

ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

А. С. Гиневский, Е. Е. Солодкин

(Москва)

При расчете осесимметричного турбулентного пограничного слоя влиянием поперечной кривизны поверхности на форму профиля скорости и другие характеристики слоя обычно пренебрегают, так как предполагается, что толщина пограничного слоя δ существенно меньше радиуса поперечного сечения r_w осесимметричной поверхности [1, 2, 3].

В настоящей работе предлагается приближенное решение задачи об осесимметричном турбулентном пограничном слое на выпуклых и вогнутых поверхностях с учетом продольного градиента давления и поперечной кривизны поверхности. В предельном случае при $r_w \rightarrow \infty$ полученное решение переходит в известное решение для плоского пограничного слоя на криволинейной поверхности; в другом предельном случае, когда продольный градиент давления равен нулю, получаем решение задачи об осесимметричном турбулентном пограничном слое цилиндра (выпуклая поверхность [4]) или же слабо расширяющегося канала (вогнутая поверхность [5]).

Рассмотрение характеристик пограничного слоя при нулевом продольном градиенте давления, а также параметров слоя в отрывном сечении позволяет сделать некоторые выводы о влиянии поперечной кривизны поверхности на форму профиля скорости и характеристики турбулентного пограничного слоя. В заключение приводится сопоставление расчетных и экспериментальных значений коэффициента сопротивления обтекаемых вдоль оси длинных цилиндров.

На основе полученных результатов может быть построено решение некоторых задач, например, о турбулентном пограничном слое тела вращения, осесимметричного диффузора, начального участка круглой трубы и т. п.

1. Профиль скорости и закон сопротивления. Рассмотрим продольное обтекание тела вращения потоком вязкой несжимаемой жидкости и течение жидкости в осесимметричном диффузоре. Выберем криволинейную систему координат. Ось x направим вдоль образующей, ось y — по нормали к поверхности. Дифференциальные уравнения, описывающие осредненное стационарное течение в турбулентном пограничном слое цилиндра или канала, в этих координатах имеют вид:

$$ru \frac{\partial u}{\partial x} + rv \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{r}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (r\tau)}{\partial y}, \quad \frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial y} = 0 \quad (1.1)$$

где r — радиус концентрического элемента пограничного слоя, u , v — соответственно продольная и нормальная составляющие скорости в пограничном слое, ρ — плотность жидкости, p — давление, τ — напряжение силы трения в пограничном слое. При этом в случае выпуклой поверхности $r = r_w + y \cos \theta$, в случае вогнутой поверхности $r = r_w - y \cos \theta$, где r_w — радиус поперечного сечения выпуклой или вогнутой поверхности и θ — угол между касательной к меридиональной образующей осесимметричной поверхности и осью симметрии. Поскольку $\cos \theta \approx 1$, то с большой степенью точности можно принять

$$r = r_w \pm y \quad (1.2)$$

Здесь и в дальнейшем верхние знаки будут относиться к выпуклой поверхности, а нижние — к вогнутой.

Чтобы получить формулу для распределения скорости в турбулентном пограничном слое выпуклой или вогнутой поверхности, разложим произведение $r\tau$ вблизи поверхности в ряд Маклорена:

$$r\tau = r_w \tau_w + \left[\frac{\partial (r\tau)}{\partial y} \right]_{y=0} y + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 (r\tau)}{\partial y^2} \right]_{y=0} y^2 + \dots$$

где τ_w — напряжение силы трения на поверхности. Коэффициенты ряда находятся

последовательным дифференцированием первого уравнения (1.1) с учетом второго и граничных условий на поверхности:

$$\frac{\partial(r\tau)}{\partial y} = r_w \frac{dp}{dx}, \quad \frac{\partial^2(r\tau)}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^3(r\tau)}{\partial y^3} = \frac{r_w \tau_w}{\mu\nu} \frac{d\tau_w}{dx} \quad \text{при } y = 0$$

(здесь μ — коэффициент вязкости и ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости). Поэтому для небольших расстояний от поверхности с точностью до членов третьего порядка можно приближенно положить

$$r\tau = r_w \tau_w \left(1 + \frac{dp}{dx} \frac{y}{\tau_w}\right) = r_w \tau_w (1 + \lambda y^\circ) \quad \left(y^\circ = y/\delta, \quad \lambda = \frac{dp}{dx} \frac{\delta}{\tau_w}\right) \quad (1.3)$$

Таким образом, законы изменения напряжения силы трения вблизи выпуклой и вогнутой поверхностей описываются одним и тем же уравнением. Только входящая в (1.3) величина r по-разному определяется для выпуклой или вогнутой поверхности.

Согласно гипотезе пути смещения напряжение силы трения в турбулентном потоке связано с градиентом осредненной скорости соотношением

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \quad (1.4)$$

где l — длина пути смещения. Вблизи поверхности, где выполняется условие (1.3), длину пути смещения можно считать пропорциональной расстоянию от поверхности $l = ky$. Здесь k — безразмерная величина, определяемая опытным путем.

Подставляя (1.4), (1.2) и $l = ky$ в (1.3), получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{v_*}{k} \frac{V_{1+\lambda y^\circ}}{y^\circ V_{1 \pm \delta^\circ y^\circ}} \quad \left(\delta^\circ = \frac{\delta}{r_w}, \quad v_* = V_{\tau_w/\rho}\right)$$

Здесь v_* — динамическая скорость. Интегрируя это уравнение и определив постоянную интегрирования из условия, что на внешней границе слоя ($y = \delta$) продольная составляющая скорости в пограничном слое равна скорости внешнего потенциального потока U в случае внешнего обтекания (выпуклая поверхность) или же скорости U в ядре потока в случае канала (вогнутая поверхность), получим выражение для профиля скорости

$$\frac{u}{U} = 1 + \frac{1}{z} \left\{ \ln y^\circ - \ln \frac{2 + (\lambda \pm \delta^\circ) y^\circ + 2V_{(1+\lambda y^\circ)(1 \pm \delta^\circ y^\circ)}}{2 + \lambda \pm \delta^\circ + 2V_{(1+\lambda)(1 \pm \delta^\circ)}} \pm \sqrt{\frac{\lambda}{\delta^\circ}} F_{1,2} \right\} \quad \left(z = \frac{kU}{v_*}\right) \quad (1.5)$$

где для выпуклой поверхности

$$F_1 = \ln \frac{\lambda + \delta^\circ + 2\lambda\delta^\circ y^\circ + 2V_{\lambda\delta^\circ(1+\lambda y^\circ)(1+\delta^\circ y^\circ)}}{\lambda + \delta^\circ + 2\lambda\delta^\circ + 2V_{\lambda\delta^\circ(1+\lambda)(1+\delta^\circ)}}$$

и соответственно для вогнутой поверхности

$$F_2 = \arcsin \left(1 - 2\delta^\circ \frac{1+\lambda y^\circ}{\delta^\circ + \lambda}\right) - \arcsin \left(1 - 2^\circ \frac{1+\lambda}{\delta^\circ + \lambda}\right)$$

Формулы (1.5) справедливы при любых положительных продольных градиентах давления и при весьма малых по абсолютной величине отрицательных градиентах давления. В самом деле, при $\lambda < -1$, как следует из (1.3), вблизи внешней границы слоя касательное напряжение становится отрицательным, в связи с чем при $\lambda < -1$ формулы (1.5) теряют смысл. Таким образом, определяется диапазон возможных значений параметра λ , характеризующего влияние продольного градиента давления, $-1 < \lambda \leq \infty$ и параметра δ° , характеризующего влияние поперечной кривизны поверхности $0 \leq \delta^\circ \leq \infty$ (выпуклая поверхность) и $0 \leq \delta^\circ \leq 1$ (вогнутая поверхность).

Формулы (1.5) справедливы только начиная с некоторого расстояния от поверхности, так как вблизи стенки турбулентные пульсации затухают и существенным становится вязкое трение.

Для установления закона сопротивления, связывающего λ , z , δ° и $R_r = Ur_w/\nu$, рассмотрим течение в ламинарном подслое, непосредственно примыкающем к поверхности. Внутри ламинарного подслоя касательное напряжение определяется по форму-

ле $\tau = \mu du / dy$. Подставляя это выражение в (1.3), проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение и определим постоянную интегрирования из условия обращения в нуль скорости u на поверхности. Получим

$$\frac{u}{U} = \pm \frac{k^2}{z^2} R_r \left\{ \ln(1 \pm \delta^\circ y^\circ) + \lambda \left[y^\circ \mp \frac{1}{\delta^\circ} \ln(1 \pm \delta^\circ y^\circ) \right] \right\} \quad (1.6)$$

Для получения закона сопротивления необходимо приравнять скорости, определяемые (1.5) и (1.6), на внешней границе ламинарного подслоя ($y = \delta_{\text{л}}$), где эти формулы одинаково справедливы. Однако для этого требуется прежде всего определить толщину ламинарного подслоя. Толщину ламинарного подслоя можно определить из известного соотношения Кармана $\delta_{\text{л}} = \alpha \nu / v_*$. Однако в отличие от простейшего случая турбулентного пограничного слоя гладкости, где величина α является константой, в рассматриваемом общем случае величина α будет зависеть от продольного градиента давления и поперечной кривизны поверхности.

Итак, приравнявая (1.5) и (1.6) при $y_{\text{л}}^\circ = \delta_{\text{л}} / \delta = \alpha / R_*$, где $R_* = v_* \delta / \nu$, получим выражение для закона сопротивления

$$z = \ln \frac{2 + (\lambda \pm \delta^\circ) \alpha / R_* + 2 \sqrt{(1 + \lambda \alpha / R_*) (1 \pm \delta^\circ \alpha / R_*)}}{2 + \lambda \pm \delta^\circ + 2 \sqrt{(1 + \lambda) (1 \pm \delta^\circ)}} - \ln \frac{\alpha}{R_*} \pm \quad (1.7)$$

$$\pm \frac{k R_*}{\delta^\circ} \left\{ \ln \left(1 \pm \frac{\delta^\circ \alpha}{R_*} \right) + \lambda \left[\frac{\alpha}{R_*} \mp \frac{1}{\delta^\circ} \ln \left(1 \pm \frac{\delta^\circ \alpha}{R_*} \right) \right] \right\} \mp \sqrt{\frac{\lambda}{\delta^\circ}} F_{1,2} \left(\lambda, \delta^\circ, \frac{\alpha}{R_*} \right)$$

причем величины $F_{1,2}(\lambda, \delta^\circ, \alpha / R_*)$ равны соответственно F_1 и F_2 при $y^\circ = \alpha / R_*$, а $R_* = (k/z) \delta^\circ R_r$.

Выражения для профиля скорости (1.5) вместе с законом сопротивления (1.7) и интегральным соотношением Кармана

$$\frac{d\vartheta^{**}}{dx} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} (2\vartheta^{**} + \vartheta^*) = r_w \frac{c_f}{2} \quad \left(c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2} = \frac{2k^2}{z^2} \right) \quad (1.8)$$

позволяют полностью решить задачу об осесимметричном турбулентном пограничном слое, поскольку для определения трех неизвестных ϑ^* , ϑ^{**} и c_f имеются три уравнения.

Здесь

$$2\pi\vartheta^* = 2\pi \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U} \right) (r_w \pm y) dy = 2\pi r_w \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{u}{U} \right) \left(1 \pm \delta^\circ y^\circ \right) dy^\circ$$

$$2\pi\vartheta^{**} = 2\pi r_w \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{u}{U} \right) \frac{u}{U} \left(1 \pm \delta^\circ y^\circ \right) dy^\circ$$

$$2\pi\vartheta = 2\pi \int_0^\delta (r_w \pm y) dy = 2\pi r_w \delta \left(1 \pm \frac{\delta^\circ}{2} \right)$$

соответственно площадь вытеснения, площадь потери импульса и площадь пограничного слоя. При этом следует еще учесть, что параметры λ и z не являются независимыми аргументами, так как между ними существует зависимость

$$\lambda = \frac{z^2}{k^2} \delta^\circ \left(1 \pm \frac{\delta^\circ}{2} \right) R_r P \quad \left(P = - \frac{\nu}{U^2} \frac{dU}{dx} \right)$$

2. Предельные случаи. Рассмотрим ряд частных случаев. При $r_w \rightarrow \infty$, что соответствует плоской криволинейной поверхности ($\delta^\circ = 0$, $\lambda \neq 0$), выражения для профиля скорости и закона сопротивления принимают вид:

$$u/U = 1 + \frac{1}{z} \left\{ \ln y^\circ + 2 \left(\sqrt{1 + \lambda y^\circ} - \sqrt{1 + \lambda} \right) - 2 \ln \frac{\sqrt{1 + \lambda y^\circ} + 1}{\sqrt{1 + \lambda} + 1} \right\} \quad (2.1)$$

$$z = k\alpha + \frac{k\alpha^2}{2} \frac{\lambda}{R_*} + 2 \left(\sqrt{1 + \lambda} - \sqrt{1 + \alpha\lambda/R_*} \right) - \ln \frac{\alpha}{R_*} + 2 \ln \frac{\sqrt{1 + \alpha\lambda/R_*} + 1}{\sqrt{1 + \lambda} + 1}$$

При $\lambda = 0$ выражения (1.5) и (1.7) переходят в профиль скорости и закон сопротивления осесимметричного турбулентного пограничного слоя цилиндра [4] и слабо расширяющегося канала [5]:

$$u/U = 1 + \frac{1}{z} \left\{ \ln y^0 - 2 \ln \frac{\sqrt{1 \pm \delta^0 y} + 1}{\sqrt{1 \pm \delta^0} + 1} \right\}$$

$$z = 2 \ln \frac{\sqrt{1 \pm \delta^0 \alpha / R_*} + 1}{\sqrt{1 \pm \delta^0} + 1} - \ln \frac{\alpha}{R_*} \pm \frac{k R_*}{\delta^0} \ln (1 \pm \alpha \delta^0 / R_*) \quad (2.2)$$

Наконец, при $\lambda \rightarrow 0$ и $\delta^0 \rightarrow 0$ получаем известные выражения для профиля скорости и закона сопротивления пластины:

$$u/U = 1 + \frac{1}{z} \ln y^0, \quad \delta = C \frac{\nu}{U} z e^z \quad \left(C = \frac{\alpha}{k} e^{-k\alpha} \right) \quad (2.3)$$

В отрывном сечении осесимметричного турбулентного пограничного слоя параметры λ и z обращаются в бесконечность и формулы (1.5) и (1.7) становятся неопределенными. Раскрывая указанную неопределенность, получим формулы профиля скорости и закона сопротивления в отрывном сечении осесимметричного турбулентного слоя выпуклой поверхности

$$\frac{u}{U} = \frac{\ln [1 + 2\delta^0 y^0 + 2\sqrt{\delta^0 y^0 (1 + \delta^0 y^0)}]}{\ln [1 + 2\delta^0 + 2\sqrt{\delta^0 (1 + \delta^0)}]}, \quad \sqrt{\frac{dp}{dx} \frac{\delta}{\rho U^2}} = \frac{k \sqrt{\delta^0}}{\ln [1 + 2\delta^0 + 2\sqrt{\delta^0 (1 + \delta^0)}]} \quad (2.4)$$

и соответственно вогнутой поверхности

$$\frac{u}{U} = \frac{\pi - 2 \arcsin (1 - 2\delta^0 y^0)}{\pi - 2 \arcsin (1 - 2\delta^0)}, \quad \sqrt{\frac{dp}{dx} \frac{\delta}{\rho U^2}} = \frac{k \sqrt{\delta^0}}{\pi/2 - \arcsin (1 - \delta^0)} \quad (2.5)$$

При $\delta \rightarrow 0$ формулы (2.4) и (2.5) переходят в профиль скорости и закон сопротивления в отрывном сечении плоского турбулентного пограничного слоя:

$$\frac{u}{U} = (y^0)^{1/2}, \quad \sqrt{\frac{dp}{dx} \frac{\delta}{\rho U^2}} = \frac{k}{2} \quad (2.6)$$

При этом замечательно то, что в выражения (2.4) — (2.6) для профиля скорости в отрывном сечении пограничного слоя не входит определяемый из эксперимента коэффициент k . Каждая из вторых формул (2.4) — (2.6), так же как и вычисленные на основе первых из этих формул безразмерные отношения $H^* = \vartheta^* / \vartheta$, $H^{**} = \vartheta^{**} / \vartheta$ и $H = \vartheta^* / \vartheta^{**}$, может рассматриваться как условие отрыва турбулентного пограничного слоя выпуклой, вогнутой и плоской поверхностей.

3. Влияние поперечной кривизны поверхности на форму профиля скорости, сопротивление трения и на параметры отрыва турбулентного пограничного слоя. Некоторые выводы о влиянии поперечной кривизны выпуклой и вогнутой поверхностей на характеристики турбулентного пограничного слоя могут быть сделаны из рассмотрения случая нулевого продольного градиента давления, соответствующего продольному обтеканию цилиндра или же течению в слабо расширяющемся канале (диффузоре с нулевым продольным градиентом давления). Поскольку в этом последнем случае толщина пограничного слоя на стенке канала растет вдоль оси канала быстрее, чем его радиус, то на некотором расстоянии от входа в канал происходит смыкание пограничных слоев, так что в плоскости смыкания $\delta = r_w$.

В рассматриваемом случае

$$\frac{\vartheta^*}{r_w^2} = \frac{1}{z} \left[\pm \frac{1 \pm Ae^z}{1 \mp Ae^z} \pm \frac{1}{3} \left(\frac{1 \pm Ae^z}{1 \mp Ae^z} \right)^3 \mp \frac{4}{3} \right]$$

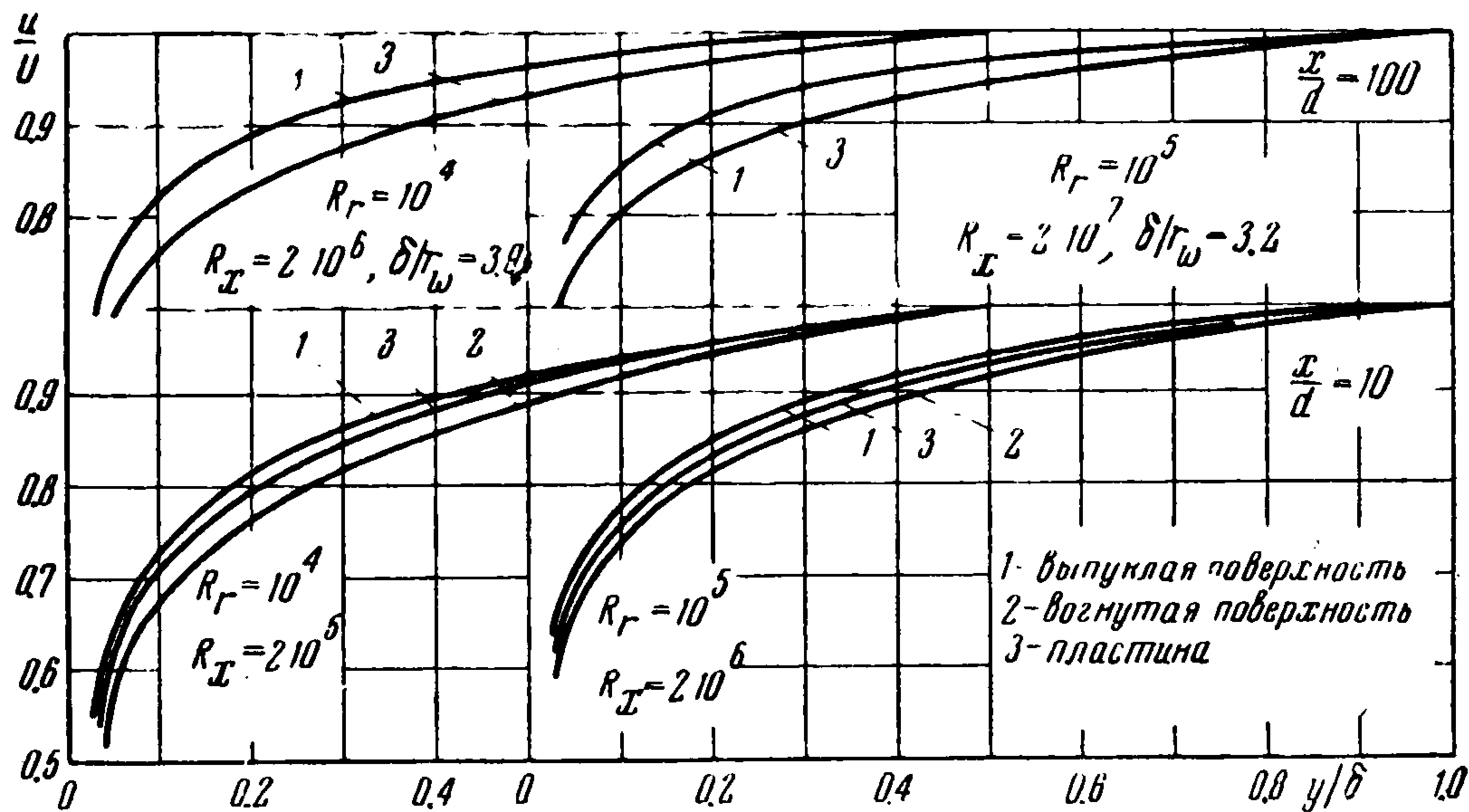
$$\frac{\vartheta^{**}}{r_w^2} = \frac{\vartheta^*}{r_w^2} \mp \frac{8}{3z^2} \left[\frac{Ae^z}{(1 \mp Ae^z)^2} - 2 \ln (1 \mp Ae^z) \right] \quad (3.1)$$

$$\frac{\delta}{w} = \frac{4Ae^z}{(1 \mp Ae^z)^2}, \quad A = \frac{\pm \sqrt{1 \pm \alpha / \eta_w} \mp 1}{\sqrt{1 \pm \alpha / \eta_w} + 1} \left(1 \mp \frac{\alpha}{\eta_w} \right)^{\mp k \eta_w}, \quad \eta_w = \frac{v_* r_w}{\nu} = \frac{k}{z} R_r$$

При $r_w \rightarrow \infty$ будем иметь

$$\lim_{r_w \rightarrow \infty} \frac{\vartheta^*}{\vartheta} = \frac{\delta^*}{\delta} = \int_0^1 \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy^0 = \frac{1}{z}, \quad \lim_{r_w \rightarrow \infty} \frac{\vartheta^{**}}{\vartheta} = \frac{\delta^{**}}{\delta} = \int_0^1 \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy^0 = \frac{1}{z} - \frac{2}{z^2} \quad (3.2)$$

где δ^* и δ^{**} — соответственно толщина вытеснения и толщина потери импульса пограничного слоя пластины.



Фиг. 1

В рассматриваемом случае нулевого продольного градиента давления $dp/dx = -\rho U dU/dx = 0$ интегральное соотношение количества движения (1.8) упрощается и дает для выпуклой поверхности (цилиндр)

$$\frac{x}{r_w} = \frac{1}{k^2} \int_0^x z^2 d\chi \quad \left(\chi = \frac{\vartheta^{**}}{r_w^2}\right) \quad (3.3)$$

и для вогнутой поверхности (канал)

$$\frac{x}{r_0} = \frac{1}{k^2} \int_0^{x_0} \frac{z^2}{r_w^0} d\chi_0 \quad \left(\chi_0 = \frac{\vartheta^{**}}{r_0^2}\right) \quad (3.4)$$

где r_0 — радиус канала в его входном сечении и $r_w^0 = r_w/r_0$. Формулы (3.3) и (3.4) вместе с первыми двумя формулами (3.1) позволяют полностью замкнуть задачу в случае внешнего обтекания, так как число неизвестных равно числу уравнений. В случае канала число неизвестных больше, так как, кроме ϑ^{**}/r_0^2 и z , определению подлежит также величина r_w^0 ; для ее определения следует воспользоваться уравнением расхода

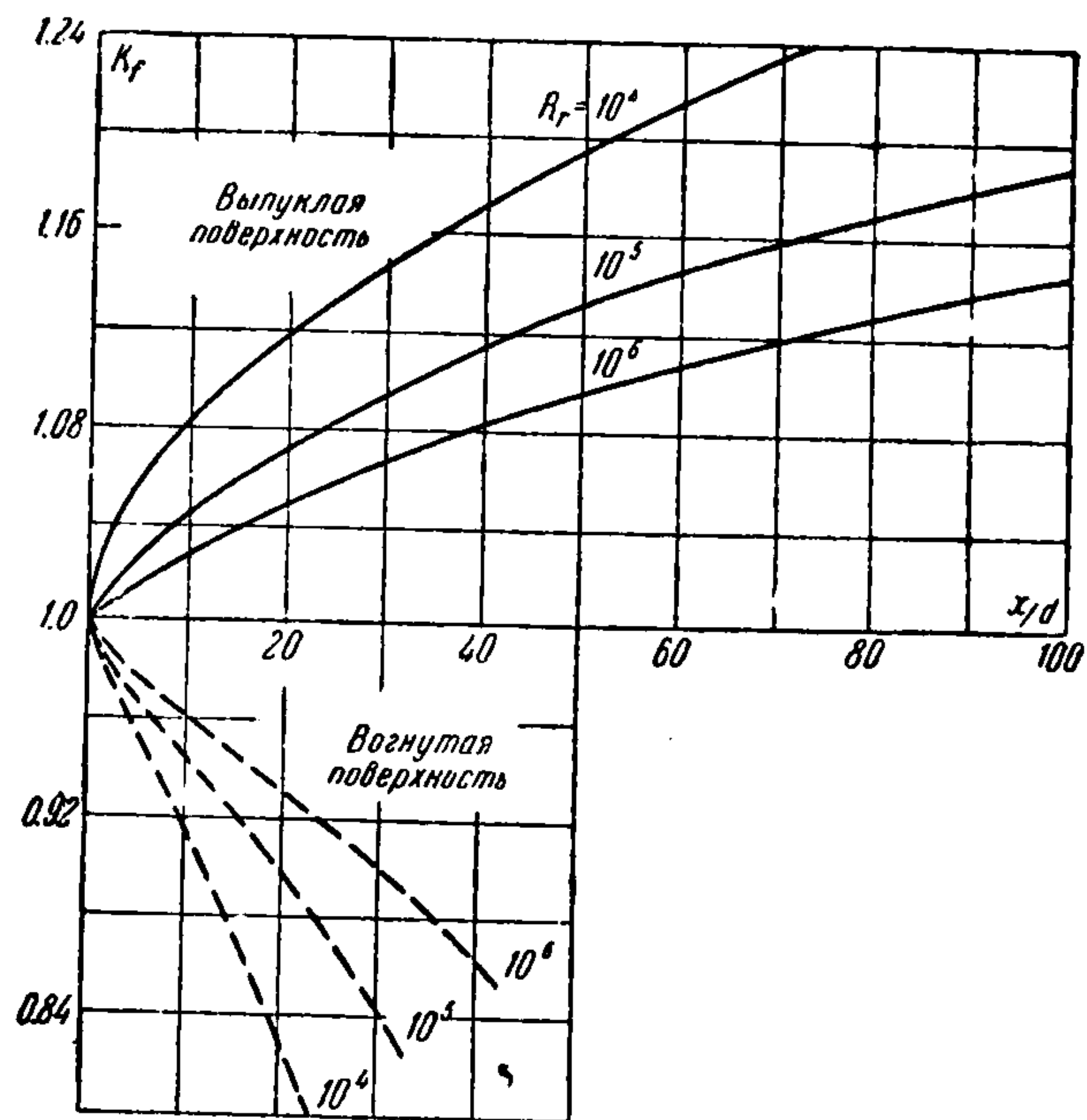
$$r_w^0 = (1 - 2\vartheta^*/r_w^2)^{-1/2}$$

Начальное значение $z = z_0$ в формулах (3.3) и (3.4) определяется из условия, что при $x = 0$ площадь потери импульса равна нулю. Поскольку здесь $\delta/r_w \rightarrow 0$, то соответствующее значение $z_0 = 2$, так же как и в случае пластины (см. вторую формулу (3.2)). При $r_w \rightarrow \infty$ формулы (3.3) и (3.4) переходят в известное соотношение, устанавливающее зависимость $z = z(R_x)$ для пластины при полностью турбулентном пограничном слое:

$$R_x = \frac{Ux}{\nu} = C_1(z^2 - 4z + 6)e^z - C_2 \quad \left(C_1 = \frac{\alpha}{k^3} e^{-k\alpha}, C_2 = 2C_1 e^2\right) \quad (3.5)$$

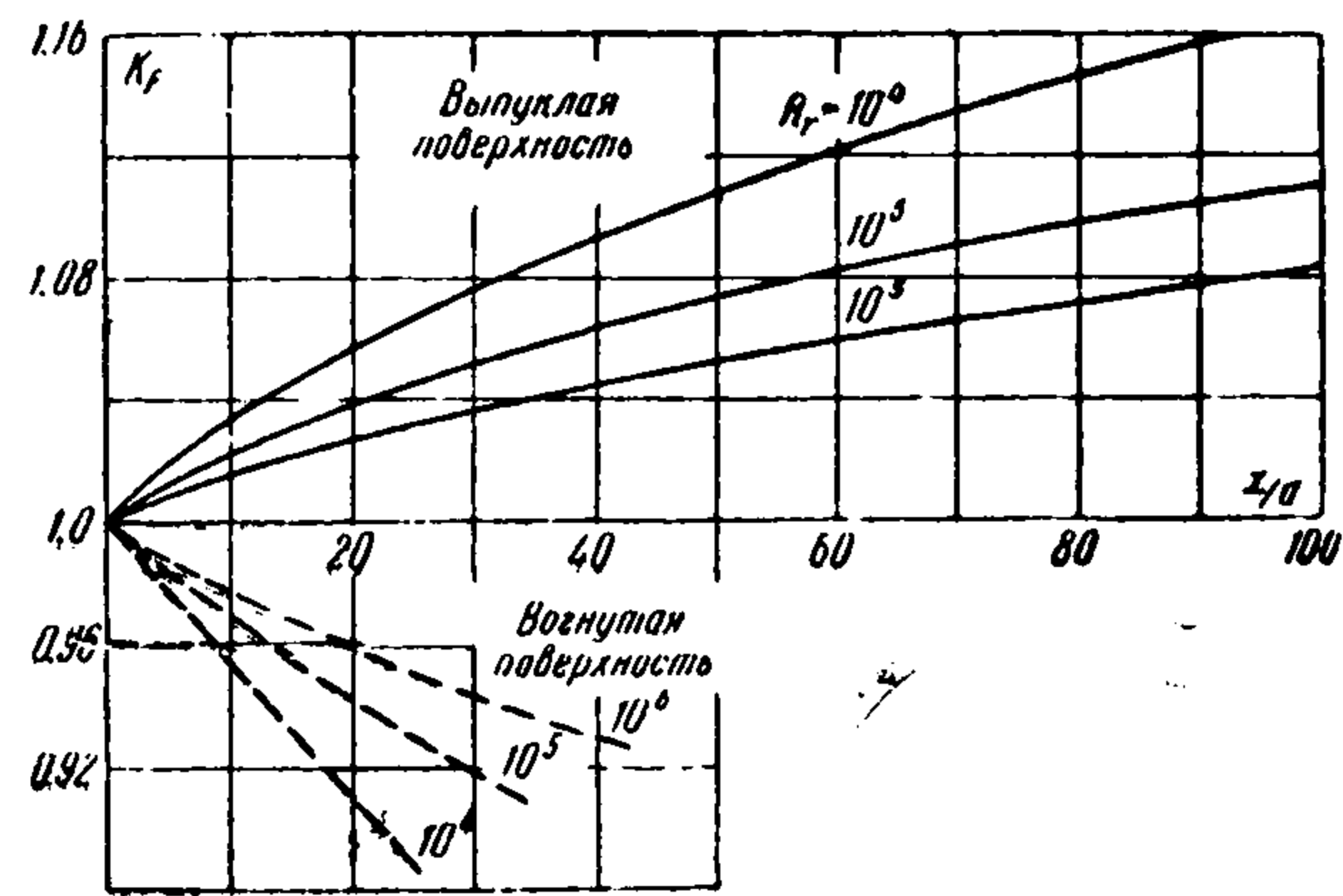
При интегрировании (3.3) и (3.4) значения k и α были приняты равными соответствующим константам для плоского турбулентного слоя $k = 0.392$ и $\alpha = 11.5$. Расчеты проводились для значений числа $R_r = 10^4, 10^5$ и 10^6 .

О характере влияния поперечной кривизны поверхности на форму профиля скорости в турбулентном пограничном слое можно судить по представленным на фиг. 1 кривым u/U по y/δ для $x/2r_w = 10$ и $R_r = 10^4$ и 10^5 . На этой же фигуре, кроме того, для сравнения представлен профиль скорости в турбулентном пограничном слое пластины при том же числе R_x , что и для выпуклой или вогнутой поверхностей: $R_x = Ux/\nu = R_r(x/r_w) = 2R_r(x/d)$.



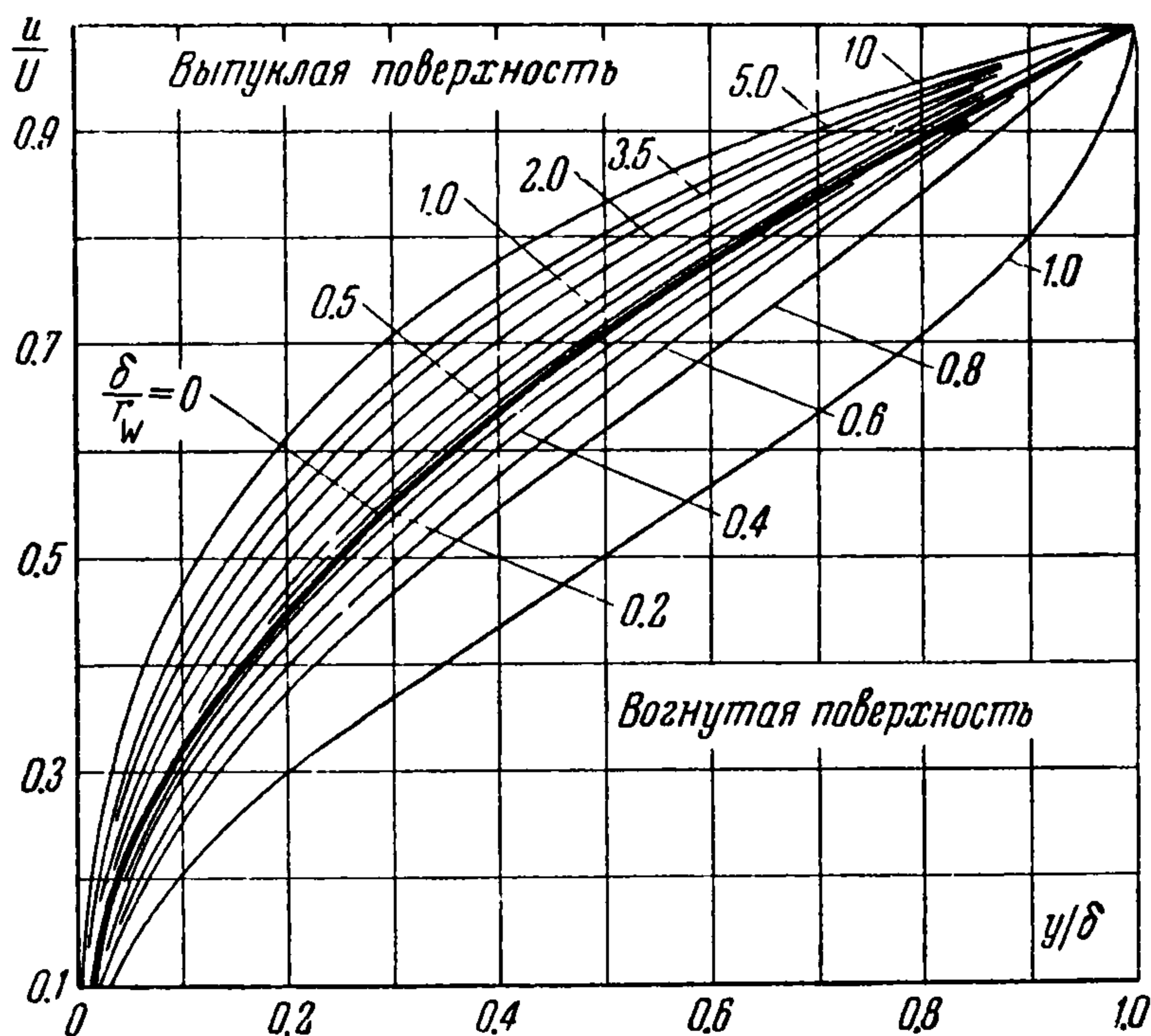
Фиг. 2

Отсюда видно, что профиль скорости в осесимметричном турбулентном пограничном

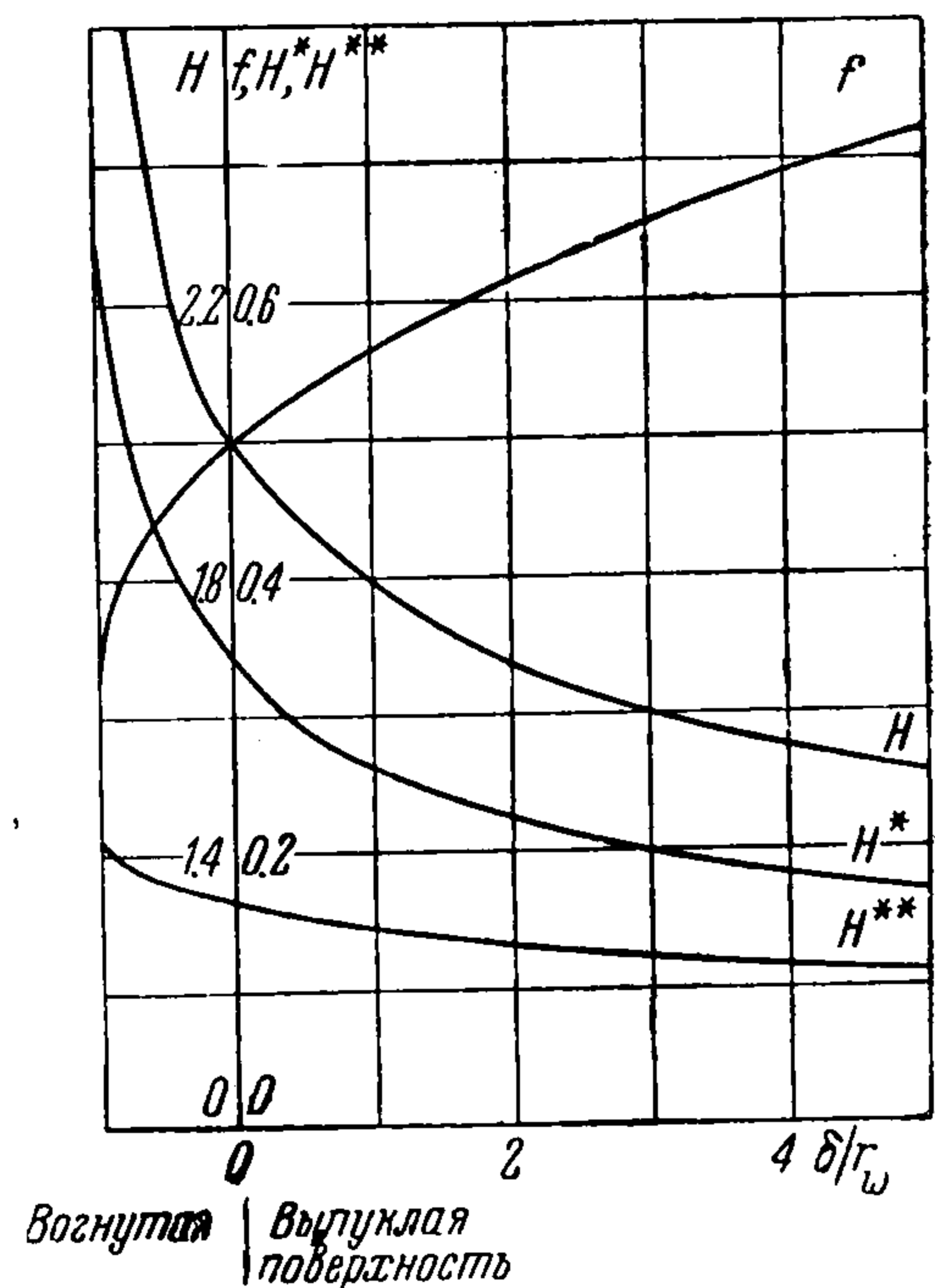


Фиг. 3

слое выпуклой поверхности оказывается более наполненным, а в случае вогнутой поверхности менее наполненным по сравнению с профилем скорости в турбулентном пограничном слое пластины. Это отличие профилей скорости особенно заметно при достаточно больших значениях x/d , когда толщина пограничного слоя соизмерима с радиусом r_w (вогнутая поверхность) или же значительно его превосходит (выпуклая поверхность) (фиг. 1).



Фиг. 4



Фиг. 5

Из фиг. 1, а также из уравнений (3.1), (3.3) и (3.4) следует, что форма профиля скорости в осесимметричном турбулентном пограничном слое определяется не только числом Рейнольдса R_x , подсчитанным по длине x , как это имеет место для пластины, но и зависит от второго параметра R_r или их комбинации $R_x/R_r = x/r_w = 2x/d$.

Изменение формы профиля скорости в осесимметричном пограничном слое, так же как и геометрия осесимметричного потока, приводят к отличию местного c_f и полного c_F коэффициентов сопротивления трения выпуклой и вогнутой поверхностей от соответствующих коэффициентов для пластины ($c_{f_{пл}}$ и $c_{F_{пл}}$) при одинаковом числе R_x . Соответствующие зависимости параметров $k = c_f/c_{f_{пл}}$ и $k_F = c_F/c_{F_{пл}}$ от

x/d при трех значениях числа $R_r = 10^4$, 10^5 и 10^6 представлены на фиг. 2 и 3. Приведенные данные свидетельствуют о том, что при определенных условиях влияние поперечной кривизны поверхности на сопротивление трения может оказаться весьма сильным.

Представляет также интерес исследование влияния поперечной кривизны поверхности на характеристики слоя в отрывном сечении.

На фиг. 4 приведены рассчитанные по формулам (2.4) — (2.5) профили скорости в отрывном сечении турбулентного слоя, а на фиг. 5 — соответствующие зависимости

$$H^*, H^{**}, H \text{ и } f = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{dp}{dx} \frac{\delta}{\rho U^2}} \text{ от } \delta/r_w$$

Отсюда следует, что и в отрывном сечении осесимметричного турбулентного пограничного слоя поперечная кривизна выпуклой поверхности делает профиль скорости более наполненным, а поперечная кривизна вогнутой поверхности менее наполненным по сравнению с соответствующим профилем плоского турбулентного слоя. Следует отметить, что значения $H^* = 1/3$, $H^{**} = 1/6$ и $H = 2$ в отрывном сечении плоского турбулентного слоя достаточно близки к соответствующим экспериментальным значениям.

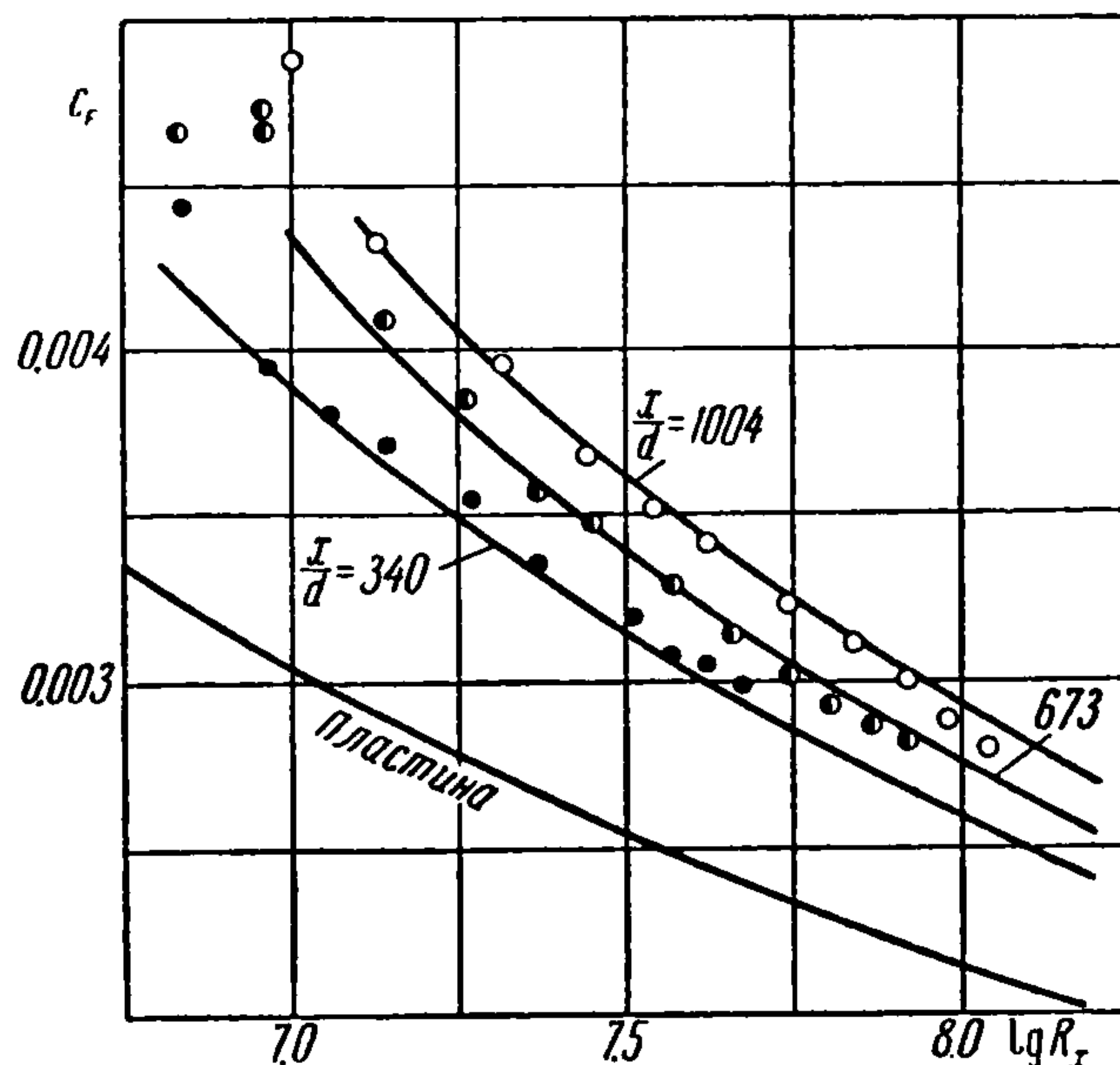
Выражения для профиля скорости (1.5) и закона сопротивления (1.7) осесимметричного турбулентного пограничного слоя, равно как и приведенные выше количественные результаты, указывают на наличие некоторой аналогии между влиянием поперечной кривизны поверхности и продольного градиента давления. В частности, поперечная кривизна выпуклой поверхности изменяет форму профиля скорости и коэффициенты сопротивления трения в том же направлении, что и отрицательный продольный градиент давления (конфузорный эффект). Наоборот, поперечная кривизна вогнутой поверхности оказывает на профиль скорости и сопротивление трения влияние, сходное с влиянием положительного продольного градиента давления (диффузорный эффект).

4. Сравнение теории и эксперимента. В заключение сопоставим экспериментальные значения полных коэффициентов сопротивления трения длинных цилиндров [6] с соответствующими теоретическими коэффициентами, вычисленными по изложенному выше методу (фиг. 6). Как видно из фиг. 6, совпадение экспериментальных и расчетных значений коэффициента сопротивления трения цилиндров оказалось достаточно хорошим.

Поступила 3 I 1956

ЛИТЕРАТУРА

1. Л о й ц я н с к и й Л. Г. Механика жидкости и газа. Изд. 2. ГТТИ, 1957.
2. Х а н о в и ч И. Г. Теория корабля. Военмориздат, 1939.
3. Ф е д я е в с к и й К. К. Пограничный слой и сопротивление тела вращения при больших числах Рейнольдса. Тр. ЦАГИ, вып. 179, 1934.
4. С о л о д к и н Е. Е., Г и н е в с к и й А. С. Турбулентный пограничный слой и сопротивление трения цилиндра с учетом влияния поперечной кривизны поверхности. Тр. ЦАГИ, вып. 690, 1956.
5. С о л о д к и н Е. Е., Г и н е в с к и й А. С. Турбулентное течение вязкой жидкости в начальных участках осесимметричных и плоских каналов. Тр. ЦАГИ, вып. 701, 1957.
6. H u g e s G. Friction and form resistance in turbulent flow and a proposed formulation for use in model and ship correlation. Quarterly transactions of the institution of naval architects, vol. 96, № 4, 1954.



Фиг. 6