ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КРУГЛОЙ ТРУБЕ ПРИ ПОСТОЯННОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ГРАДИЕНТЕ

В. Н. Голубенков

(Свердловск)

Хорошо известно (1), что если неравномерность температуры T' несжимаемой жидкости, находящейся во внешнем поле $\bar{F}$, мала по сравнению с равновесной температурой T_0, то стационарная тепловая конвекция описывается уравнениями

$$(\bar{V}\,\nabla)\,\bar{V} = -\nabla\frac{p'}{\rho} - \bar{F}\beta T' + \nu\Delta\bar{V} \qquad (\bar{V}\nabla)\,T' = \chi\nabla T, \qquad \operatorname{div}\bar{V} = 0 \tag{1}$$

где β — коэффициент теплового расширения жидкости, χ — коэффициент температуропроводности, и в уравнении переноса тепла пренебрегается членами, обусловленными давлением и рассеянием. Обычно ограничиваются рассмотрением конвекции в постоянном гравитационном поле земли ($\bar{F} = \bar{g}$) (см., например, [2]). Мы рассмотрим конвекцию в искусственном гравитационном поле, т. е. во вращающейся жидкости. Рассмотрим участок бесконечно длинной трубы кругового сечения радиуса R, равномерно вращающейся с угловой скоростью ω. Тогда на протекающую в трубе жидкость будет действовать направленное по радиусу поле $\omega^2 r$. Будем считать, что влиянием поля тяжести можно пренебречь (это соответствует либо случаю достаточно больших скоростей вращения ω, либо случаю вертикальной трубы с температурным градиентом, направленным против поля земли).

В том случае, когда неравномерность температуры задается постоянным градиентом температуры на внешней стенке трубы, уравнения (1) структурно линеаризуются.

Именно, поскольку в каждом сечении трубы будут подобные условия, то можно положить [3]

$$T' = az + f(r) \tag{2}$$

где a — поддерживаемый на стенке градиент, а $f(r)$ подлежит определению. Возьмем вращающуюся цилиндрическую систему координат (z, r, φ) с полярной осью вдоль оси трубы. Зависимость от φ отсутствует в силу симметрии задачи, а простые соображения дают

$$V_{\varphi} = 0, \qquad V_r = 0, \qquad \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

Система (1) в этом случае запишется в виде ($V_z \equiv v$)

$$\frac{\partial}{\partial r}\frac{p'}{\rho} = -\beta\omega^2 r T', \qquad \frac{\partial}{\partial z}\frac{p'}{\rho} = \nu\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right) \qquad av = \chi\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{df}{dr}\right) \tag{4}$$

Легко получить решения уравнений (4), не имеющие особенностей при $r = 0$ и удовлетворяющие условиям

$$1)\quad f(R) = 0, \qquad 2)\quad v(R) = 0, \qquad 3)\quad 2\pi\rho\int_0^R vr\,dr = \pi R^2\rho Q \tag{5}$$

где $\pi R^2\rho Q$ — заданный расход жидкости в трубе. Случаю свободной конвекции будет, очевидно, соответствовать $Q = 0$.

Эти решения имеют вид:

$$v = \frac{a\beta\omega^2 R^4}{96\nu}(-3x^2 + 4x - 1) + 2Q(1 - x) \tag{6}$$

$$T' = az + \frac{a^2\beta\omega^2 R^6}{386\chi\nu}(1 - x)^3 - \frac{aR^2 Q}{8\chi}(x^2 - 4x + 3) \tag{7}$$

$$\frac{p'}{\rho} = \frac{a\beta\omega^2 R^2}{2} z \left(\frac{1}{3} - x\right) + \frac{a^2\beta^2\omega^4 R^8}{64\chi\nu} (1-x)^4 -$$

$$- Q\left[\frac{8\nu}{R^2} z + \frac{a\beta\omega^2 R^4}{48\chi} x(x-3)\right] + \text{const} \qquad (8)$$

где для удобства обозначено $(r / R)^2 = x$.

Видно, что полученные выражения (6), (7) для скорости и температуры представляют собой суперпозицию свободной конвекции и пуазейлевского потока.

При достаточно больших Q $(Q \gg a\beta\omega^2 R^4 / 8\nu)$ решение представляет чисто пуазейлевское течение; $Q = 0$ соответствует чистой свободной конвекции. Следует отметить, что при значениях $Q = {}^1/_{24}\,(a\beta\omega^2 R^4 / 8\nu)$ скорость v обращается на оси трубы в нуль, при значении же $Q = {}^1/_{18}\,(a\beta\omega^2 R^4 / 8\nu)$ температура на оси трубы становится равной заданной температуре на стенке $(T' = az)$.

Поступила 25 II 1957

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л., Лифшиц Е. Механика сплошных сред. Изд. 2-е, 1953.
2. Остроумов Г. А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи, ГТТИ, 1952.
3. Сборник «Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости». ИЛ. т. II, стр. 267, 1948.

ВРЕМЯ ДО РАЗРУШЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ДИСКА В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

В. И. Розенблюм

(Ленинград)

Процесс ползучести металлических деталей при высоких температурах обычно по истечении более или менее продолжительного времени завершается разрушением.

В связи с этим возникает важный вопрос определения времени до разрушения (срока службы) детали. В обычной постановке задач ползучести, ограниченной рассмотрением малых деформаций, этот вопрос не обсуждается. Различают два вида разрушения — хрупкое (бездеформационное) и вязкое, происходящее вследствие значительных деформаций ползучести.

Приводимое ниже простое приближенное решение для случая больших деформаций вращающегося диска обнаруживает, что деформации начинают быстро возрастать лишь при приближении к некоторому конечному моменту времени t_*, обращаясь при $t = t_*$ в бесконечность.

Такой характер решения позволяет принять t_* в качестве характеристики срока службы ползущего диска (конечно, при условии, что разрушение его происходит по второму типу).

Подобный подход был применен недавно Хоффом в задаче растяжения цилиндрического стержня [1]; решение полученное Хоффом, подтверждается приведенными в цитированной работе экспериментальными данными.

1. Обозначим через a_0, b_0 внутренний и наружный радиусы диска в исходном (недеформированном) состоянии. Толщину диска в исходном состоянии h_0 будем считать постоянной.

Пусть диск вращается с постоянной угловой скоростью ω. Вследствие ползучести частицы диска будут при этом непрерывно перемещаться в радиальном направле-