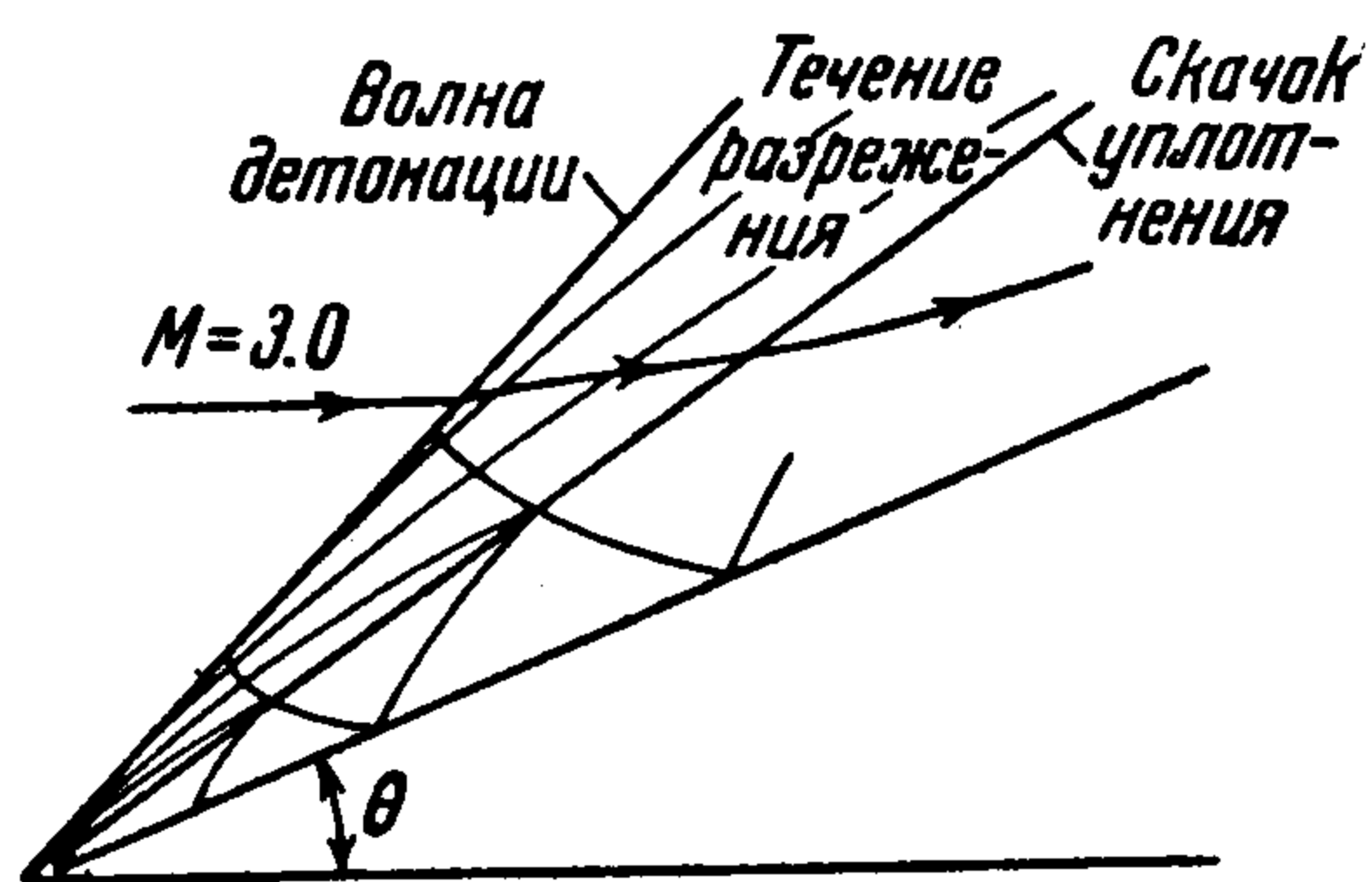
Возможность непрерывного сопряжения течения разрежения, описываемого интегральной кривой  $JL$ , с различными течениями сжатия связана, естественно, с тем, что крайний луч течения разрежения, соответствующий точке  $L$ , является характеристикой.

Приведенный анализ показывает таким образом, что при обтекании конуса потоком детонирующего газа возможны следующие виды течений. При каждом значении угла конуса, меньшем некоторого предельного значения  $\theta_{\max}$ , зависящего от числа  $M$  набегающего потока, от величины  $\lambda$ , характеризующей теплотворную способность горючей смеси, и от отношения теплоемкостей  $\gamma$ , могут осуществляться два режима обтекания конуса с присоединенной конической волной детонации. По-видимому, как и в случае инертного газа, при обтекании конуса свободным потоком детонирующей смеси будет осуществляться режим, соответствующий более слабой детонационной волне.

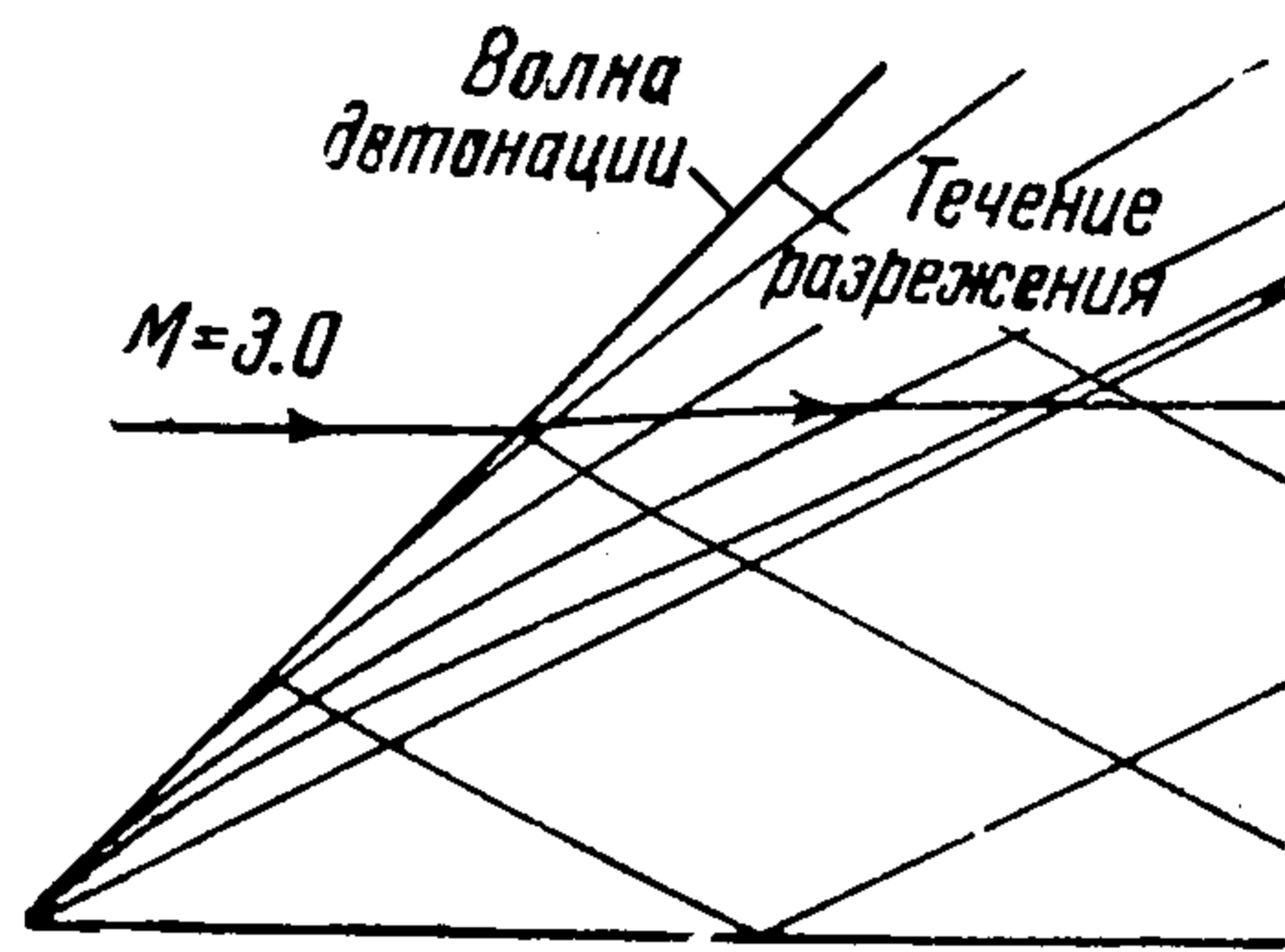
При этом если угол конуса меньше  $\theta_{\max}$ , но больше или равен  $\theta_J$  (фиг. 3), то между волной детонации и поверхностью конуса осуществляется непрерывное течение сжатия (при  $\theta > \theta_J$  волна детонации будет пересжатой). Этот случай течения вполне аналогичен хорошо изученному случаю обтекания конуса потоком инертного газа с присоединенной ударной волной. В соответствии с тем, что нормальная к лучам составляющая скорости газа в этом течении меньше скорости звука, характерис-



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

тики, исходящие от поверхности конуса или от звуковой линии (если такая существует), достигают волны детонации и при изменении угла конуса меняется и угол раскрытия конической волны детонации. Картина течения для этого случая изображена на фиг. 5.

При уменьшении угла конуса до значений, меньших  $\theta_J$ , между волной детонации, остающейся неизменной и соответствующей детонации Чепмена — Жуге, и течением сжатия вблизи поверхности конуса возникает коническая зона разрежения, которая замыкается скачком уплотнения. При уменьшении угла конуса ширина зоны разрежения возрастает, а интенсивность замыкающего ее скачка сначала увеличивается, а затем вновь начинает уменьшаться. При значении  $\theta = \theta_s$  ширина зоны разрежения становится наибольшей, а замыкающий ее скачок уплотнения вырождается в характеристику. Поток на этой характеристике направлен вдоль оси симметрии течения, и поворот его до требуемого направления происходит непрерывным образом в волне сжатия. При дальнейшем уменьшении угла  $\theta$  интенсивность волны сжатия уменьшается до тех пор, пока при нулевом угле конуса она не исчезнет совсем. При этом за конической зоной разрежения поток остается поступательным и направленным вдоль оси симметрии. Такой предельный случай соответствует распространению детонационной волны от точечного поджигающего источника и описы-

вает также обтекание произвольного тела конечных размеров, в том числе конуса при  $\theta > \theta_{\max}$ , потоком детонирующего газа на больших расстояниях от тела.

В соответствии с тем, что в конической волне разрежения  $v_n > a$ , возмущения, идущие от поверхности конуса вдоль характеристик, не могут проникнуть в эту область и повлиять на положение детонационной волны.

Течения с волной разрежения при наличии замыкающего ее скачка уплотнения и без него изображены соответственно на фиг. 6 и 7.

Тот факт, что в отличие от случая волны разрежения в плоском потоке, внутри конической зоны разрежения возможно образование конического скачка уплотнения, связан с своеобразным поведением характеристик в конической волне разрежения (ср. фиг. 2 и 7).

Движение конуса в детонирующем газе при наличии за волной детонации скачка уплотнения представляет собой любопытный пример течения, в котором существуют движущиеся по частицам в одну и ту же сторону два разрыва: волна детонации, распространяющаяся по частицам газа за ней с нормальной составляющей скорости, равной скорости звука, и следующий за волной детонации скачок уплотнения, распространяющийся по частицам газа перед ним со сверхзвуковой скоростью.

Заметим в заключение, что при скорости потока детонирующей смеси, много большей скорости распространения детонационной волны, задача об обтекании конуса может быть сведена приблизительно к задаче о расширении с постоянной скоростью цилиндрического поршня в детонирующем газе [11].

Поступила 11 XI 1958

#### ЛИТЕРАТУРА

1. З е л ь д о в и ч Я. Б., К о м п а н е е ц А. С. Теория детонации. [Гостехиздат, М., 1955.
2. Б а м - З е л и к о в и ч Г. М. Распад произвольного разрыва в горючей смеси. Сб. статей «Теоретическая гидромеханика», № 4, стр. 112—141, Оборонгиз, М., 1949.
3. С е д о в Л. И. О движении газа при звездных вспышках. Докл. АН СССР, т. СХI, № 4, 1956.
4. Я в о р с к а я И. М. Решение некоторых задач о детонации в среде с переменной плотностью, Докл. АН СССР, т. СХI, № 4, 1956.
5. D u n l a p R., B r e h m R. L., N i c o l l s J. A. A preliminary study of the application of steady-state detonative combustion to a reaction engine. Jet propulsion, 28, 7, 1958.
6. R o u M. Propulsion supersonique par turbo-reacteurs et par statoreacteurs. Preprint, I Intern. Congr. Aeron. Sciences, Madrid, Sept., 1958.
7. S i e s t r u n c k R., F a b r i J., L e G r i v e s E. Some properties of stationary detonation waves. IV Symp. on Combustion, Baltimore, 1953.
8. R u t k o w s k i J., N i c h o l l s J. A. Considerations for the attainment of a standing detonation wave. Proc. Gas Dynamics Symp. on Aerothermochemistry, Evanston, Ill., 1956.
9. В у с е м а н н А. Die achsensymmetrische kegelige Überschallströmung, Luftfahrtforsch., 19, 4, 1942.
10. Н и к о л ь с к и й А. А. Конические осесимметрические сверхзвуковые газовые течения разрежения. Сб. теоретических работ по аэродинамике, стр. 43—55, Оборонгиз, М., 1957.
11. С е д о в Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Гостехиздат, М., 1957.