Аналогично компонента x_k° собственного вектора X° сопряженного уравнения определяется из формул

$$D_k = (-1)^k c_{21} c_{32} \ldots c_{k+1,\,k} x_{k+1}^{\circ} \tag{12}$$

Чтобы воспользоваться описанным способом определения собственных значений и векторов для произвольной несимметричной матрицы A, нужно привести ее к виду, удовлетворяющему условиям (2), что всегда можно сделать путем ряда элементарных преобразований.

Рассмотрим пример

$$c = \begin{vmatrix} 6-\lambda & 3 & 5 \\ 7 & 6-\lambda & 5 \\ 0 & 2 & 8-\lambda \end{vmatrix}$$

Для миноров D имеем

$$D_0 = 1, \qquad D_1 = c_{11} D_0, \qquad D_2 = c_{22} D_1 - c_{21} c_{12} D_0, \qquad D_3 = c_{33} D_2 - c_{32} c_{23} D_1 + c_{32} c_{21} c_{13} D^0$$

Подбором находим собственное значение $\lambda = 2$ и отсюда

$$D_0 = 1, \qquad D_1 = 4, \qquad D_2 = -5, \qquad D_3 = 0$$

Далее для компонентов вектора $\hat{X}$ имеем

$$x_1^{\circ} = -1, \qquad x_2^{\circ} = -\frac{D_1}{c_{21}} = -\frac{4}{7}, \qquad x_3^{\circ} = \frac{D_2}{c_{21} c_{32}} = -\frac{5}{14}$$

Формулы для миноров K имеют вид:

$$K_0 = 1, \qquad K_1 = c_{33} K_0, \qquad K_2 = c_{22} K_1 - c_{32} c_{23} K_0$$

$$K_3 = c_{11} K_2 - c_{21} c_{12} K_1 + c_{21} c_{32} c_{13} K_0$$

Отсюда $K_0 = 1$, $K_1 = 6$, $K_2 = 14$, $K_3 = 0$. Для вектора X имеем

$$x_1 = -\frac{K_2}{c_{32} c_{21}} = -1, \qquad x_2 = \frac{K_1}{c_{32}} = 3, \qquad x_3 = -1$$

Поступила 24 I 1957

ЛИТЕРАТУРА

1. Гантмахер Ф. Р., Крейн М. Г. Осцилляционные матрицы и ядра. ГИТТЛ, М.—Л., 1950.

ЗАМЕЧАНИЯ К СТАТЬЕ Л. Н. СРЕТЕНСКОГО

«О НАПРАВЛЕННОМ ИЗЛУЧЕНИИ ВОЛН ИЗ ОБЛАСТИ, ПОДВЕРЖЕННОЙ ВНЕШНЕМУ ДАВЛЕНИЮ», ПММ, т. XX, вып. 3, 1956

В вычислениях, приведенных в моей статье, я обнаружил несколько ошибок, которые следует исправить.

Прежде всего перед знаками квадратур в формулах стр. 354, определяющих s_2'' и s_2''', должны стоять не множители $2\pi g$ и $-2\pi g$, а $2\pi g / \omega^2$ и $-2\pi g / \omega^2$ соответственно.

Таким образом, верное значение, например, s_2'' будет

$$s_2'' = \frac{2\pi g}{\omega^2} \int_{-\infty}^{\infty} \sin ma \, \frac{\cos mx}{\omega^2 - gm} \cos\left(y \sqrt{\frac{\omega^4}{g^2} - m^2}\right) \exp\left(-ib \sqrt{\frac{\omega^4}{g^2} - m^2}\right) dm$$

Для анализа s_2'' при больших x и $|y| < b$ представим s_2'' в виде суммы четырех интегралов, взятых по путям Γ_1, Γ_2, Γ_3, Γ_4, о которых говорилось в статье. Применяя надлежащим образом формулу интегрирования по частям, можно показать, что интегралы по путям Γ_1, Γ_2, Γ_4 стремятся к нулю при $|x| \to \infty$. Для исследования интеграла по пути Γ_3 я предлагал разложить функцию

$$\cos\left(y\sqrt{\frac{\omega^4}{g^2} - m^2}\right)\exp\left(-ib\sqrt{\frac{\omega^4}{g^2} - m^2}\right)$$

в ряд по степеням корня $\sqrt{\omega^2/g + m}$ и интегрировать получающийся ряд почленно, а затем к каждому интегральному слагаемому применять правило асимптотической оценки определенных интегралов. Но, выполняя эти действия, я пропустил по небрежности начальный член указанного ряда, который даст интеграл

$$\frac{2\pi g}{\omega^2}\int\limits_{(\Gamma_3)} \sin ma \frac{\cos mx}{\omega^2 - gm}\, dm$$

Этот же интеграл при больших значениях $(x - a)\,\omega^2/g$ и $(x + a)\,\omega^2/g$ имеет следующее асимптотическое представление:

$$\frac{2\pi^2}{\omega^2} i \sin\frac{a\omega^2}{g}\exp\left(-\frac{\omega^2 x}{g} i\right) + O\left(\frac{g}{\omega^2(x-a)}\right)$$

В этом можно убедиться, преобразовывая рассматриваемый интеграл в сумму комплексных интегралов, взятых по прямым

$$Rm = 0 \quad \text{и} \quad Rm = 2\omega^2/g$$

Остальные же члены ряда стремятся к нулю, так как они не дают появления интегрального вычета.

Таким образом

$$s_2'' = \frac{2\pi^2}{\omega^2}\sin\frac{a\omega^2}{g}\exp\left(-\frac{\omega^2 x}{g} i\right) + O\left(\frac{g}{\omega^2(x-a)}\right)$$

При рассмотрении интеграла s_2''' я также пропустил начальное слагаемое; восстанавливая его, мы получаем для s_2''' не нулевое значение при $x \to \infty$, а следующее:

$$s_2''' = \frac{2\pi^2}{\omega^2} i \sin\frac{a\omega^2}{g}\exp\left(-\frac{\omega^2 x}{g} i\right) + O\left(\frac{g}{\omega^2(x-a)}\right)$$

Принимая все это в расчет, мы находим вместо формулы (18) такую формулу

$$\zeta = -\frac{2p_0}{\rho g}\sin\frac{a\omega^2}{g}\sin\frac{\omega^2}{g}\left(x - \frac{gt}{\omega}\right)$$

вместо же формулы (19) мы будем иметь такую формулу:

$$\zeta = -\frac{2p_0}{\rho g}\sin\frac{b\omega^2}{g}\left(y - \frac{gt}{\omega}\right)$$

Отметим, что погрешность вычислений, допущенная при рассмотрении второго интеграла формулы (15), не присуща первому интегралу формулы (16) и, следовательно, вывод о направленности излучения сохраняется.

Л. Н. Сретенский