Найденный закон изменения перепада давления на фронте сферической волны, распространяющейся в неоднородной атмосфере, отличается от закона его изменения в плоской волне не только множителем R^{-1}, который представляет собой «естественное» затухание сферической волны, но и множителем a_0^{-1}, появившимся в результате того, что верхняя часть волны фокусируется, а нижняя, наоборот, растягивается, проходя через слои воздуха с различными скоростями звука.

В случае, когда скорость звука в среде постоянна (т. е. в случае $k = 0$), из формулы (3.11) следует

$$p' = \frac{\sqrt{\rho_0}}{a_{00}t} f\left(\frac{r}{z}\right) \tag{3.14}$$

Отсюда для волны, пораждаемой точечным источником, излучающим равномерно по всем направлениям, имеем известную [1] формулу

$$p' = \mathrm{const}\,\frac{1}{R_0}\sqrt{\rho_0} \qquad (R_0 = a_{00}t) \tag{3.15}$$

Поступила 19 XI 1956

ЛИТЕРАТУРА

1. Keller J. B. Geometrical Acoustics, I. The Theory of weak shock Waves. Journal of applied Physics, vol. 25, N 8, 1954.

ЗАМЕЧАНИЕ О ЛИНЕАРИЗАЦИИ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

М. И. Гуревич, М. Д. Хаскинд

(Москва, Одесса)

В работе решается задача об обтекании бесконечной пластинки плоским дозвуковым потоком невязкого газа. Уравнение неразрывности берется в линеаризированном виде, как и в методе Прандтля-Глауэрта [1]. Граничные условия записываются точно, но область течения в окрестности передней кромки пластинки не рассматривается. При такой приближенной постановке задачи с учетом высших степеней угла атаки только в граничных условиях, зависимость коэффициента подъемной силы C_y от числа M заметно отличается от той, которая дается в теории Прандтля-Глауэрта, так как при $M \to 1$ коэффициент C_y уже не стремится к бесконечности. Ввиду того, что при $M \to 1$ в газе появляются скачки уплотнения, полученной ниже формулой при больших M так же нельзя пользоваться, как и формулой Прандтля-Глауэрта.

Цель предлагаемой заметки состоит только в том, чтобы показать большую чувствительность решений уравнения газовой динамики к линеаризации граничных условий.

Рассмотрим плоскую пластинку длины $2l$, перемещающуюся с постоянной скоростью U в сжимаемой жидкости (фиг. 1, a). Для потенциала скоростей возмущенного течения $\varphi(x, y)$ имеем линеаризированное уравнение неразрывности

$$(1 - M^2)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

Граничное условие обтекания пластинки запишем в точном виде:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}\sin\alpha - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\cos\alpha = U\sin\alpha \tag{2}$$

Для преобразования уравнения (1) к каноническому виду введем новые переменные:

$$x_1 = x,$$

$$y_1 = yM' = y\sqrt{1 - M^2} \qquad (3)$$

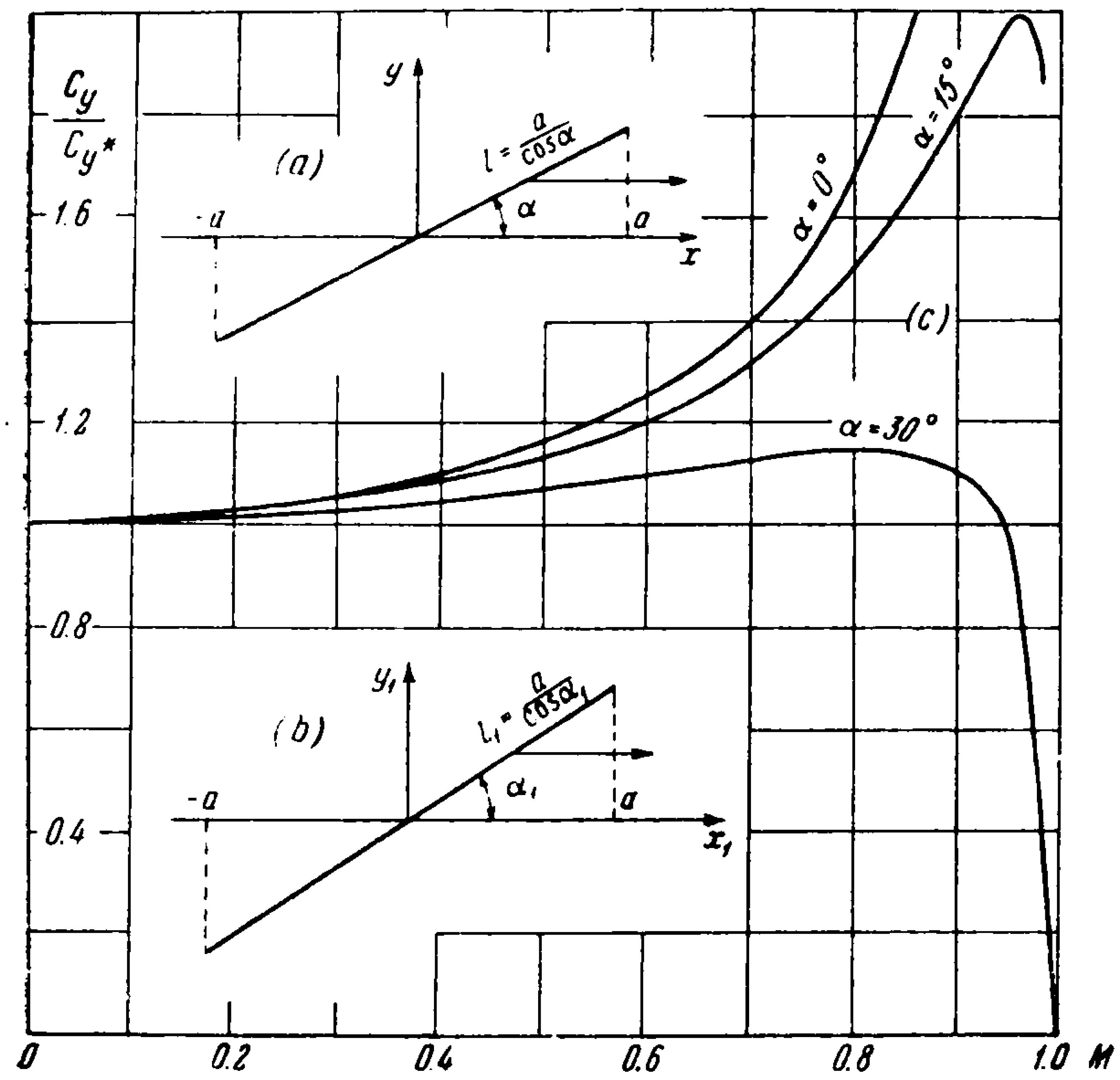
Тогда уравнения (2) и (1) примут следующий вид:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y_1^2} = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}\sin\alpha_1 - M'^2\frac{\partial\varphi}{\partial y_1}\cos\alpha_1 = U\sin\alpha_1$$

где α_1 — наклон пластинки к оси x_1 на вспомогательной плоскости x_1y_1 (фиг. 1, *b*). Углы α и α_1 связаны зависимостью $\operatorname{tg}\alpha_1 = M'\operatorname{tg}\alpha$.

Интересно отметить, что второе условие (4) не является условием обтекания во вспомогательной плоскости x_1y_1.



Фиг. 1.

Вводя комплексный потенциал

$$w(\zeta) = \varphi + i\psi, \qquad \zeta = z_1 e^{-i\alpha_1} = (x_1 + iy_1)\, e^{-i\alpha_1}$$

граничное условие (4) можно представить в следующей форме

$$\operatorname{Im}\frac{dw}{d\zeta}\, ie^{-i\alpha_1}(\sin\alpha_1 - iM'^2\cos\alpha_1) = U\sin\alpha_1 \qquad (5)$$

при $\operatorname{Im}\zeta = 0$ и $|\operatorname{Re}(\zeta)| \leqslant l_1 = a/\cos\alpha_1$.

Решение этой задачи легко получить (см., например, [2]):

$$\frac{dw}{d\zeta}(1 - M^2\cos^2\alpha_1 + iM^2\cos\alpha_1\sin\alpha_1) = Ui\sin\alpha_1\left[1 - \sqrt{\frac{\zeta + l_1}{\zeta - l_1}}\right] \qquad (6)$$

Подъемную силу плоской пластинки можно получить по обобщенной формуле Жуковского. Для этого необходимо найти величину циркуляции Γ, которую можно определить через мнимую часть коэффициента при $1/\zeta$ в разложении $dw/d\zeta$ в окрестности бесконечно удаленной точки. Производя соответствующие выкладки, находим

$$\frac{\Gamma}{2\pi} = \frac{Ua\operatorname{tg}\alpha_1(1 - M^2\cos^2\alpha_1)}{(1 - M^2\cos^2\alpha_1)^2 + M^4\cos^2\alpha_1\sin^2\alpha_1} = \frac{UaM'\operatorname{tg}\alpha}{1 - M^2\cos^2\alpha} \qquad (7)$$

В случае несжимаемой жидкости циркуляция Γ^* определяется выражением $\Gamma^* = 2\pi a U \operatorname{tg}\alpha$. Поэтому отношение коэффициентов подъемных сил $C_y/C_y^* = \Gamma/\Gamma^*$ представится в виде

$$C_y/C_y^* = \sqrt{1 - M^2}/(1 - M^2\cos^2\alpha) \qquad (8)$$

Как частный случай при $\alpha = 0$ получаем решение Прандтля-Глауэрта. На фиг. 1,*c* представлена зависимость C_y/C_y^* от чисел Маха для различных углов атаки. Из формулы (8) видно, что при всех $M \leqslant 1$ и $\alpha \neq 0$ это отношение остается конечным. Максимальное значение $C_y/C_y^* = \operatorname{cosec} 2\alpha$ достигается при $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{1 - M^2}$.

Приводимые графики и формулы наглядно иллюстрируют, насколько принципиально меняется характер зависимости $C_y(M)/C_y^*$ даже при частичном уточнении постановки задачи.

Поступила 19 XII 1956

ЛИТЕРАТУРА

1. Зауэр. Введение в газовую динамику. Гостехиздат, 1947.
2. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. Гостехиздат, 1950.