ОБОБЩЕННАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ОРИГИНАЛОВ

Н. М. Бородачев

(Куйбышев)

Рассматривается обобщение формулы В. Я. Натанзона для изображения произведения оригиналов на тот случай, когда одна из функций, входящих в произведение, является сложной. Пусть

$$\Phi(p)=\int_0^\infty F[q(t)]\,\psi(t)e^{-pt}dt \tag{1}$$

На основании известной теоремы А. М. Эфроса имеем

$$F[q(t)]\,\psi(t)=\int_0^\infty e^{-tu}du\int_0^\infty f(v)\,g(u,v)\,dv \tag{2}$$

где

$$F(p)\risingdotseq f(t),\qquad \psi(p)\,e^{-vq(p)}\risingdotseq g(t,v)$$

Подставляя выражение (2) в формулу (1), получим

$$\Phi(p)=\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty f(v)\,g(u,v)\,e^{-t(p+u)}\,dt\,du\,dv$$

Меняя в этом выражении порядок интегрирования и учитывая, что

$$\int_0^\infty g(u,v)\,e^{-tu}du=\psi(t)\,e^{-vq(t)}$$

найдем

$$\Phi(p)=\int_0^\infty\int_0^\infty f(v)\,\psi(t)\,e^{-vq(t)-pt}\,dv\,dt$$

Пусть $G(p,v)\risingdotseq\psi(t)\,e^{-vq(t)}$, тогда окончательно получим такую формулу:

$$\Phi(p)=\int_0^\infty f(v)\,G(p,v)\,dv \tag{3}$$

Из формулы (3) как частный случай может быть получена формула для изображения произведения оригиналов.

Действительно, если положить $q(t)=t$, то $G(p,v)=\Psi(p+v)$, где $\Psi(p)\risingdotseq\psi(t)$, и формула (3) дает

$$\Phi(p)=\int_0^\infty F(t)\,\Psi(t)\,e^{-pt}dt=\int_0^\infty f(v)\,\Psi(p+v)\,dv=\int_p^\infty f(v-p)\,\Psi(v)\,dv \tag{4}$$

Применительно к преобразованию Карсона — Хэвисайда формулу, подобную формуле (4), получил В. Я. Натанзон [1].

Из формулы (3) также легко может быть получена формула для изображения частного двух оригиналов. В этом случае $F(p)=1/p$ и $f(t)=1$. Следовательно,

$$\Phi(p)=\int_0^\infty\frac{\psi(t)}{q(t)}\,e^{-pt}dt=\int_0^\infty G(p,v)\,dv \tag{5}$$

Подобным же методом могут быть получены и другие частные формы общей формулы (3).

Поступила 20 VIII 1957

ЛИТЕРАТУРА

1. Натанзон В. Я. Формула для изображения произведения оригиналов. ПММ, т. XX, вып. 5, 1956.