

О НЕСУЩИХ СВОЙСТВАХ И ИНДУКТИВНОМ СОПРОТИВЛЕНИИ СИСТЕМЫ КРЫЛО — ФЮЗЕЛЯЖ

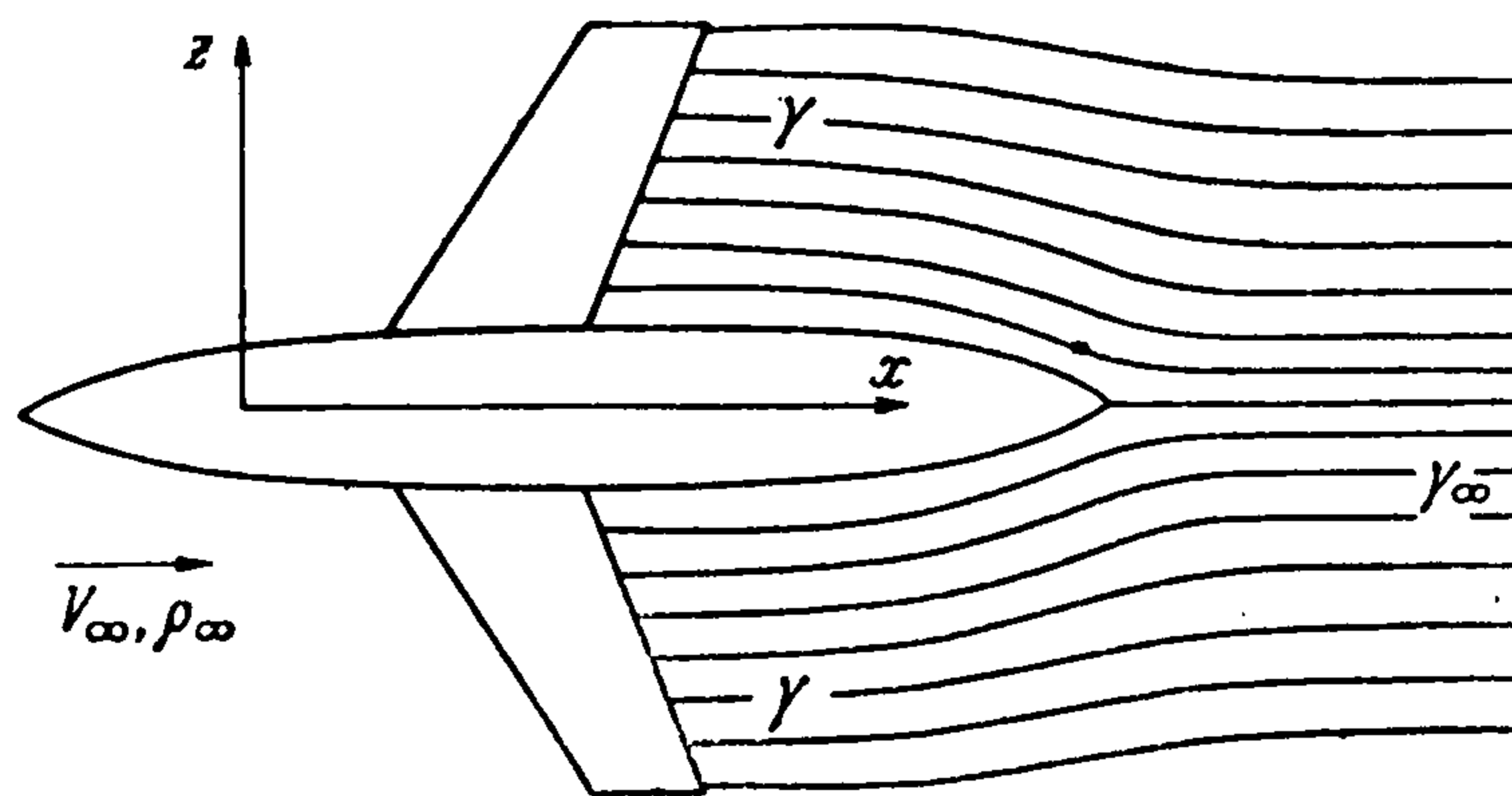
А. А. Никольский

(Москва)

При теоретическом исследовании совместного обтекания крыла и фюзеляжа под углом атаки во многих случаях удается сравнительно легко решить задачу об отыскании распределения сил давления на крыло, распределения циркуляции по размаху крыла, а вместе с тем определить распределение сил давления на поверхности фюзеляжа представляется затруднительным.

Так в ряде случаев фюзеляж представляет собой весьма удлиненное тело, на небольшой части длины которого расположено крыло сравнительно малого удлинения. В этом случае можно приближенно решить задачу об обтекании самого крыла, заменив фюзеляж бесконечным цилиндром соответствующего диаметра и рассмотрев обтекание крыла в присутствии этого бесконечного цилиндра. При этом будет найдено и распределение циркуляции вдоль размаха крыла. Однако после этого встает вопрос о том, какова же общая подъемная сила и общая сила индуктивного сопротивления всей системы крыло—фюзеляж. В настоящей работе предлагается правило, позволяющее вычислить при малых углах атаки эти силы по заданному распределению циркуляции вдоль размаха крыла без знания распределения давления по фюзеляжу.

Пусть имеется некоторая несущая система крыло—фюзеляж (фиг. 1). Предположим для четкости рассуждений, что крыло является плоской пластиной произвольной формы, а фюзеляж — телом вращения. Пусть крыло лежит в плоскости x, z , где x — ось симметрии фюзеляжа. Будем рассматривать симметричное обтекание под малым углом атаки без учета сил трения системы крыло—фюзеляж. При $\alpha = 0$ (вектор скорости набегающего потока лежит в плоскости крыла) имеет место осесимметричное обтекание системы, соответствующее обтеканию фюзеляжа. Обтекание фюзеляжа всюду будем рассматривать безотрывным. Этому исходному осесимметричному течению соответствуют вполне определенные линии тока, начинающиеся на бесконечности впереди тела и кончающиеся на бесконечности позади тела. Эти линии тока при обтекании фюзеляжа сначала удаляются от оси симметрии, а затем снова приближаются к ней на прежнее расстояние на бесконечности позади тела.



Фиг. 1

Если система крыло—фюзеляж находится под углом атаки α , значительно меньшим, чем средний угол наклона к оси симметрии фюзеляжа касательной к его сечению плоскостью, проходящей через ось симме-

трии, то линии тока течения мало отличаются от линий тока исходного осесимметричного течения.

При малом α интенсивность свободной вихревой пелены γ , сходящей с задней кромки крыла, тоже мала и стремится к нулю вместе с α . Поэтому при малом α элементарные вихри пелены γ будут в пределе при $\alpha \rightarrow 0$ располагаться по линиям тока исходного осесимметричного течения. Это обстоятельство и позволяет по заданному распределению циркуляции по крылу найти распределение циркуляции вихревой пелены позади тела и найти необходимые силы, действующие на всю систему крыло—фюзеляж.

Итак, задача рассматривается в следующей постановке.

1. Свободные вихри сходят только с крыла.
2. Производится линеаризация уравнений движения по углу атаки α около исходного осесимметричного течения (при $\alpha = 0$).

При течении несжимаемой жидкости или течения газа со всюду дозвуковыми скоростями движение всюду будет безвихревым.

Его можно принять безвихревым в области, прилегающей к телу, и в случае обтекания сверхзвуковым потоком системы тонкого крыла с тонким фюзеляжем, если ограничиться точностью вплоть до вторых порядков малости включительно. В рассмотренных случаях существует потенциал скорости. При этом во всей области течения справедливо уравнение Бернулли—Сен-Венана

$$\frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = \text{const} \quad (1)$$

где p — давление, ρ — плотность, u , v , w — компоненты скорости по осям x , y , z .

Будем обозначать индексом минус внизу предельные значения величин, получающиеся при приближении к точкам свободной вихревой пелены снизу (из области $y < 0$), а индексом плюс внизу предельные значения, получающиеся при приближении к ее точкам сверху (из области $y > 0$). Условие непрерывности давления при переходе через свободную вихревую пелену совместно с уравнением (1) с точностью до малых первого порядка включительно дадут условие

$$u_0 \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_+ - \varphi_-) + w_0 \frac{\partial}{\partial y} (\varphi_+ - \varphi_-) = 0 \quad (2)$$

где u_0 , w_0 соответствуют значениям u , w при $y = 0$ для исходного осесимметричного течения, φ — потенциал скорости.

При этом мы воспользовались также условием и непрерывности плотности ρ при переходе через γ , которое следует из двух условий: уравнения адиабаты $p/\rho^x = \text{const}$ во всем потоке (x — показатель адиабаты) и условия непрерывности давления при переходе через γ .

Условие (2) означает, что значение $(\varphi_+ - \varphi_-)$ в рассматриваемом приближении сохраняется вдоль линий тока исходного осесимметричного течения.

Обозначим через $\Psi_0(r, x)$ функцию тока исходного осесимметричного течения, причем положим $\Psi_0 = 0$ на поверхности фюзеляжа, а за $\Psi_0(r, x)$ примем расход в единицу времени массы газа, протекающей внутри осесимметричных поверхностей $\Psi_0(r, x) = \text{const}$.

Положим $\Gamma = \varphi_+ - \varphi_-$, равенство (2), справедливое в точках свободной вихревой пелены, эквивалентно равенству

$$\Gamma = \Gamma(\Psi_0) \quad (3)$$

На бесконечности вниз по течению имеем

$$\Psi_0 = \rho_\infty V_\infty \pi r^2 \quad (r = \sqrt{y^2 + z^2}) \quad \text{или} \quad r = \sqrt{\frac{\Psi_0}{\pi \rho_\infty V_\infty}} \quad (4)$$

Удаляясь в плоскость Трефцта на бесконечность позади тела, получим, что два отделенных одно от другого фюзеляжем симметричных относительно оси x кусков пелены сомкнутся и образуют единую вихревую пелену γ_∞ .

Если функция $\Gamma(\Psi_0)$ задана, то формулы (3), (4) полностью определяют вихревую пелену γ_∞ на бесконечности позади тела, которая как раз и является итоговой вихревой пеленой, соответствующей обтеканию системы крыло—фюзеляж. Применяя обычные правила вычисления подъемной силы Y и индуктивного сопротивления X_i по заданной вихревой пелене на бесконечности вниз по течению (см., например, ^[1]), получим

$$Y = 2\rho_\infty V_\infty \int_0^{\Psi_0 \text{ max.}} \Gamma(\Psi_0) d\sqrt{\frac{\Psi_0}{\pi \rho_\infty V_\infty}} \quad (\Psi_0 \text{ max.} = \frac{1}{4} \pi \rho_\infty V_\infty l^2) \quad (5)$$

$$X_i = 2\rho_\infty V_\infty \int_0^{\Psi_0 \text{ max.}} \Gamma(\Psi_0) v(\Psi_0) d\sqrt{\frac{\Psi_0}{\pi \rho_\infty V_\infty}} \quad (6)$$

При этом индуктивный скос $v(\Psi_0)$ выразится равенством

$$\begin{aligned} -v(\Psi_0) = & \frac{1}{2\pi} \int_{\Psi_0' = 0}^{\Psi_0' = \Psi_0' \text{ max.}} \frac{d\Gamma(\Psi_0')}{\sqrt{\Psi_0/\pi \rho_\infty V_\infty} - \sqrt{\Psi_0'/\pi \rho_\infty V_\infty}} + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{\Psi_0' = 0}^{\Psi_0' = \Psi_0 \text{ max.}} \frac{d\Gamma(\Psi_0')}{\sqrt{\Psi_0/\pi \rho_\infty V_\infty} + \sqrt{\Psi_0'/\pi \rho_\infty V_\infty}} \end{aligned} \quad (7)$$

где интегрирование понимается, как обычно, в смысле Коши. Не представляет труда найти, каково должно быть распределение $\Gamma(\Psi_0)$, чтобы при заданной подъемной силе Y системы крыло—фюзеляж индуктивное сопротивление было минимальным. Как известно, при этом на бесконечности вниз по течению $\Gamma(r)$ должно распределяться по эллиптическому закону. Пользуясь соотношениями (3) и (4) для рассматриваемого случая, получим

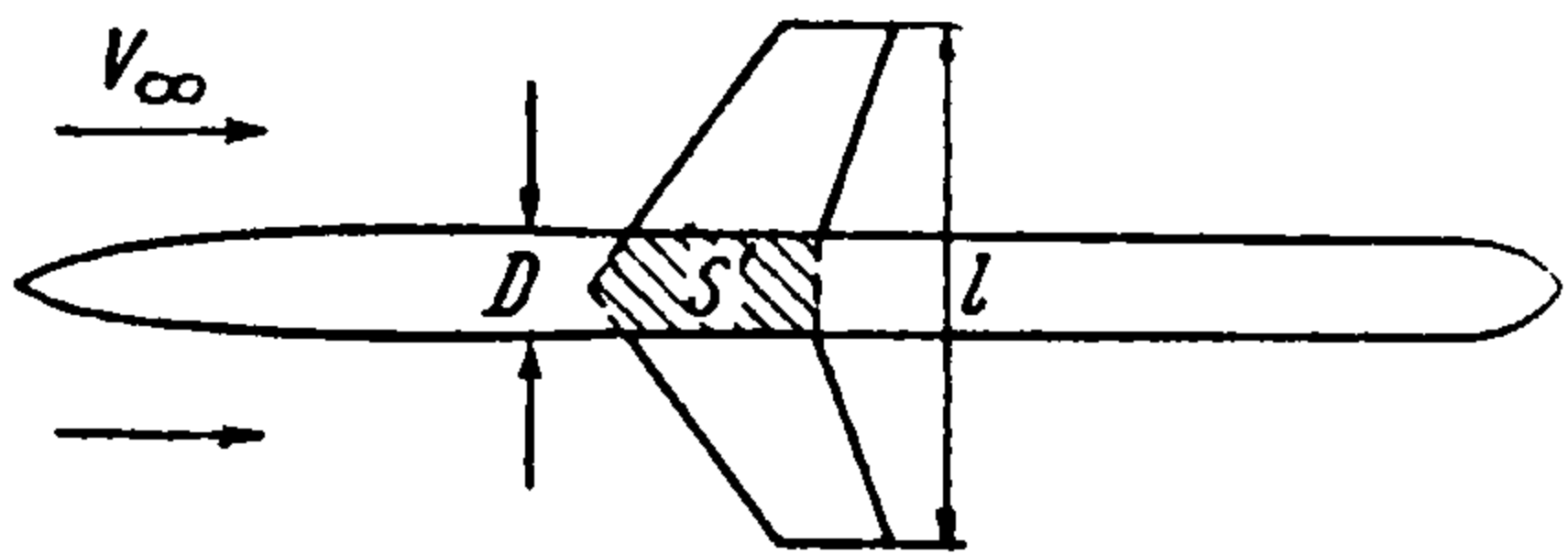
$$\Gamma = \Gamma_0 \sqrt{1 - \frac{\Psi_0}{\Psi_0 \text{ max.}}}, \quad \Gamma_0 = \Gamma(0) = \text{const} \quad (8)$$

При этом

$$Y = \frac{\pi}{2} \rho_\infty V_\infty \Gamma_0 \sqrt{\frac{\Psi_0 \text{ max.}}{\pi \rho_\infty V_\infty}}, \quad X_i = \frac{1}{8} \pi \rho_\infty \Gamma_0^2 \quad (9)$$

Рассмотрим теперь случай, когда всюду в области крыла можно считать $u_0 = V_\infty$, $w_0 = 0$, $\rho = \rho_\infty$, где V_∞ , ρ_∞ — соответственно скорость и плотность в набегающем потоке, т. е. исходный осесимметричный

поток в области крыла совпадает с невозмущенным потоком. Этот случай приблизительно имеет место, если отношение длины фюзеляжа к его диаметру велико, фюзеляж достаточно плавный, а область, занятая крылом, имеет максимальный линейный размер, значительно меньший длины фюзеляжа (фиг. 2). Обозначим через D_ϕ средний диаметр фюзеляжа в области его стыка с крылом и через l общий размах системы крыло—фюзеляж в направлении оси z (расстояние между концами полукрыльев). В рассматриваемом



Фиг. 2

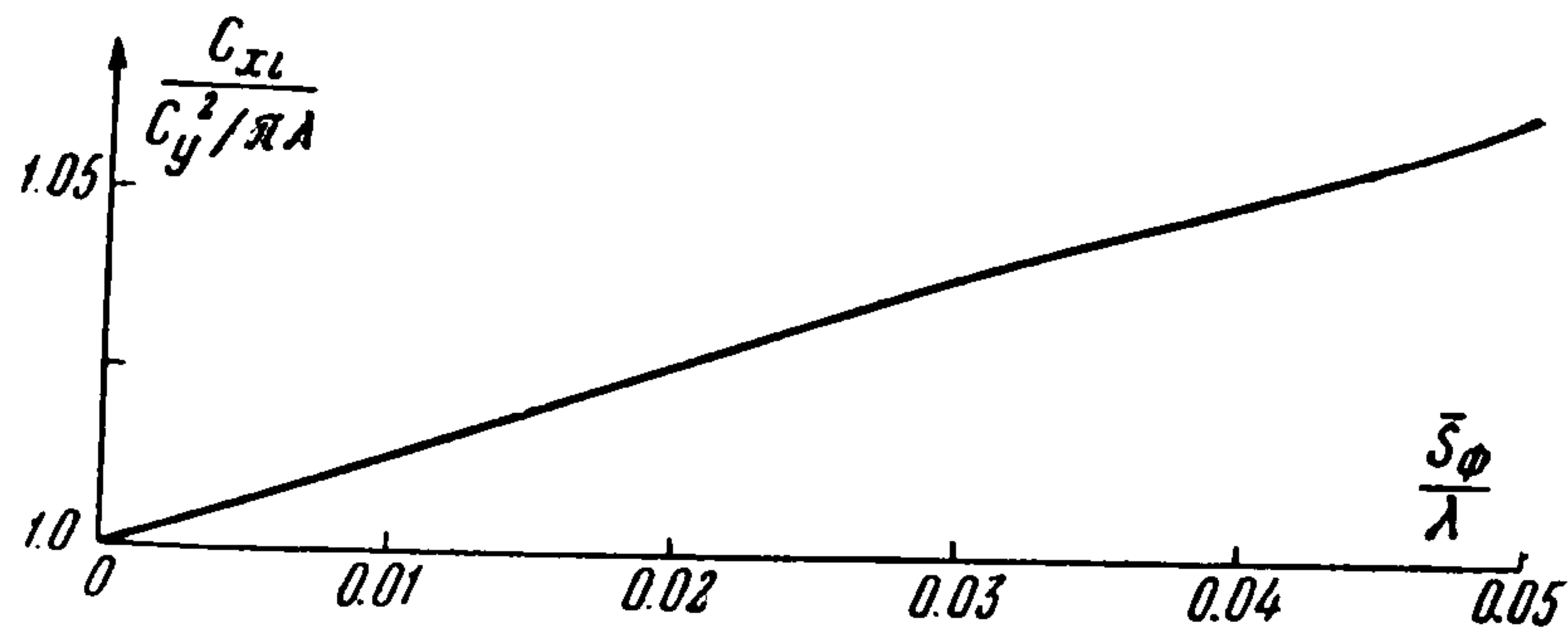
случае в области, занятой крылом, имеем

$$\Psi_0 = \rho_\infty V_\infty \pi \left(r^2 - \frac{1}{4} D_\phi^2 \right) \quad (10)$$

Поэтому получаем

$$\Psi_{0\max} = \frac{1}{4} \pi \rho_\infty V_\infty (l^2 - D_\phi^2) \quad (11)$$

Поставим задачу отыскать такое распределение по размаху крыла циркуляции $\Gamma = \Gamma(z)$, которое соответствует минимальному индуктивному сопротивлению системы крыло—фюзеляж при заданной подъемной



Фиг. 3

силе и фиксированных значениях D_ϕ и l . Пользуясь формулами (8), (10), (11), найдем

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{\sqrt{1 - \bar{z}^2}}{\sqrt{1 - \bar{D}_\phi^2}} \quad \left(\bar{z} = \frac{z}{l}, \quad \bar{D}_\phi = \frac{D_\phi}{l} \right) \quad (12)$$

По формуле (9) получим

$$Y = Y_k + Y_\phi = \frac{1}{4} \pi \rho_\infty V_\infty \Gamma_0 \sqrt{l^2 - D_\phi^2} \quad (13)$$

где Y_k — подъемная сила крыла, Y_ϕ — подъемная сила фюзеляжа. Для индуктивного сопротивления X_i системы будет справедлива формула (9). Между X_i и Y будет иметь место зависимость

$$\frac{X_i}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{(l^2 - D_\phi^2)} \left(\frac{Y}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \right)^2 \quad (14)$$

Для получения безразмерных коэффициентов C_y , C_{xi} подъемной силы и индуктивного сопротивления следует отнести силы Y , X_i к некоторой площади S . В случае изолированного крыла за площадь S выбирают площадь крыла. При комбинации крыло—фюзеляж часто за S принимают сумму площадей полукрыльев плюс фиктивная площадь «подфюзеляжной части крыла», т. е. дополнительная фиктивная площадь S' , получаемая путем мысленного продолжения по некоторому

закону крыла внутри фюзеляжа (фиг. 2). Вводя удлинение фиктивного крыла $\lambda = l^2/S$, преобразуем выражение (14) к виду

$$C_{xi} = \frac{1}{\pi\lambda} \frac{1}{1 - \bar{D}_\phi^2} C_y^2 \quad \left(C_{xi} = \frac{X_i}{1/2\rho_\infty V_\infty^2 S}, C_y = \frac{Y}{1/2\rho_\infty V_\infty^2 S} \right) \quad (15)$$

или

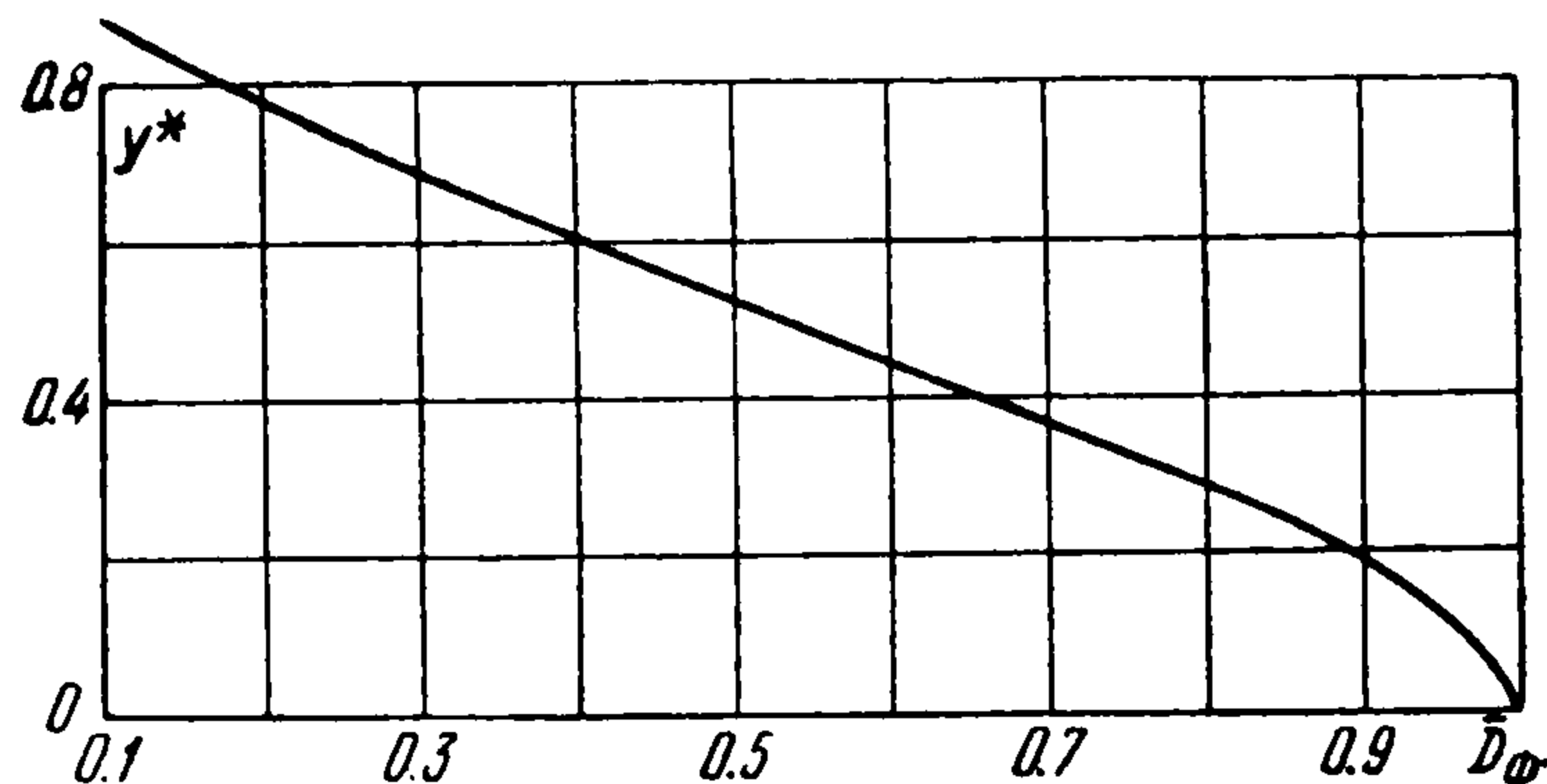
$$C_{xi} = \frac{1}{\pi\lambda} \frac{1}{1 - (4/\pi\lambda) \bar{S}_\phi} C_y^2 \quad \left(\bar{S}_\phi = \frac{\pi D_\phi^2}{4S} \right) \quad (16)$$

где \bar{S}_ϕ — отношение площади поперечного сечения фюзеляжа в области расположения крыла к площади S . На фиг. 3 изображена зависимость характеризующая прирост индуктивного сопротивления при фиксированных l и S за счет наличия фюзеляжа.

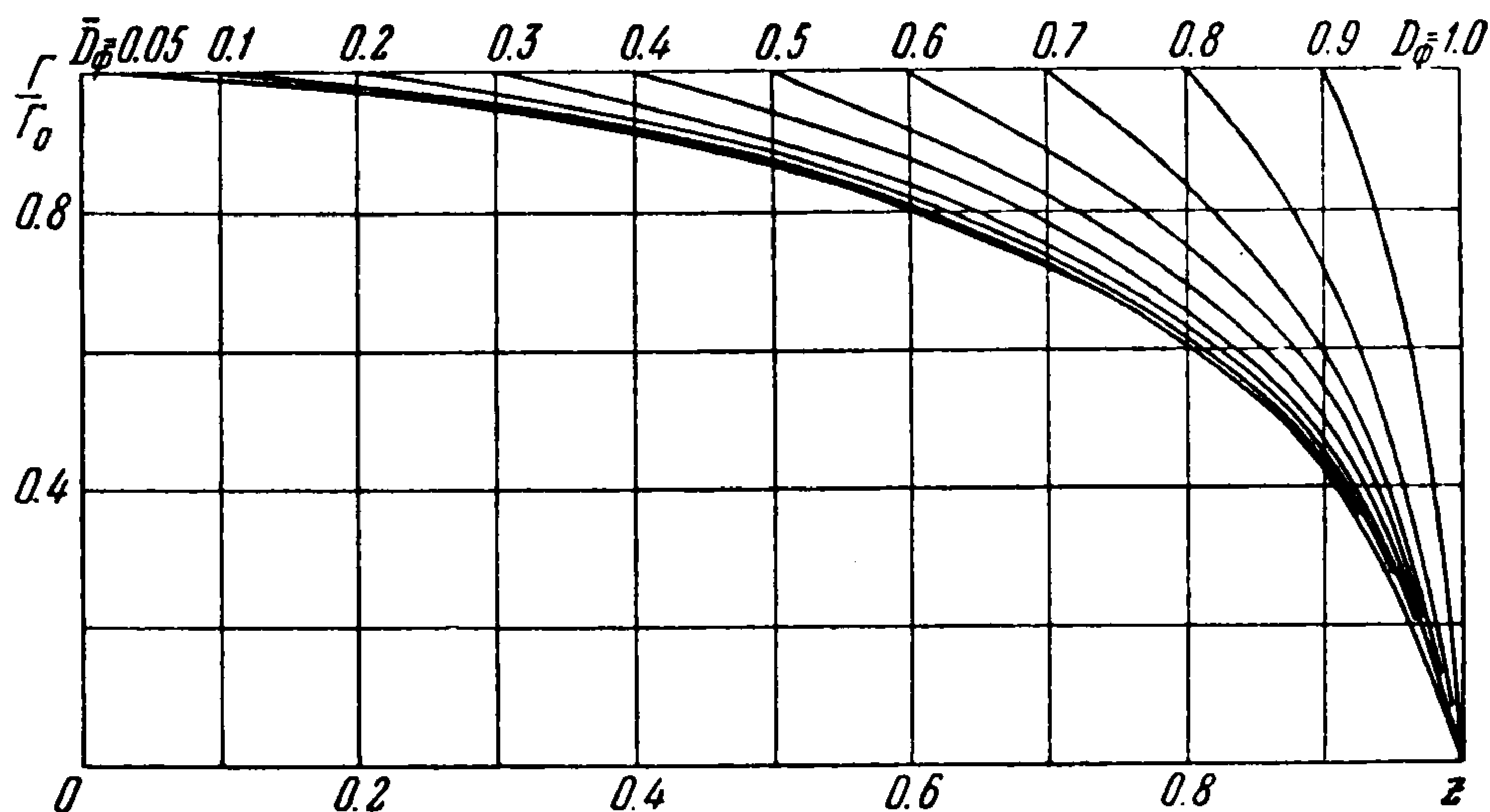
Вычислим теперь для рассматриваемого случая подъемную силу крыла Y_k . Она будет равна величине

$$Y_k = 2\rho_\infty V_\infty \int_{z_2}^{z_1} \Gamma dz \quad (17)$$

$$\left(z_1 = \frac{1}{2} l, z_2 = \frac{1}{2} D_\phi \right)$$



где интегрирование ведется по размаху вдоль правого полукрыла.



Фиг. 5

Пользуясь равенством (12) и проводя интеграцию, получим

$$Y_k = \frac{\rho_\infty V_\infty l \Gamma_0}{2\sqrt{1 - \bar{D}_\phi^2}} \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin \bar{D}_\phi - \bar{D}_\phi \sqrt{1 - \bar{D}_\phi^2} \right] \quad (18)$$

Пользуясь этой формулой и формулой (13), найдем

$$Y^* = \frac{Y_k}{Y_k + Y_\phi} = \frac{2}{\pi(1 - \bar{D}_\phi^2)} \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin \bar{D}_\phi - \bar{D}_\phi \sqrt{1 - \bar{D}_\phi^2} \right] \quad (19)$$

Зависимость $Y^* = Y^*(\bar{D}_\phi)$ приведена на [фиг. 4. При малых \bar{D}_ϕ , беря главный член разложения правой части равенства (19) по \bar{D}_ϕ , получим

$$\frac{Y_\phi}{Y_k + Y_\phi} = \frac{4}{\pi} \bar{D}_\phi \quad (20)$$

и, таким образом, на диапазоне \bar{D}_ϕ , обычном для самолетов, доля подъемной силы фюзеляжа в общей подъемной силе системы крыло—фюзеляж даже несколько больше, чем относительная часть размаха, занимаемая фюзеляжем. Фиг. 4 показывает, что при малом размахе полукрыльев по сравнению с диаметром фюзеляжа на долю фюзеляжа падает основная часть подъемной силы, т. е. фюзеляж многократно увеличивает собственную подъемную силу крыльев.

На фиг. 5 нанесены распределения по полукрылу безразмерной циркуляции Γ/Γ_0 , выражаемые формулой (12). К этим распределениям нужно стремиться для получения минимального индуктивного сопротивления системы крыло—фюзеляж при заданном \bar{D}_ϕ .

Замечание. Полученные выше закономерности для системы крыло—фюзеляж наименьшего индуктивного сопротивления, по-видимому, можно считать общими приближенными закономерностями, характеризующими главную часть влияния фюзеляжа в реальных случаях, аналогично тому, как основные закономерности, полученные в известной задаче об изолированном эллиптическом крыле, дают в главном закономерности и для других форм крыльев.

Заметим, что проведенные исследования, давая связь между подъемной силой и индуктивным сопротивлением, еще не позволяют дать их зависимость от угла атаки α . Во многих случаях зависимость подъемной силы от α не является существенной или приблизительно известна.

Развитый метод позволяет рассмотреть аналогичные задачи не только для случая, когда плоское крыло расположено в плоскости симметрии фюзеляжа, но и когда оно расположено в любом положении параллельно оси симметрии фюзеляжа над этой осью (высокоплан) и под этой осью (низкоплан). Здесь тоже следует свободные вихри за крылом расположить по линиям тока основного осесимметричного течения от фюзеляжа и провести рассмотрение вихревой пелены на бесконечности позади тела. При этом в плоскости Треффта приходится иметь дело не с плоской, а с криволинейной вихревой пеленой, форма которой легко определяется.

Легко также получить правило подсчета подъемной силы и индуктивного сопротивления для случая кольцевого крыла с центральным круглым фюзеляжем.

Укажем, что в последнем случае общая подъемная сила системы крыло—фюзеляж будет не больше, а меньше, чем подъемная сила крыла:

$$\frac{Y_K}{Y_K + Y_\phi} = \frac{1}{\sqrt{1 - (d/D)^2}} \quad (21)$$

Здесь d — диаметр фюзеляжа в области расположения крыла, D — диаметр кольцевого крыла.

Автор выражает признательность Г. И. Таганову за полезную дискуссию.

Поступила 20 XII 1956

ЛИТЕРАТУРА

1. Г о л у б е в В. В. Лекции по теории крыла. Гостехтеоретиздат, М.—Л., 1949.