ЗАМЕЧАНИЕ К СТАТЬЕ М. А. АЙЗЕРМАНА И Ф. Р. ГАНТМАХЕРА «УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ОДНОКОНТУРНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ»,

ПММ, т. XVIII, в. 1, 1954

В указанной работе, а также и в докладе [1] приводилась теорема 6, определяющая необходимые и достаточные условия структурной устойчивости системы автоматического регулирования, имеющей характеристическое уравнение

$$D^{(1)}(p) + Ap^2 + Bp + C = 0 \qquad \left(D^{(1)}(p) = \prod_{i=1}^{n_1} d_i(p),\ p = \frac{d}{dt} \right) \qquad (2.21)$$

где $d_i(p)$ — полиномы по p не выше второй степени; $C > 0$, а A и B могут иметь любой знак или равняться нулю. Эти условия были сведены в таблицу (2.22), где для каждого сочетания знаков A и B выписывались соответствующие условия структурной устойчивости. Данные таблицы, соответствующие случаям $A > 0$, $B \leqslant 0$, были сформулированы неверно (на это обстоятельство наше внимание обратил студент МФТИ О. Бакут); в них утверждалось, что система с $A > 0$, $B \geqslant 0$ структурно-неустойчива при $\sigma + \tau_1 > 1$. В действительности же это не всегда так. В настоящей заметке довыясняется этот вопрос, при этом используются обозначения и термины основной работы, упомянутой в заглавии.

Утверждается: Для того, чтобы у системы нормального типа, имеющей характеристическое уравнение (2.21) с $A > 0$ и $B \leqslant 0$. существовала область устойчивости в пространстве параметров, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство $n_1 \geqslant 4\rho_1 - 2$ и одновременно выполнялось одно из следующих условий:

1) либо $\sigma = 1$, $\tau_1 = 0$ или 2
2) либо $\sigma = 0$, $\tau_1 = 0$, 1, 2 или 3, при этом
   для $\tau_1 = 2$ дополнительно требуется, чтобы в $D^{(1)}(p)$ содержался хотя бы один гурвицев множитель.

Необходимость этих условий вытекает из теоремы 7 указанной работы (стр. 108), а также из положительности коэффициента при p в левой части уравнения (2.21).

Покажем достаточность этих условий. Для случая $\sigma + \tau \leqslant 1$ она доказана в работе. Рассматривая остальные случаи, положим $B = 0$, так как из достаточных условий для устойчивости при $B = 0$ следует и достаточность их при малом $B < 0$.

1°. В случае $\sigma = 0$, $\tau_1 = 2$ можно считать, что $D^{(1)}(p)$ содержит множители:

$$a_1 p^2 + b_1 p + c_1, \qquad a_2 p^2 + b_2 p + c_2, \qquad a_3 p^2 + b_3 p + c_3$$
$$(a_1,\ a_2,\ a_3 \geqslant 0,\ b_1,\ b_2,\ b_3 > 0,\ c_1,\ c_2 < 0,\ c_3 > 0)$$

Дважды применяя лемму 2 рассматриваемой работы, полагаем $C = c_3 = 0$ и сокращаем обе части уравнения (2.21) на p. Затем полагаем $c_1 = c_2 = 0$ и снова сокращаем на p. При этом n_1 уменьшается на 2, а ρ_1 — на 1. Поэтому для полученной системы $n_1 > 4\rho_1$ при $D^2(p) = A$. По уже доказанному для этой системы существует область устойчивости; следовательно, она существует и для исходной системы.

2°. В случае $\sigma = 1$, $\tau_1 = 2$ можно принять, что $D^{(1)}(p)$ содержит множители:

$$a_1 p^2 + b_1 p + c_1, \qquad a_2 p^2 = b_2 p + c_2, \qquad p\,(a_1,\ a_2 \geqslant 0,\ b_1,\ b_2 > 0,\ c_2,\ c_2 < 0)$$

Полагая $C = c_1 = c_2 = 0$ и дважды сокращая на p, как и в предыдущем случае, получаем $D^2(p) \equiv A$ и на основании леммы 2 заключаем, что для исходной системы существует область устойчивости.

3°. Случай $\sigma = 0$, $\tau_1 = 3$ сводится сразу к случаю 2°.

Поступила 16 XI 1955 *М. А. Айзерман, Ф. Р. Гантмахер*

ЛИТЕРАТУРА

1. Гантмахер Ф. Р., Труды 2-го Всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, Изд. АН СССР, т. I, 1955.