

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА БЕСКОНЕЧНОМ КРУГОВОМ СЕКТОРЕ

Л. Г. Наумова

(Москва)

В настоящее время для некоторых частных случаев задания скорости вне пограничного слоя развиты методы интегрирования общих уравнений пространственного ламинарного пограничного слоя.

Так, например, Лузом [1] получено решение уравнений ламинарного пограничного слоя для случая обтекания пластины с параболическими линиями тока внешнего вихревого потока.

Куком [2] рассмотрено обтекание цилиндра для случая, когда продольная составляющая скорости внешнего потока, параллельная образующей цилиндра, изменяется по степенному закону, а поперечная постоянна.

Магер [3] исследовал пространственный поток несжимаемой и сжимаемой жидкости в пограничном слое, образующемся на поверхности, вращающейся с постоянной угловой скоростью вокруг слегка наклонной к ней оси при наличии продольно набегающего однородного потока; уравнения пограничного слоя интегрируются в указанной работе методами теории малых возмущений.

Найдены также решения ряда специальных задач, связанных с вращением обтекаемых тел: бесконечной одиночной лопасти, снаряда и диска, а также изучены некоторые простейшие задачи неустановившегося движения.

Более подробный обзор работ по теории пространственного пограничного слоя имеется в статье Сирса [4].

В настоящей работе получено приближенное решение задачи о движении в ламинарном пространственном пограничном слое, образующемся на круговом секторе, при внешнем потенциальном потоке, соответствующем прямолинейному вихрю, перпендикулярному плоскости сектора.

Рассмотрим сначала пространственное движение в пограничном слое в общем случае установившегося потенциального течения внешнего плоского потока идеальной несжимаемой жидкости в изотермических координатах φ, ψ ($\Delta\varphi = 0, \Delta\psi = 0$).

Функции φ и ψ можно считать потенциалом скоростей и функцией тока внешнего плоского течения идеальной жидкости.

Третью координату y направим по нормали к плоскости φ, ψ (фиг. 1). Параметры Ламэ для такой системы координат будут $H_1 = H_2 = H = 1/U_0$, $H_3 = 1$, где U_0 — скорость внешнего потенциального потока.

Получим уравнения пограничного слоя методом последовательных приближений [5]. Введем для этого безразмерные величины

$$\begin{aligned} u &= Uu', & w &= Vw', & v &= Vv', & p &= Pp' \\ \varphi &= l\varphi', & \psi &= l\psi', & y &= \delta y' \end{aligned} \quad (1)$$

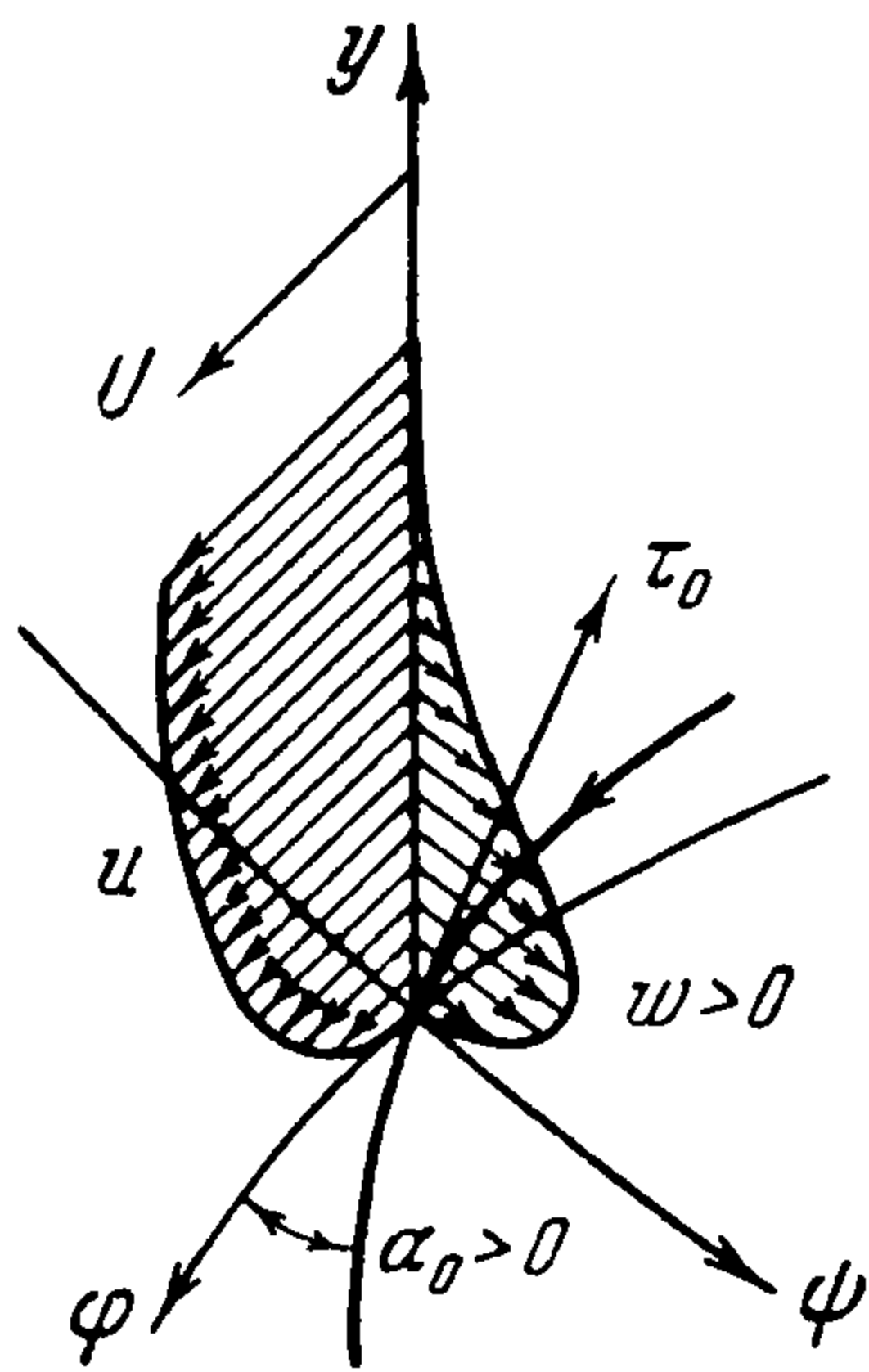
а масштабы для величин U, V, P, l определим соотношениями¹

$$\frac{\delta}{l} = \varepsilon, \quad \frac{V}{U} = \varepsilon, \quad E = \frac{P}{\rho U^2} = 1, \quad R = \frac{1}{\varepsilon^2} \quad (2)$$

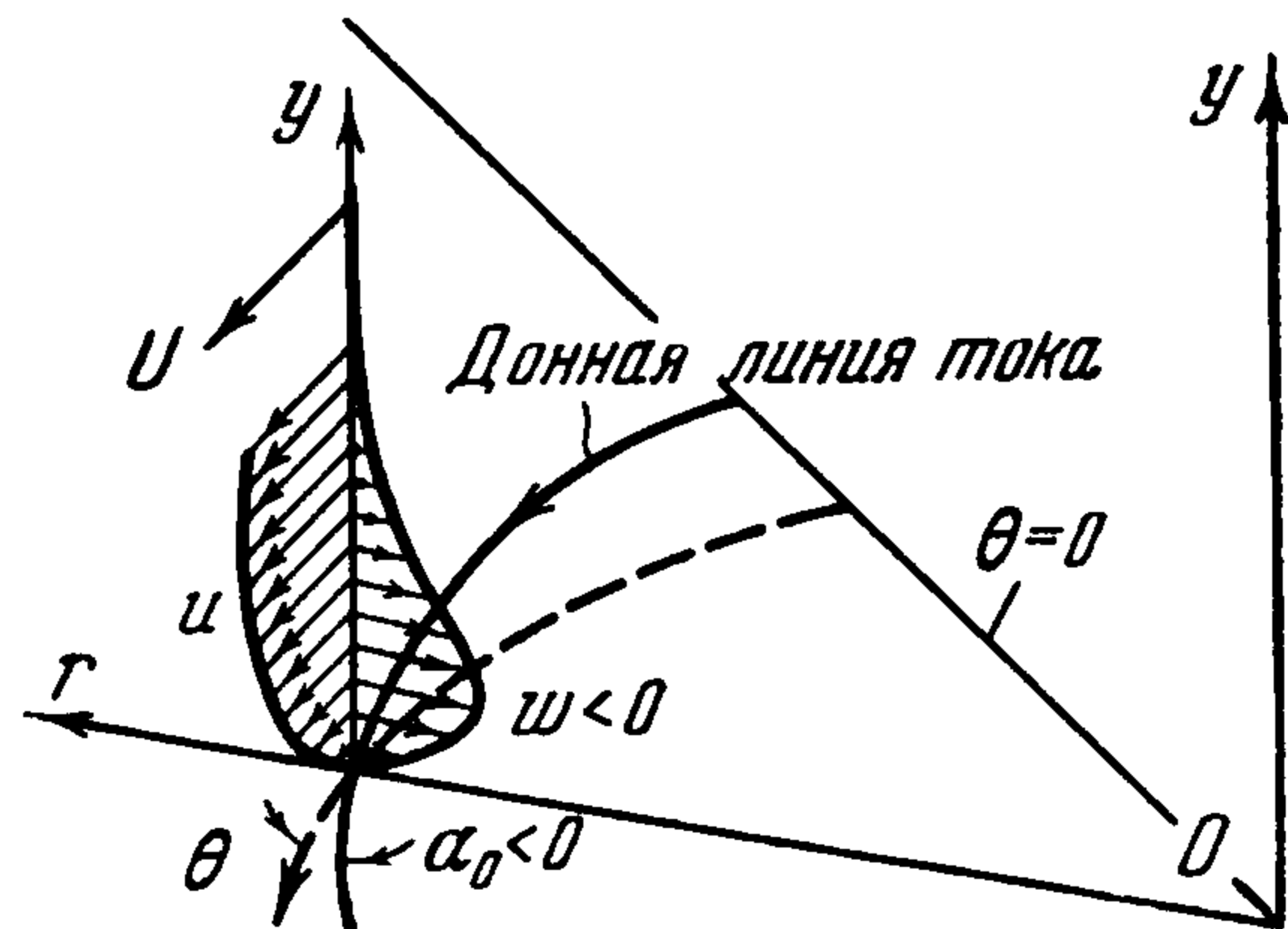
Считая толщину пограничного слоя δ и соответственно параметр ε малыми величинами, будем u', v', w' и p' искать в виде

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k u'_k, \quad v' = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k v'_k, \quad w' = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k w'_k, \quad p' = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k p'_k \quad (3)$$

Перейдем в уравнения установившегося движения вязкой несжимаемой жидкости (при отсутствии массовых сил), записанных в криволинейных ортогональных координатах, к безразмерным координатам



Фиг. 1



Фиг. 2

согласно соотношениям (1) и (2); тогда, заменяя безразмерные величины u', v', w', p' рядами (3) и объединяя коэффициенты при одинаковых степенях ε , найдем некоторую последовательность систем уравнений, определяющих функции u_k, v_k, w_k и p_k .

Переходя снова к размерным переменным, запишем систему нулевого приближения так:

$$\begin{aligned} \frac{u_0}{H} \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho H} \frac{\partial p_0}{\partial \varphi} + \nu \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} \\ \frac{u_0^2}{H^2} \frac{\partial H}{\partial \psi} &= \frac{1}{\rho H} \frac{\partial p_0}{\partial \psi}, \quad 0 = \frac{\partial p_0}{\partial y}, \quad \frac{1}{H} \frac{\partial (u_0 H)}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

В качестве решения этой системы берем решение, соответствующее течению идеальной жидкости, т. е. $u_0 = U_0, p_0 = P_0, v_0 = 0$.

Ограничимся в рядах (3) членами, содержащими параметр ε в степени не выше первой: $u = U_0 + \varepsilon u_1, \varepsilon u_1 = u - U_0, v = \varepsilon v_1, w = w_0, p = P_0 + \varepsilon p_1$ и систему первого приближения запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \varphi} &= \frac{\nu}{U_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{U_0} \frac{\partial U_0}{\partial \varphi} (2U_0 - u) \\ \frac{\partial w}{\partial \varphi} &= \frac{\nu}{U_0} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{2}{U_0} \frac{\partial U_0}{\partial \psi} (u - U_0) + \frac{1}{U_0} \frac{\partial U_0}{\partial \varphi} w \\ \frac{\partial p_1}{\partial y} &= 0, \quad U_0^2 \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{U_0} \right) + U_0^2 \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{w}{U_0} \right) + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

¹ Оценки порядка величин (2) общеприняты в теории пограничного слоя.

Так как $\partial p_1 / \partial y = 0$, а $p = P_0$ при $y \rightarrow \infty$, то $p_1 = 0$ и вообще $p = P_0$.

Отметим, что ту же систему (5) можно получить и непосредственно из уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости, используя оценки, аналогичные применяемым в известном методе Озина.

Рассмотрим частный случай установившегося обтекания кругового сектора потоком несжимаемой жидкости со скоростью внешнего потенциального потока $U_0 = A/r$ без продольного перепада давления ($\partial p / \partial \theta = 0$) в системе полярных координат (r, θ, y) (фиг. 2).

При этом уравнения (5) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \theta} &= a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial w}{\partial \theta} &= a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2(u - U_0), \quad \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial (wr)}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$a^2 = \frac{\nu r^2}{A} = \frac{r^2}{R}, \quad R = \frac{U_0 r}{\nu} = \frac{A}{\nu}$$

Граничные условия для решения этих уравнений будут

$$\begin{aligned} u = v = w &= 0 && \text{при } y = 0 \\ u = U_0 = A/r, \quad w &= 0 && \text{при } y = \infty \\ u = U_0 = A/r, \quad w &= 0 && \text{при } \theta = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Будем решать уравнения (6) методами операционного исчисления. Для этого применим к скоростям u, v, w преобразование Лапласа по переменной θ , т. е. введем изображения функций u, v, w :

$$u^*(y, r, p) = \int_0^\infty u e^{-p\theta} d\theta, \quad v^*(y, r, p) = \int_0^\infty v e^{-p\theta} d\theta, \quad w^*(y, r, p) = \int_0^\infty w e^{-p\theta} d\theta.$$

Перейдем в уравнениях (6) от функций u, v, w к их изображениям u^*, v^*, w^* :

$$p u^* = a^2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} + U_0 \quad (8)$$

$$p w^* = a^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + 2 \left(u^* - \frac{U_0}{p} \right) \quad (9)$$

$$\frac{1}{r} (p u^* - U_0) + \frac{\partial v^*}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial (w^* r)}{\partial r} = 0 \quad (10)$$

Граничные условия для этих уравнений в соответствии с (7) будут

$$\begin{aligned} u^* = v^* = w^* &= 0 && \text{при } y = 0 \\ v^* = U_0/p, \quad w^* &= 0 && \text{при } y = \infty \end{aligned} \quad (11)$$

Интегрируя уравнения (8)–(10) при граничных условиях (11), найдем

$$\begin{aligned} u^* &= \frac{U_0}{p} \left[1 - \exp \left(-\frac{y}{a} \sqrt{p} \right) \right], \quad w^* = -\frac{U_0}{p \sqrt{p}} \frac{y}{a} \exp \left(-\frac{y}{a} \sqrt{p} \right) \\ v^* &= \frac{U_0}{r} \left\{ \frac{a}{\sqrt{p}} \left[1 - \exp \left(-\frac{y}{a} \sqrt{p} \right) \right] - \frac{y^2}{ap \sqrt{p}} \exp \left(-\frac{y}{a} \sqrt{p} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{y}{p^2} \exp \left(-\frac{y}{a} \sqrt{p} \right) + \frac{a}{p^2 \sqrt{p}} \left[1 - \exp \left(-\frac{y}{a} \sqrt{p} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

Переходя от изображений u^* , v^* , w^* к оригиналам u , v , w (см., например, [6]), получим, что

$$\frac{u}{U_0} = \operatorname{erf}(x), \quad \frac{w}{4\theta U_0} = -xi \operatorname{erfc}(x) \quad (12)$$

$$\frac{v}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{R}} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi\theta}} (1 - e^{-x^2}) - 8\theta \sqrt{\theta} \left(x^2 i \operatorname{erfc}(x) + \right. \right. \quad (13)$$

$$\left. \left. + xi^2 \operatorname{erfc}(x) + i^3 \operatorname{erfc}(x) - \frac{1}{6\sqrt{\pi}} \right) \right]$$

$$x = \frac{y}{2a\sqrt{\theta}}, \quad \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi \quad (14)$$

где функции $i^n \operatorname{erfc}(x)$ определяются по рекуррентной формуле¹

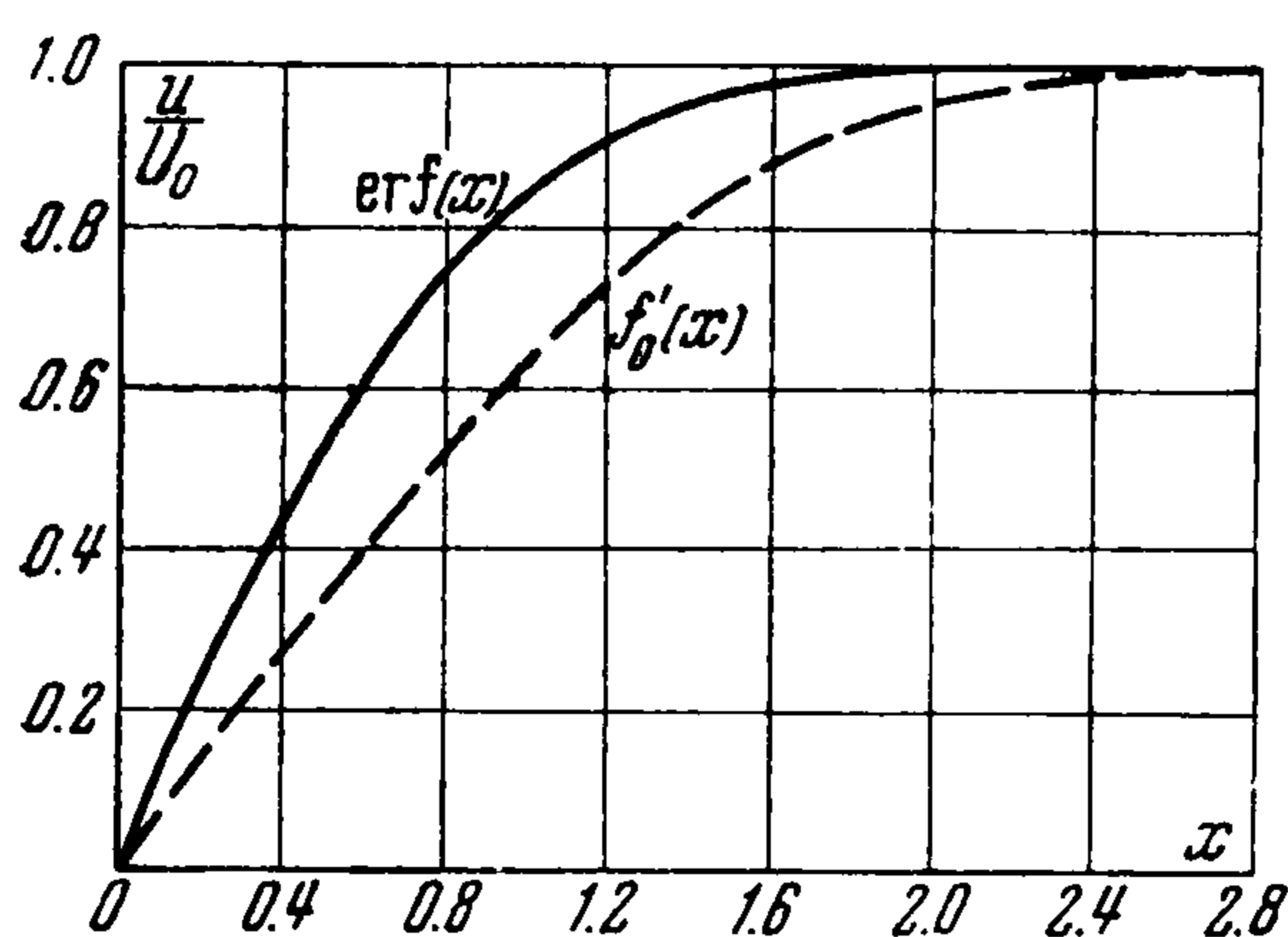
$$i^n \operatorname{erfc}(x) = \frac{1}{2n} [i^{n-2} \operatorname{erfc}(x) - 2xi^{n-1} \operatorname{erfc}(x)]$$

причем

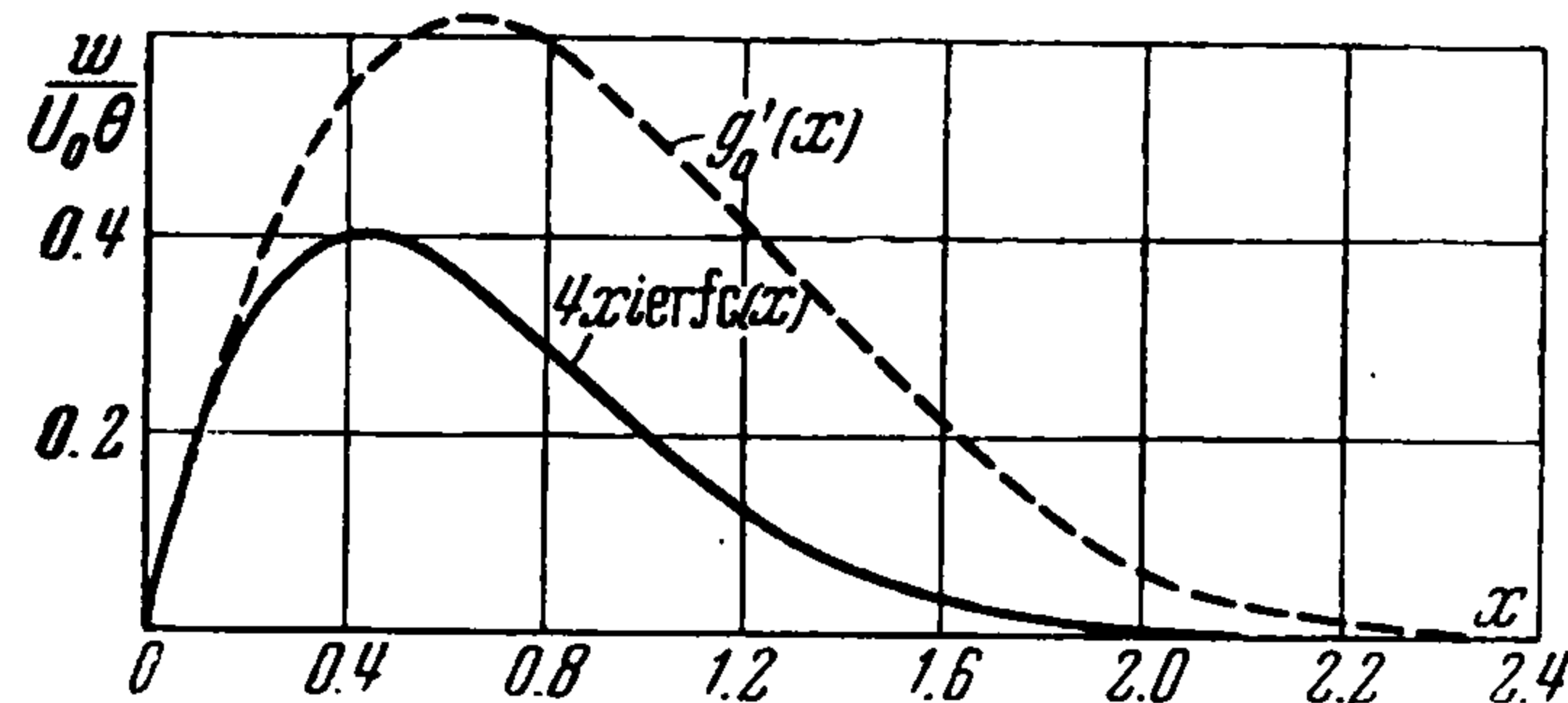
$$i^n \operatorname{erfc}(x) = \int_x^\infty i^{n-1} \operatorname{erfc}(\xi) d\xi$$

$$i^0 \operatorname{erfc}(x) = \operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-\xi^2} d\xi$$

Формулы (12)—(13) и дают решение уравнений (6) первого приближения.



Фиг. 3



Фиг. 4

Из рассмотрения формул (12) видим, что u/U_0 и $w/4\theta U_0$ зависят от одной безразмерной комбинации

$$\frac{y}{2a\sqrt{\theta}} = \frac{y}{2r} \sqrt{\frac{R}{\theta}}$$

Следует отметить, что профиль продольной скорости

$$\frac{u}{U_0} = \operatorname{erf}\left(\frac{y}{2} \sqrt{\frac{U_0}{\nu x}}\right)$$

совпадает с полученным в том же приближении для случая плоского обтекания пластины [7].

¹ Функции $i^n \operatorname{erfc}(x)$ затабулированы (см. [6]).

Из анализа выражения (13) следует, что при $x = 0.432$ величина $w / 4\theta U_0$ принимает минимальное значение, равное -0.1013 , т. е.

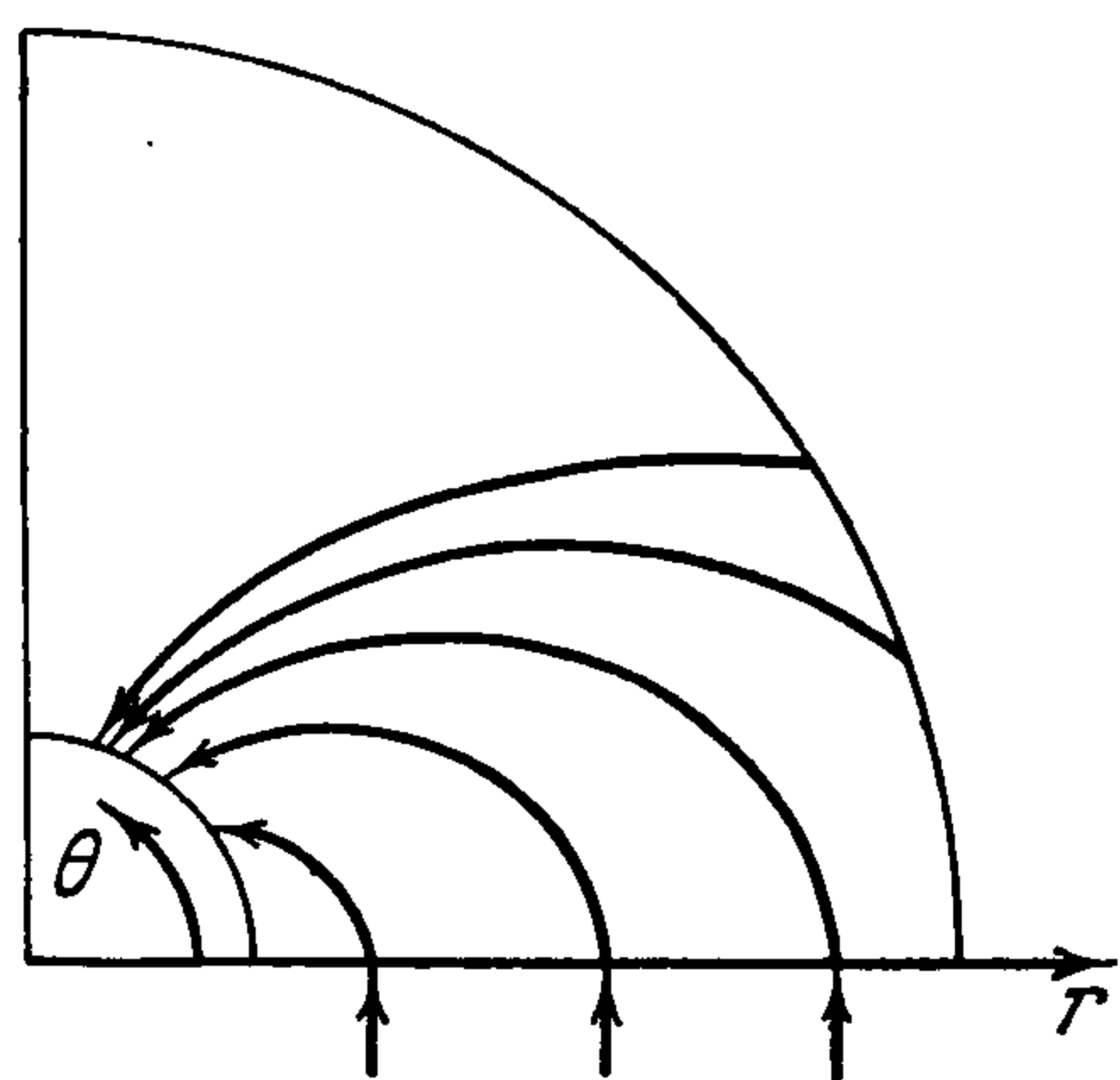
$$\frac{w_{\min}}{U_0} = -0.405\theta \quad (15)$$

Следовательно, можно найти безразмерную поперечную скорость

$$\frac{w}{w_{\min}} = 9.87 xi \operatorname{erfc}(x)$$

Из (15) следует, что модуль минимальной поперечной скорости растет пропорционально углу θ . Следует отметить, что при $\theta > 2.47$ $|w_{\min}|$ превышает продольную скорость основного потока U_0 , чего, конечно, быть не может. На фиг. 3, 4 изображены зависимости u / U_0 и $w / U_0 \theta$; в табл. 1 даны значения u / U_0 и w / w_{\min} .

Найдем далее угол наклона α_0 донных линий тока:



Фиг. 5

$$\operatorname{tg} \alpha_0 \Big|_{y=0} = \frac{w}{u} \Big|_{y=0} =$$

$$= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{\theta} yi \operatorname{erfc}(y / 2a \sqrt{\theta})}{a \operatorname{erf}(y / 2a \sqrt{\theta})} = -2\theta \quad (16)$$

В соответствии с полученным приближенным решением, наклон донных линий тока зависит только от угла поворота θ и не зависит от радиуса r . На основании зависимости (16) уравнение донных линий тока

$$r = r_0 e^{-\theta^2}$$

где r_0 характеризует положение частицы на входной кромке сектора ($\theta = 0$); форма линий тока, соответствующих этому уравнению, изображена на фиг. 5.

Рассмотрим составляющую скорости v . Согласно (14) имеем при $y \rightarrow \infty$

$$v \rightarrow v_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{R\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{\theta}} + \frac{4}{3} \theta \sqrt{\theta} \right) \quad (17)$$

Продифференцируем по y выражение (14), получим

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{U_0} \right) = \frac{x}{r \sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\theta} - 4\theta \right) e^{-x^2} + \frac{8\theta}{r} x^2 \operatorname{erfc}(x)$$

Из анализа этого выражения следует, что функция $v(\theta, y, r)$ в точке $y = 0$ (т. е. $x = 0$) имеет горизонтальную касательную и при $y \rightarrow \infty$ (т. е. $x \rightarrow \infty$) асимптотически стремится к величине v_{∞} , определяемой формулой (17). Кроме того, при $\theta \leq 1/2$ $v(\theta, y, r)$ с ростом y возрастает. При $\theta > 1/2$ скорость $v(\theta, y, r)$ сначала убывает до своего минимума, который находится в точке x_0 , определяемой уравнением

$$\left(\frac{1}{\theta^2} - 4 \right) e^{-x_0^2} + 8\sqrt{\pi} x_0 \operatorname{erfc}(x_0) = 0$$

Таблица 1

x	$\frac{u}{U_0}$	$\frac{w}{w_{\min}}$	v/v_∞				
			$\theta = 0$	$1/8\pi$	$1/4\pi$	$1/2\pi$	∞
0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.112	0.463	0.010	0.004	-0.005	-0.013	-0.023
0.2	0.223	0.762	0.039	0.020	-0.010	-0.046	-0.070
0.4	0.428	0.995	0.148	0.099	0.018	-0.047	-0.139
0.6	0.604	0.921	0.302	0.235	0.123	0.033	-0.095
0.8	0.742	0.720	0.473	0.404	0.291	0.200	0.069
1.0	0.843	0.495	0.632	0.571	0.472	0.390	0.275
1.2	0.910	0.307	0.764	0.719	0.647	0.587	0.502
1.4	0.952	0.175	0.859	0.830	0.781	0.740	0.682
1.6	0.976	0.091	0.923	0.904	0.876	0.852	0.816
1.8	0.989	0.044	0.961	0.953	0.942	0.929	0.912
2.0	0.995	0.002	0.982	0.977	0.971	0.963	0.954

а затем, возрастая, стремится к своему предельному значению v_∞ . Появление отрицательных значений скорости v при достаточно больших углах поворота θ связано с резким возрастанием $|w(x)/U_0(x)|$.

С ростом x от 0 до 0.432 в силу условия непрерывности движения возникают участки, на которых происходит убывание скорости v . На фиг. 6 и табл. 1 показано изменение скорости

$$\frac{v}{v_\infty} = \frac{1 - e^{-x^2} - 8\sqrt{\pi}\theta^2 \left[x^2 i \operatorname{erfc}(x) + xi \operatorname{erfc}(x) + i^3 \operatorname{erfc}(x) - \frac{1}{6\sqrt{\pi}} \right]}{1 + 4/3\theta^2}$$

при $\theta = 0, 1/8\pi, 1/4\pi, 1/2\pi, \infty$

Найдем условные толщины пограничного слоя δ_φ и δ_r , определяемые тем условием, что скорости u и w отличаются на 2% от своего значения в бесконечности, т. е.

$$\delta_\theta = y|_{u=0.98U_0}, \quad \delta_r = y|_{w=0.02U_0}$$

Из (12) следует, что $u=0.98U_0$ при $x=1.65$, т. е.

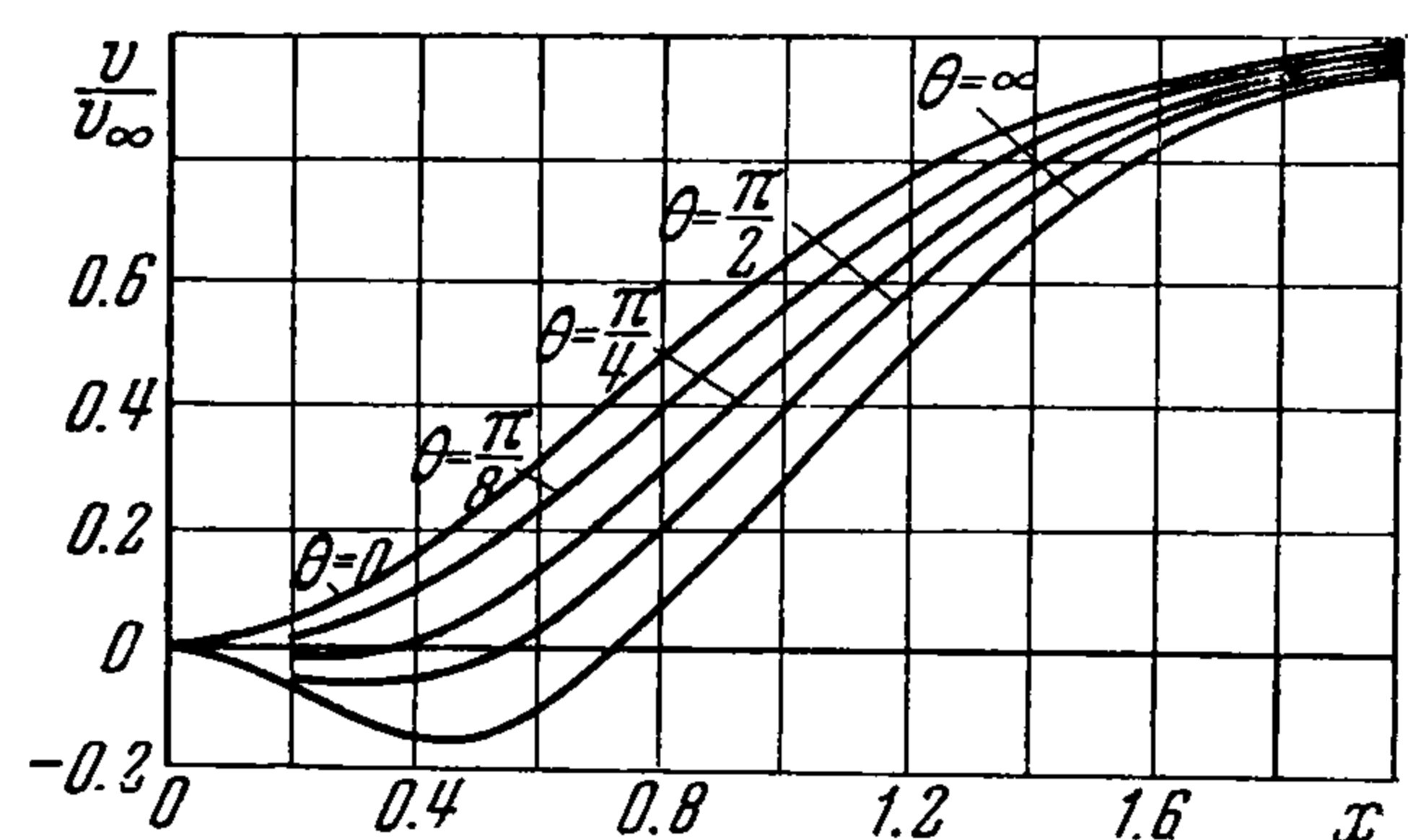
$$\delta_\theta = 3.3r \sqrt{\frac{\theta}{R}}$$

δ_r определится из условия

$$4\theta x i \operatorname{erfc}(x) = 0.02$$

Откуда, например, для $\theta = 1/8\pi, 1/4\pi$ и $1/2\pi$ получим соответственно

$$\delta_r = 1.88 \frac{r}{\sqrt{R}}, \quad \delta_r = 3.012 \frac{r}{\sqrt{R}}, \quad \delta_r = 4.68 \frac{r}{\sqrt{R}}$$



Фиг. 6

На основании полученных выражений для компонент скорости (12) и (13) оказывается возможным в предельном случае рассматриваемой

задачи свести полные уравнения пространственного пограничного слоя, записанные в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{uw}{r} &= v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{u^2}{r} &= -\frac{U_0^2}{r} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial (wr)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

к обыкновенным дифференциальным уравнениям¹. Предположим для этого, что и в случае интегрирования уравнений пограничного слоя (18) для условий рассматриваемой задачи безразмерная продольная и поперечная компоненты скорости могут быть получены в виде функций

$$\frac{u}{U_0} = f'(x), \quad \frac{w}{U_0} = \theta g'(x) \quad \left(U_0 = \frac{A}{r}, \quad x = \frac{y}{2a\sqrt{\theta}} = \frac{y}{2r} \sqrt{\frac{A}{\sqrt{\theta}}} \right) \quad (19)$$

Тогда на основании уравнения неразрывности системы (18) и выражений (19) определим вид функции v :

$$\begin{aligned} v &= -\frac{1}{r} \int_0^y \left[\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial (wr)}{\partial r} \right] dy = \\ &= \frac{U_0}{r} \left[\frac{ax}{\sqrt{\theta}} f'(x) + 2a\theta\sqrt{\theta} xg'(x) \right] - \frac{U_0}{r} \left[\frac{a}{\sqrt{\theta}} (f(x) - f(0)) + 2a\theta\sqrt{\theta} (g(x) - g(0)) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Подставляя выражения для компонент скоростей из (19) и (20) в уравнения (18), получим

$$-2f''(x)[f(x) - f(0)] - 4\theta^2 f''(x)[g(x) - g(0)] = f'''(x) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} -2g''(x)[f(x) - f(0)] + 4f'(x)g'(x) - 4\theta^2 g''(x)[g(x) - g(0)] - \\ - 4\theta^2 g'^2(x) - 4[1 - f'^2(x)] = g'''(x) \end{aligned} \quad (22)$$

Граничные условия для этой системы будут

$$f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1, \quad g'(0) = 0, \quad g'(\infty) = 0$$

Для удобства дальнейших вычислений будем считать, что $g(0) = 0$ и $f(0) = 0$.

Из уравнений (21) и (22), в которые, кроме $f(x)$ и $g(x)$, входят еще величины θ^2 , видно, что исходное предположение (19) выполняется только в предельном случае $\theta \rightarrow 0$.

Пренебрегая при этом в уравнениях (21) и (22) членами, содержащими θ^2 , получим из уравнения (21)

$$f_0''' + 2f_0 f_0'' = 0$$

Это уравнение совпадает с уравнением Блязуса для случая плоского обтекания. Функция $f_0'(x) = u/U_0$ (пунктир на фиг. 3) общеизвестна.

¹ Решение уравнений пограничного слоя (18) соответствует второму приближению метода [5].

Уравнение (22) дает

$$g_0''' + 2g_0'' - 4f_0'g_0' - 4(1 - f_0'^2) = 0. \quad (23)$$

Таким образом, $g_0'(x) = w/U_0\theta$ определяется линейным дифференциальным уравнением второго порядка. Так как функция $f_0'(x)$ очень быстро стремится к единице и, например, равна 0.9990 при $x=3,0$, то в качестве граничного условия для решения уравнения (23) примем, что

$$g_0'(0) = 0, \quad g_0'(3, 2) = 0$$

В табл. 2 приведены результаты численного интегрирования уравнения (23) методом конечных разностей. На фиг. 4 функция $g_0'(x)$ показана пунктиром.

Таблица 2

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4
f_0'	0	0.133	0.265	0.394	0.517	0.630	0.729	0.812
f_0	0	0.0133	0.0530	0.1189	0.210	0.325	0.461	0.614
$-g_0'$	0	0.350	0.549	0.620	0.596	0.513	0.413	0.307
$-g_0$	0	0.035	0.1249	0.242	0.363	0.474	0.566	0.639
x	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
f_0'	0.876	0.923	0.956	0.976	0.988	0.994	0.998	0.999
f_0	0.783	0.963	1.151	1.344	1.541	1.739	1.939	2.138
$-g_0'$	0.203	0.127	0.065	0.030	0.015	0.008	0.003	0
$-g_0$	0.690	0.723	0.742	0.751	0.756	0.758	0.759	0.760

Функция $g'(x)$, полученная в результате интегрирования уравнения (23), совпадает с приведенной в работе [5] слагающей поперечной скорости в пограничном слое при обтекании плоскости вихревым внешним потоком с параболическими линиями тока.

Аналогично может быть рассмотрен более общий случай вращающегося сектора, а также задача об обтекании диска.

Автор приносит глубокую благодарность Н. А. Слезкину за помощь, оказанную при выполнении этой работы.

Поступила 24 XII 1956

ЛИТЕРАТУРА

1. Loos H. A simple laminar boundary layer with secondary flow. J. A. S., Vol. 22, N 1, 1955.
2. Cooke M. A. Pohlhausen's method for three-dimensional laminar boundary layers. The Aeron. Quart., V, Vol. III, part 1. 1951.
3. Mager A. Three-dimensional laminar boundary layer with small crossflow. J. A. S., Vol. 21, N 12, 1954.
4. Sears W. R. Boundary layers in three-dimensional flow. A. M. R., Vol. 7, N 7, 1954.
5. Слезкин Н. А. К вопросу об уточнении решения уравнения Рейнольдса. ДАН СССР, т. 54, № 2, 1946.
6. Лыков А. В. Теория теплопроводности. ГТТИ, 1952.
7. Лойцянский Л. Г. Аэродинамика пограничного слоя, ГТТИ, 1941.