

О СОПРОТИВЛЕНИИ, СВЯЗАННОМ С СОЗДАНИЕМ ПОДЪЕМНОЙ СИЛЫ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ ПОТОКА

Г. И. Таганов

(Москва)

1. Необходимость возникновения силы сопротивления в идеальной несжимаемой жидкости при стационарном обтекании крыла или системы крыльев конечной протяженности с отличной от нуля подъемной силой была с исчерпывающей с точки зрения механики ясностью доказана в работах Прандтля^[1] и его сотрудников, в особенности Мунка^[2].

Особенно важным для механики из-за общности результата явилось нахождение Мунком условия, которому должна удовлетворять форма крыла (системы крыльев), определяющая закон распределения циркуляции вдоль размаха, чтобы при заданных подъемной силе и протяженности присоединенных вихрей, заменяющих крыло (систему крыльев), индуктивное сопротивление было минимальным.

Условие Мунка гласит: на бесконечности за крылом (системой крыльев) величина и направление скорости опускания вихревой пелены должны быть одинаковы для всех точек вихревой пелены, т. е. вихревая пелена должна опускаться как жесткое тело (жесткая система тел).

Индуктивное сопротивление крыла (системы крыльев), удовлетворяющего условию Мунка, будучи минимальным при заданных подъемной силе и протяженности несущей вихревой нити, является механически необходимым или идеальным сопротивлением, связанным с производством подъемной силы, которое нельзя уменьшить или устранить в такой же мере, в какой потери идеального винта Ранкина-Фруда в несжимаемой жидкости механически необходимы и неустранимы при заданных производимой винтом тяге и диаметре идеального винта.

Для крыльев (систем крыльев), удовлетворяющих условию Мунка, связь между индуктивным сопротивлением и подъемной силой при известной форме вихревой пелены в плоскости, перпендикулярной направлению невозмущенного потока, расположенной на бесконечности за крылом, может быть найдена с применением общих законов механики аналогично тому, как Ранкин смог определить связь между полезной работой идеального винта и величиной кинетической энергии, остающейся в жидкости при движении в ней идеального винта в зависимости от тяги и диаметра диска.

Применяя уравнение количества движения к объему, заключенному между двумя контрольными плоскостями, расположенными перпендикулярно к направлению невозмущенного потока на бесконечном удалении перед и за крылом (системой крыльев), получим для подъемной силы

$$Y = \rho_{\infty} w_{\infty} \iint_{\sigma} w_y d\sigma \quad (0.1)$$

где w_y — составляющая скорости на бесконечности за крылом, имеющая направление подъемной силы, $d\sigma$ — элемент поверхности контрольной плоскости. Пусть скорость опускания вихревой пелены как жесткого тела на бесконечности за крылом будет w_0 , тогда можно представить выражение (0.1) в следующем виде

$$Y = \rho_{\infty} w_{\infty} \Sigma w_0 \quad \left(\Sigma = \frac{1}{w_0} \iint_{\sigma} w_y d\sigma \right) \quad (0.2)$$

Здесь величина Σ представляет собой площадь сечения струи, отклоняемой крылом, если для получения той же величины подъемной силы всем частицам этой струи сообщается скорость w_y , равная скорости опускания вихревой пелены w_0 , в то время как все остальные частицы жидкой среды, окружающей эту струю, не получают отклонения и для них $w_y = 0$.

Пользуясь понятием эквивалентной площади сечения отклоняемой крылом струи, можно представить выражение для подъемной силы и кинетической энергии, остающейся в жидкости при прохождении крыла, в простой форме:

$$Y = Mw_0 \quad (M = \rho_\infty w_0 \Sigma) \quad (0.3)$$

Здесь M — секундный расход отклоняемой крылом массы жидкости. Воспользуемся равенством секундного прироста кинетической энергии, остающейся в жидкости при прохождении крыла, и секундной работы, производимой крылом для преодоления индуктивного сопротивления, которое будет при отсутствии дополнительных, необратимых потерь в идеальной несжимаемой жидкости:

$$\Delta E = \frac{1}{2} Mw_0^2 = \frac{1}{2} \Sigma \rho_\infty w_0^2 = Xw_\infty \quad (0.4)$$

Отсюда имеем

$$X = \frac{Yw_0}{2w_\infty} = \frac{Y^2}{4q\Sigma} \quad \left(q = \frac{\rho_\infty w_\infty^2}{2} \right) \quad (0.5)$$

Таким образом, индуктивное сопротивление пропорционально квадрату подъемной силы и обратно пропорционально эквивалентной площади сечения струи, отклоняемой крылом (системой крыльев).

Вся трудность создания теории индуктивного сопротивления крыла состояла в определении количественной связи величины массы, захватываемой крылом и отклоняемой вниз, т. е. зависимости площади сечения эквивалентной струи от геометрических размеров крыла (его площади и размаха) или геометрических размеров и расположения в случае системы крыльев. Если в случае винта секундная масса отбрасываемой винтом струи могла быть и действительно была определена Ранкиным в идеализированной постановке сравнительно просто из одномерного рассмотрения, так как образ струи, прошедшей через плоскость активного диска и получившей изменение постоянной Бернулли, наглядно виден, то в случае крыла, как это сейчас ясно, пространственность обтекания и отсутствие реально воспринимаемого образа струи в сильной мере затруднили построение количественной теории индуктивного сопротивления крыла.

Результат вихревой теории, установивший, что эквивалентная площадь сечения струи, отклоняемой крылом, не зависит от площади крыла, а зависит только от квадрата размаха крыла в случае одиночного крыла, явился новым для гидродинамики результатом, так как со времен И. Ньютона все гидродинамические силы, действующие на тело, погруженное в жидкость, связывали с величиной площади сечения самого тела (миделево сечение для лобового сопротивления, площадь крыла в плане для подъемной силы).

То обстоятельство, что движение жидкости позади крыла полностью определяется опусканием вихревой пелены как жесткого тела в случае крыльев Мунка с постоянной скоростью w_0 , позволяет рассматривать его на достаточном удалении как плоское и находить поле скоростей w_y, w_z в окрестности сечения вихревой пелены в результате решения плоской задачи обтекания сечения вихревой пелены как жесткой границы плоско-параллельным потоком, имеющим на бесконечности скорость w_0 , направленную параллельно оси y .

Если в рассматриваемой контрольной плоскости сечением вихревой пелены является отрезок прямой линии (одно крыло) или конечное число незамкнутых отрезков (система с конечным числом крыльев — биплан, триплан, моноплан с шайбами и т. п.), то кинетическая энергия поля при плоском движении, как известно, определяется через так называемую присоединенную массу.

Для создания поля скоростей вокруг тела при приведении его из состояния покоя в движение с постоянной скоростью w_0 необходимо для преодоления инерции

среды затратить работу, равную

$$E = \frac{1}{2} M' w_0^2 \quad \left(M' = \frac{1}{4} \rho \pi l^2 \right) \quad (0.6)$$

Здесь M' — присоединенная масса жидкости; в скобках указана присоединенная масса для единицы длины пластинки шириной l , движущейся перпендикулярно своей плоскости (см., например, [3]). Инерция тела как бы повышается на величину инерции некоторого объема жидкости, движущегося со скоростью тела w_0 .

Для одноплощного крыла с размахом l ширина вихревой пелены также равна l , поэтому секундный прирост кинетической энергии, остающейся в жидкости при прохождении крыла, будет

$$\Delta E = \frac{1}{8} w_\infty \rho_\infty \pi l^2 w_0^2 \quad (0.7)$$

Сравнивая это выражение с выражением (0.4), получаем $\Sigma = 1/4 \pi l^2$, т. е. эквивалентная площадь сечения струи, отклоняемой одиночным крылом, равна площади круга, построенного на размахе крыла, как на диаметре. Подставляя выражение (0.7) в (0.5), получаем известную формулу Прандтля для крыла с эллиптическим распределением циркуляции по размаху, которое удовлетворяет условию Мунка

$$X = \frac{Y^2}{q \pi l^2} \quad (0.8)$$

2. Поскольку размеры массы воздуха, отбрасываемой любым реактивным устройством (крыло, винт, ВРД), зависят при прочих равных условиях от поперечных по отношению к направлению невозмущенного потока размеров самого реактивного устройства, а с размерами реактивного устройства связаны прочность и вес конструкции, постольку анализ чисто аэродинамического совершенства того или иного реактивного устройства в идеальной сжимаемой жидкости в смысле величины потерь энергии, связанных с созданием полезной силы (тяга, подъемная сила), должен проводиться при одинаковых значениях полезной силы и величины отбрасываемой массы воздуха, т. е. при

$$Y = \text{const} \text{ и } M = \text{const} \text{ (или } \Sigma = \text{const)} \quad (0.9)$$

Для дальнейшего анализа удобно перейти к безразмерным коэффициентам, связанным непосредственно с величиной отбрасываемой массы:

$$B_y = \frac{Y}{1/2 \rho_\infty w_\infty^2 \Sigma}, \quad B_x = \frac{X}{1/2 \rho_\infty w_\infty^2 \Sigma} \quad (0.10)$$

тогда два условия (0.9), необходимые при анализе, будут заменены в безразмерном виде одним условием $B_y = \text{const}$, а сопротивление, связанное с созданием подъемной силы, будет представляться в виде зависимости $B_x = f(B_y)$. Из (0.5) имеем

$$\frac{X}{q \Sigma} = \frac{Y^2}{q^2 \Sigma^2} \frac{\Sigma}{4q \Sigma}$$

Поэтому зависимость коэффициента индуктивного сопротивления от коэффициента подъемной силы для крыльев или систем крыльев, удовлетворяющих условию Мунка, в новых коэффициентах примет вид:

$$B_x = \frac{1}{4} B_y^2 \quad (0.11)$$

3. Влияние сжимаемости воздуха при дозвуковых скоростях полета, изменяя количественные соотношения, связывающие подъемную силу и индуктивное сопротивление с геометрией крыла, не меняет качественной картины течения за крылом и оставляет в силе механизм образования индуктивного сопротивления крыла, установленный вихревой теорией при исследовании обтекания в несжимаемой жидкости.

Положение дел полностью меняется при сверхзвуковой скорости полета.

При построении теории крыла в чисто сверхзвуковом потоке обнаружилось (Аккерет, 1925), что уже крыло-пластинка бесконечного размаха при отличной от нуля подъемной силе имеет сопротивление, пропорциональное квадрату подъемной силы. Это сопротивление получило название волнового сопротивления и связывалось с затратой энергии в волны давления и разрежения, идущие от крыла.

В случае крыла конечного размаха и в сверхзвуковом потоке имеет место сбегание вихревой пелены с концов крыла. По аналогии с теорией крыла в несжи-

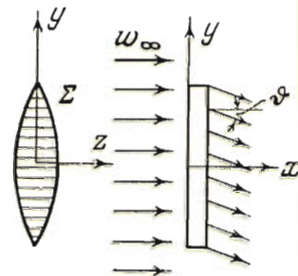
маемой жидкости часть сопротивления, которая связана с образованием вихревой пелены, получила название индуктивного сопротивления. Поскольку оба вида сопротивления пропорциональны квадрату подъемной силы и проявляются всегда вместе, то индуктивное сопротивление утратило то самостоятельное значение, какое оно имело при дозвуковых скоростях полета. Вместе с тем исчезла и та ясность, которая имела место в понимании природы сопротивления при обтекании крыла конечного размаха в несжимаемой жидкости, как механически необходимого для создания подъемной силы. Буземан^[4], анализируя этот вопрос, замечает, что волновое сопротивление при сверхзвуковой скорости полета может рассматриваться как замещающее собой индуктивное сопротивление, так как «при всех попытках получить малое значение волнового сопротивления оказывается, что нельзя при этом сохранить и малое значение длины размаха крыла».

Однако, сравнивая сопротивление, связанное с созданием подъемной силы у двух крыльев, имеющих одинаковый размах и одинаковую подъемную силу (одно оптимальное для несжимаемой жидкости с эллиптическим распределением циркуляции по размаху, другое оптимальное из плоских трапецевидных крыльев для сверхзвуковой скорости: треугольное крыло со звуковыми боковыми кромками) при одинаковых значениях скоростного напора, Буземан нашел, что крыло в сверхзвуковом потоке имеет все же в π раз большее сопротивление, чем крыло в несжимаемой жидкости.

Вопрос о том, являются ли оба эти вида сопротивления крыла в сверхзвуковом потоке механически необходимыми для создания подъемной силы и неустранимыми, так же как механически необходимо и неустранимо сопротивление $B_x = 1/4 B_y^2$ для крыльев, удовлетворяющих условию Мунка в несжимаемой жидкости, как неустранимы потери идеального винта в несжимаемой жидкости, или в это сопротивление входит как часть паразитное сопротивление, является принципиальным для газовой динамики вопросом. В настоящей работе делается попытка освещения этого вопроса.

§ 1. Идеальное или механически необходимое сопротивление, связанное с созданием подъемной силы в сверхзвуковом потоке. Представим себе некоторое гипотетическое устройство для получения конечной подъемной силы в безграничном сверхзвуковом потоке, которое не вызывало бы волн при отклонении части потока и течение во всем пространстве было бы изэнтропическим.

Для этого рассмотрим сначала пространственную систему крыльев, которая по направлению потока имеет вид, представленный на фиг. 1, а в виде сбоку представляет собой решетку, поставленную поперек потока, так что струя с площадью Σ , прошедшая через решетку, получает отклонение на постоянный по всей струе угол ϑ (фиг. 2).

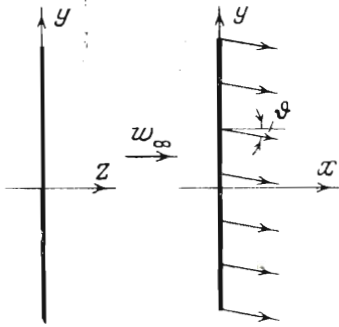


Фиг. 1 Фиг. 2

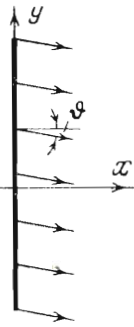
Если перейти к вырожденному случаю рассматриваемой системы крыльев, а именно, сохраняя площадь струи, проходящей через систему, стремиться к бесконечности размер системы по оси y , а также, увеличивая число крыльев, стремиться к нулю размер системы в направлении оси x , то мы получим устройство, которое удовлетворяет поставленным выше требованиям (фиг. 3 и 4).

В самом деле, устройство представляет собой вертикальный «разрез», внутри которого часть потока, имеющая площадь сечения струи Σ , получает отклонение на угол ϑ , причем это отклонение струи не возмущает окружающую среду во всей области течения за исключением концов вертикального «разреза».

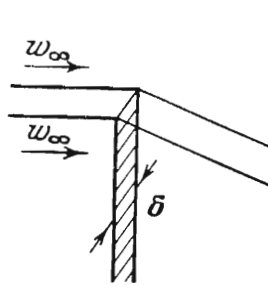
Если рассмотреть область вблизи концов «разреза» (фиг. 5), то к грани отклоненной струи может быть приложена сила гидродинамического давления со стороны окружающего течения порядка $\Delta p \delta^2$, где δ — толщина струи (так как нет другой характерной величины с размерностью площади). При стремлении $\delta \rightarrow 0$ величина силы гидродинамического давления, приложенной к грани, стремится к нулю, так как величина Δp конечна. Голограф скорости течения представлен на фиг. 6. Так как статическое давление внутри «разреза» равно статическому давлению невозмущенного течения, а течение изобарическое, то вектор скорости в отклоненной струе равен по модулю вектору скорости невозмущенного течения.



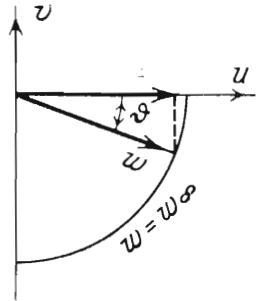
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

Применяя теорему количества движения в проекции на оси y и x , получим

$$Y = \rho_{\infty} w_{\infty}^2 \Sigma w_{\infty} \sin \vartheta, \quad X = \rho_{\infty} w_{\infty} \Sigma w_{\infty} (1 - \cos \vartheta) \quad (1.1)$$

При малых углах отклонения струи в гипотетическом устройстве

$$Y = \rho_{\infty} w_{\infty}^2 \Sigma \vartheta, \quad X = \frac{1}{2} \rho_{\infty} w_{\infty}^2 \Sigma \vartheta^2 \quad (1.2)$$

Переходя к безразмерным коэффициентам, получим

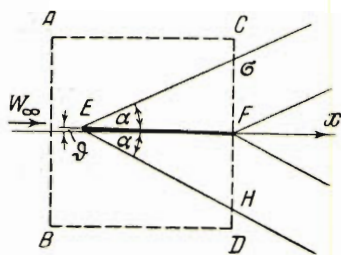
$$B_y = \frac{2Y}{\rho_{\infty} w_{\infty}^2 \Sigma} = 2\vartheta, \quad \text{или} \quad B_x = \vartheta^2, \quad B_x = \frac{1}{4} B_y^2 \quad (1.3)$$

Так как в гипотетическом устройстве отсутствуют какие-либо паразитные потери энергии, то сопротивление идеального устройства мы будем называть механически необходимым или идеальным сопротивлением. Как и следовало ожидать, выражение для механически необходимого сопротивления в сверхзвуковом потоке совпадает с выражением для индуктивного сопротивления крыльев, удовлетворяющих условию Мунка в идеальной несжимаемой жидкости. Этот результат может быть сформулирован в виде теоремы:

Теорема 1. При малых углах отклонения потока несущим устройством коэффициент механически необходимого или идеального сопротивления устройства равен одной четверти от квадрата коэффициента подъемной силы, если безразмерные коэффициенты получены отнесением сил к площади эквивалентной струи, отклоняемой несущим устройством.

§ 2. Сопротивление крыла-пластинки в сверхзвуковом потоке.

Рассмотрим обтекание плоской пластинки бесконечного размаха, установленной без скольжения в сверхзвуковом потоке под малым углом атаки ϑ в приближении Аккерета (фиг. 7). Применим к объему газа, заключенному в прямоугольнике $ABDC$, образованному линией AB , расположенной на произвольном расстоянии от передней кромки и перпендикулярной направлению невозмущенного потока, линиями AC и BD , являющимися линиями тока невозмущенного течения и CD , проходящей непосредственно вблизи задней кромки пластинки (точка F), уравнение количества движения в проекции на ось y , перпендикулярную направлению невозмущенного потока и совпадающую с направлением подъемной силы Y , действующей на пластину, расположенную внутри рассматриваемого объема. Область возмущенного течения ограничена линиями EG и EH , внутри треугольника EGH угол наклона вектора скорости постоянен и равен углу атаки пластинки ϑ . Поток количества движения через линии AC и BD равен нулю, а статические давления, приложенные к объему на линиях AC и BD , равны по величине и противоположны по знаку, так что сила Y , действующая на пластину, равна изменению потока количества движения на линиях AB и CD . Таким образом, для единичного элемента длины пластины по размаху



Фиг. 7

$$Y = \rho_{\infty} w_{\infty} \overline{GH} w_{\infty} \vartheta = \frac{1}{2} \rho_{\infty} w_{\infty}^2 4\vartheta b \operatorname{tg} \alpha, \quad X = \vartheta Y \quad \left(\sin \alpha = \frac{1}{M_{\infty}} \right) \quad (2.1)$$

где α — угол Маха, b — хорда пластинки.

Площадь сечения той части потока, которая отклоняется крылом на угол ϑ , равна $\Sigma = \overline{GH} = 2b \operatorname{tg} \alpha$. Следовательно, эквивалентная площадь струи, отклоняемая крылом, пропорциональна хорде крыла и изменяется пропорционально $\operatorname{tg} \alpha$. Переходя к безразмерным коэффициентам, относенным к площади сечения эквивалентной струи, получаем

$$B_y = 2\vartheta, \quad B_x = 2\vartheta^2, \quad B_x = \frac{1}{2} B_y^2 \quad (2.2)$$

Сравнение (2.2) и (1.3) показывает, что сопротивление у пластинчатого крыла бесконечного размаха в сверхзвуковом потоке вдвое больше механически необходимого или идеального сопротивления. Следовательно, создание подъемной силы у крыла-пластинки в сверхзвуковом потоке связано с появлением дополнительного паразитного сопротивления, т. е. с затратой энергии на образование волн давления, бесполезных с точки зрения создания подъемной силы. Таким образом, имеет место следующая теорема.

Теорема 2. Крыло-пластинка бесконечного размаха в сверхзвуковом потоке при создании подъемной силы имеет дополнительное паразитное сопротивление, равное по величине механически необходимому или идеальному сопротивлению.

Этот результат, как легко показать, полностью приложим и к трапецевидному крылу конечного размаха, если боковые кромки не являются

дозвуковыми. Поскольку плоское треугольное крыло со звуковыми боковыми кромками, как это было показано Буземаном, при заданной величине подъемной силы и заданном значении размаха крыла обладает наименьшим сопротивлением из всех прямых плоских трапецевидных крыльев, то представляет интерес определить для него $B_x = f(B_y)$ и проанализировать причины возрастания сопротивления в π раз по сравнению с эллиптическим крылом того же размаха в несжимаемой жидкости. Если размах крыла l , а длина корневой хорды крыла со звуковыми боковыми кромками b_k , то площадь крыла

$$S = \frac{lb_k}{2} = \frac{l^2}{4 \operatorname{tg} \alpha} \quad \left(b_k = \frac{l}{2 \operatorname{tg} \alpha} \right) \quad (2.3)$$

Площадь эквивалентной струи Σ , определение которой дано во введении, может быть вычислена для плоского крыла произвольной формы в плане в сверхзвуковом потоке путем интегрирования w_y в контрольной плоскости, расположенной за крылом, при помощи видоизменений для сверхзвукового течения зависимости (0.2):

$$\Sigma = \frac{1}{w_\infty \vartheta_0} \int_{\sigma} w_y d\sigma \quad (2.4)$$

где ϑ_0 — угол отклонения потока в устройстве, в данном случае угол атаки крыла, и интегрирование ведется по конечной области, ограниченной крайними линиями Маха, исходящими из крыла. Если известна зависимость $dC_y/d\vartheta$ для плоского крыла произвольной формы в плане, то имеем

$$Y = \frac{\rho_\infty w_\infty^2}{2} S \frac{dC_y}{d\vartheta} \vartheta = \frac{\rho_\infty w_\infty^2}{2} 2\vartheta \Sigma \quad \left(\Sigma = \frac{S}{2} \frac{dC_y}{d\vartheta} \right) \quad (2.5)$$

Для треугольного крыла $dC_y/d\vartheta = 4 \operatorname{tg} \alpha$, поэтому

$$\Sigma_\pi = \frac{l^2}{8 \operatorname{tg} \alpha} 4 \operatorname{tg} \alpha = \frac{l^2}{2} \quad (2.6)$$

Таким образом, для треугольного крыла с боковыми звуковыми кромками площадь сечения эквивалентной струи Σ_π равна площади квадрата, диагональю которого является размах крыла. Величина B_y будет при величине Σ_π , определенной по формуле (2.6):

$$B_y = 2\vartheta, \quad B_x = \vartheta B_y = 2\vartheta^2, \quad B_x = \frac{1}{2} B_y^2$$

Таким образом, у треугольного крыла со звуковыми кромками паразитное дополнительное сопротивление также равно по величине механически необходимому сопротивлению. Теперь становится ясным, почему сопротивление треугольного крыла при одинаковых величинах размаха крыла и значении подъемной силы в π раз больше индуктивного сопротивления крыла с эллиптическим распределением циркуляции по размаху в несжимаемой жидкости: во-первых, захватываемая крылом секундная масса среды у треугольного крыла меньше в $1/4 \pi l^2 : 1/2 l^2 = 1/2 \pi$. Следовательно, только за счет этого сопротивление должно быть больше в $1/2 \pi$ раз. Во-вторых, отклонение захватываемой массы у треугольного крыла в сверхзвуковом потоке происходит с дополнительными паразит-

ными потерями, увеличивающими сопротивление вдвое по сравнению с механически необходимым сопротивлением, каковым является все сопротивление у крыла с эллиптическим распределением циркуляции в несжимаемой жидкости, так как оно удовлетворяет условию Мунка.

В самом деле, при $Y_T = Y_a$ и $q = \text{const}$ имеем

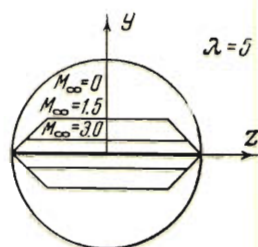
$$\frac{X_T}{X_a} = \frac{B_{XT} \Sigma_T q}{B_{Xa} \Sigma_a q} = \frac{1/2 B_{YT}^2 \Sigma_T q}{1/4 B_{Ya}^2 \Sigma_a q}$$

но

$$B_{YT}^2 = \frac{Y_T^2}{q^2 \Sigma_T^2}, \quad B_{Ya}^2 = \frac{Y_a^2}{q^2 \Sigma_a^2}$$

Поэтому

$$\frac{X_T}{X_a} = 2 \frac{\Sigma_a}{\Sigma_T} = 2 \frac{\pi}{2}$$



Фиг. 8

где индекс «т» относится к треугольному крылу со звуковыми боковыми кромками, индекс «э» относится к крылу с эллиптическим распределением циркуляции по размаху в несжимаемой жидкости.

Рассмотрим еще пример крыла конечного размаха — прямоугольное крыло-пластинка с обычным для дозвуковой аэродинамики удлинением $\lambda = 5$. На фиг. 8 приведены для этого крыла площади поперечного сечения эквивалентной струи при изменении числа M_∞ полета с 0 до $M = 3$, подсчитанные по линейной теории при $M_\infty > 1$.

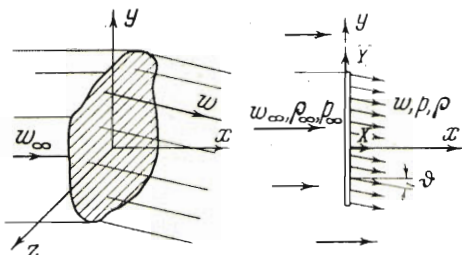
При сверхзвуковых скоростях полета площади сечения эквивалентной струи, захватываемой крылом, резко уменьшаются и падают с ростом числа M . Кроме того, при переходе через $M_\infty = 1$ появляется, как мы видим, паразитное сопротивление, равное по величине механически необходимому. Таким образом, механическая причина ухудшения максимального аэродинамического качества фиксированного крыла при переходе в сверхзвуковую область скоростей полета состоит в том, что при одинаковой площади трения при переходе к сверхзвуковым скоростям крыло захватывает меньшую массу газа и отклонение потока происходит с дополнительными паразитными потерями, близкими по величине к механически необходимым потерям.

Распространенное объяснение падения аэродинамического качества при переходе к сверхзвуковым скоростям полета исчезновением подса́сывающей силы является поверхностным, так как исчезновение подса́сывающей силы является следствием указанной выше механической причины ухудшения качества крыла.

В свете изложенного понятным становится факт, представляющийся несколько парадоксальным: если у крыла бесконечного размаха в несжимаемой жидкости при отличной от нуля подъемной силе, действующей на конечный элемент длины крыла, сопротивление этого элемента равно нулю, то у бесконечного крыла в сверхзвуковом потоке при отличной от нуля подъемной силе элемент конечной длины имеет механически необходимое сопротивление, отличное от нуля. Дело в том, что при стремлении размаха крыла к бесконечности подъемная сила крыла растет пропорционально размаху крыла, а захватываемая масса

при $M = 0$ растет пропорционально квадрату размаха крыла, поэтому захватываемая масса, приходящаяся на конечный элемент крыла, стремится к бесконечности и механически необходимое сопротивление этого элемента стремится к нулю. Для крыла же в сверхзвуковом потоке при стремлении размаха к бесконечности как подъемная сила, так и захватываемая крылом масса увеличиваются пропорционально размаху крыла, т. е. захватываемая масса, приходящаяся на конечный элемент крыла, конечна, что при конечной величине подъемной силы этого элемента дает отличное от нуля значение механически необходимого сопротивления.

§ 3. Несущий диск. Бузман^[4], рассматривая обтекание сверхзвуковым потоком нескольких взаимодействующих тел, нашел, что имеет место своеобразная особенность обтекания, приводящая к тому, что при



Фиг. 9

определенном расположении и форме двух плоских тел их волновое сопротивление исчезает (биплан Бузмана).

Здесь речь идет о волновом сопротивлении, связанном с конечной толщиной тел, что же касается подъемной силы и сопротивления, связанного с созданием подъемной силы, то Бузман замечает:

«но в задаче определения подъемной силы... особенности подобного рода мне неизвестны. Поэтому я ограничусь рассмотрением одного крыла».

Проведенный выше анализ сопротивления одиночного крыла, связанного с созданием подъемной силы, показавший наличие паразитных волновых потерь, побудил нас заново рассмотреть вопрос об обтекании нескольких крыльев в сверхзвуковом потоке, взаимодействующих одно с другим. Рассмотрим в качестве устройства для создания подъемной силы в сверхзвуковом потоке решетку профилей, поставленную поперек сверхзвукового потока, причем расположение профилей решетки и их форма таковы, что течение внутри решетки изоэнтропическое и вся решетка дает отклонение проходящей через нее струи на постоянный по всей плоскости за решеткой угол ϑ .

Рассмотрим вырожденный случай решетки профилей — несущий диск, имеющий конечные размеры и произвольную форму в плоскости yz , перпендикулярной направлению невозмущенного сверхзвукового потока, и нулевую толщину в направлении оси x , совпадающей с направлением невозмущенного течения (фиг. 9). Предполагая, как уже указано, что течение в плоскости несущего диска изоэнтропическое¹, а угол отклонения потока диском постоянен по всей плоскости диска и равен ϑ , мы можем определить величины p , ρ , w , Y , X , пользуясь уравнением сохранения массы, уравнением количества движения в проекциях на ось

¹ Известно, что течение внутри решетки профилей в сверхзвуковом потоке может быть сделано изоэнтропическим.

y и на ось x , уравнением энергии, примененными в сечениях непосредственно перед и непосредственно за плоскостью диска, а также условием изоэнтропичности течения в плоскости диска.

Уравнения, решающие задачу о подъемной силе и сопротивлении несущего диска, будут для диска единичной площади

$$\rho_{\infty} w_{\infty} = \rho w \cos \vartheta \quad (3.1)$$

$$\rho_{\infty} - \rho - X = \rho_{\infty} w_{\infty} (w \cos \vartheta - w_{\infty}) \quad (3.2)$$

$$\frac{x}{x-1} \frac{P_{\infty}}{\rho_{\infty}} + \frac{w_{\infty}^2}{2} = \frac{x}{x-1} \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} \quad (3.3)$$

$$Y = \rho_{\infty} w_{\infty} w \sin \vartheta \quad (3.4)$$

$$\frac{P_{\infty}}{\rho_{\infty}^x} = \frac{p}{\rho^x} \quad (3.5)$$

В результате решения этих уравнений мы получим значения Y и X , причем с учетом всех волновых потерь, которые будут иметь место на удалении за плоскостью диска при взаимодействии отбрасываемой вниз струи с окружающим течением. Мы ограничимся рассмотрением теории несущего диска в том же приближении малости углов ϑ , как и при рассмотрении крыла пластинки и идеального устройства для создания подъемной силы, сохраняя в уравнениях члены с ϑ^2 и отбрасывая члены более высокого порядка малости.

Используя условие изоэнтропичности течения в плоскости диска, из известных уравнений адиабаты получим следующие соотношения:

$$\Delta p = -\rho_{\infty} w_{\infty} \Delta w, \quad \Delta \rho = -\frac{\rho_{\infty}}{a_{\infty}^2} w_{\infty} \Delta w \quad (3.6)$$

в уравнениях (3.1) и (3.2) будем считать $w = w_{\infty} + \Delta w$. Тогда уравнение сохранения массы запишется в следующем виде:

$$\rho_{\infty} w_{\infty} = \left(\rho_{\infty} - \frac{\rho_{\infty}}{a_{\infty}^2} w_{\infty} \Delta w \right) (w_{\infty} + \Delta w) \left(1 - \frac{\vartheta^2}{2} \right) \quad (3.7)$$

Отсюда

$$(1 - M_{\infty}^2 \bar{w})(1 + \bar{w}) \left(1 - \frac{\vartheta^2}{2} \right) = 1 \quad \left(\bar{w} = \frac{\Delta w}{w_{\infty}} \right) \quad (3.8)$$

Пренебрегая членами высшего порядка малости, имеем

$$\bar{w} = -\frac{\vartheta^2}{2(M_{\infty}^2 - 1)} \quad (3.9)$$

Подставляя это выражение в так же преобразованное уравнение количества движения, получим

$$\frac{X}{\rho_{\infty} w_{\infty}^2} = -\frac{\vartheta^2}{2(M_{\infty}^2 - 1)} - \left(1 - \frac{\vartheta^2}{2(M_{\infty}^2 - 1)} \right) \left(1 - \frac{\vartheta^2}{2} \right) + 1 = \frac{\vartheta^2}{2}$$

Отсюда

$$B_x = \frac{X}{1/2 \rho_{\infty} w_{\infty}^2} = \vartheta^2 \quad (3.10)$$

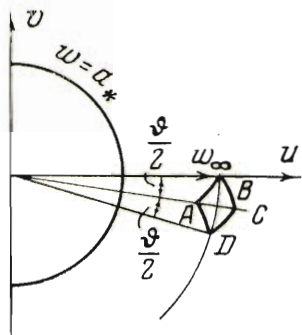
Выражение для подъемной силы из (3.4) будет

$$B_y = \frac{Y}{1/2 \rho_{\infty} w_{\infty}^2} = 2(1 + \bar{w}) \vartheta = 2\vartheta \quad (3.11)$$

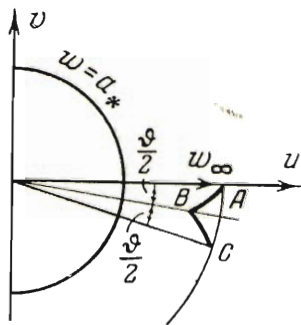
Из (3.11) и (3.10) получаем $B_x = 1/4 B_y^2$.

Следовательно, в отличие от одиночного крыла-пластинки у специальной системы крыльев — несущего диска — все сопротивление, связанное с созданием подъемной силы, является механически необходимым, так как выражение для сопротивления совпадает с выражением для сопротивления у гипотетического идеального устройства. Этот результат может быть сформулирован в виде теоремы.

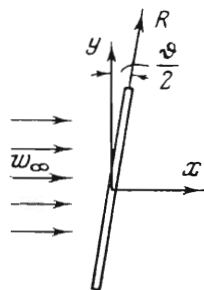
Теорема 3. Несущий диск, представляющий собой вырожденный случай решетки крыльев, имеющий произвольную форму в плоскости, перпендикулярной направлению невозмущенного сверхзвукового потока, и нулевую толщину в направлении потока, течение в плоскости которого является изоэнтропическим и малый угол отклонения потока постоянен во всей плоскости диска, не имеет паразитного сопротивления при создании подъемной силы.



Фиг. 10



Фиг. 11



Фиг. 12

Особенно просто этот результат может быть получен для несущего диска, составленного из профилей, симметричных относительно плоскости, параллельной плоскости диска. Такому условию удовлетворяют, например, профили, течение между которыми описывается в плоскости годографа скорости при малых углах отклонения потока касательными к эпициклоидам (фиг. 10), или без ограничения угла отрезками эпициклоид AB и BC (фиг. 11). Если несущий диск составлен из таким образом определенных симметричных профилей и плоскость симметрии наклонена к плоскости, перпендикулярной направлению невозмущенного потока под углом $\frac{1}{2}\vartheta$, то, во-первых, сила реакции, приложенная к несущему диску, может лежать только в плоскости симметрии диска, во-вторых, из условия симметрии течения **внутри** решетки диска величины скорости и давления в плоскости **за** диском будут такими же, как величины скорости и давления непосредственно перед диском (фиг. 12).

Поэтому, применяя только уравнение количества движения к объему, заключенному между плоскостями, параллельными плоскости симметрии диска и расположенными непосредственно перед и за диском, в проекции на ось y для диска единичной площади имеем

$$Y = \rho_{\infty} w_{\infty} \cos \frac{1}{2} \vartheta \sin \vartheta w_{\infty} \quad (3.12)$$

При малых ϑ имеем

$$B_y = 2\vartheta \quad (3.13)$$

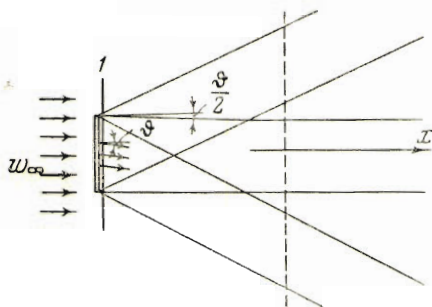
Так как сила реакции наклонена к оси y под углом $1/2 \vartheta$, то

$$B_x = \frac{1}{2} \vartheta B_y \quad (3.14)$$

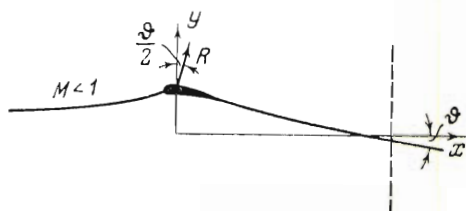
Исключая из этих уравнений ϑ , получаем

$$B_x = \frac{1}{4} B_y^2 \quad (3.15)$$

При сравнении результатов, выраженных теоремами 1 и 3, возникает кажущееся противоречие между ними: почему в случае несущего диска, имеющего произвольную форму в плоскости, перпендикулярной направлению невозмущенного потока, скачки уплотнения, неизбежно возникающие при взаимодействии отклоненной диском струи с окружаю-



Фиг. 13



Фиг. 14

щим течением, не дают дополнительного сопротивления по сравнению с сопротивлением гипотетического устройства, у которого во всем течении отсутствуют скачки уплотнения? Для того чтобы показать, что эти скачки уплотнения действительно возникают в течении позади диска, легко построить картину течения около диска, имеющего прямоугольную форму в плоскости yz и бесконечный размах (плоская задача) (фиг. 13). Выходящая из диска под углом ϑ в сечении 1 струя, взаимодействуя с окружающим течением, вызывает в нем волны сжатия и волны разрежения, передавая в них постепенно весь вертикальный импульс, полученный в диске.

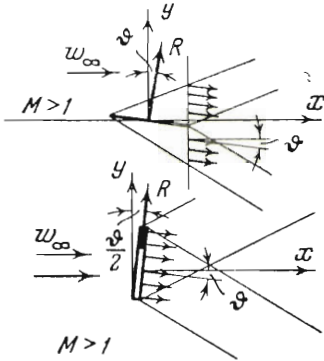
Если провести контрольное сечение 2 на удалении за диском, то мы обнаруживаем, что струя, прошедшая через диск, уже не имеет вертикальной составляющей скорости и весь импульс, переданный диском газу, сосредоточен в волнах сжатия и разрежения¹. Таким образом, индуктивное сопротивление диска в этом случае равно нулю и все сопротивление является волновым. В гипотетическом устройстве, представляющем собой несущий диск $l^2/\Sigma = 0$, наоборот, все сопротивление является индуктивным.

Следовательно, в зависимости от величины l^2/Σ , характеризующей форму несущего диска в плоскости yz , соотношение между волновым

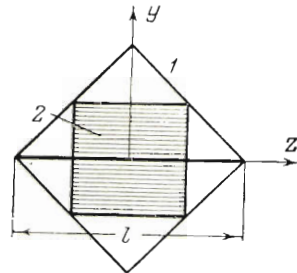
¹ Увеличение массы газа, приведенного в движение за первым контрольным сечением, никого не интересует, так же как никого не интересует подмешивание газа к струе реактивного двигателя на расстоянии от среза сопла, так как поперечные размеры всякого реактивного устройства определяются массой газа, получившей ускорение в самом устройстве.

и индуктивным сопротивлением меняется, а именно, при $l^2/\Sigma \rightarrow 0$ волновое сопротивление стремится к нулю, при $l^2/\Sigma \rightarrow \infty$ индуктивное сопротивление стремится к нулю, хотя сумма этих сопротивлений остается постоянной, равной механически необходимому сопротивлению $B_x = 1/4 B_y^2$.

Дадим еще одну интерпретацию полученных результатов. Для крыла конечного размаха в несжимаемой жидкости сила, приложенная к крылу, составляет с плоскостью, перпендикулярной направлению невозмущенного потока, угол $1/2 \vartheta$, если угол скоса на бесконечности за крылом равен ϑ (фиг. 14). Для крыла-пластинки в сверхзвуковом потоке, наклоненной на угол ϑ и отклоняющей поток на угол ϑ , сила, приложенная к крылу, наклонена к плоскости, перпендикулярной направлению невозмущенного потока также под углом ϑ . Для несущего диска в сверхзву-



Фиг. 15



Фиг. 16

ковом потоке восстанавливается положение, имеющее место в несжимаемой жидкости для крыла конечного размаха: сила реакции расположена в плоскости диска, наклоненного над углом $1/2 \vartheta$ к плоскости yz , а отклонение потока за диском составляет угол, равный ϑ (фиг. 15).

Именно в результате этого обстоятельства, если сравнивать несущий диск с треугольным крылом со звуковыми кромками, то при создании той же подъемной силы и с таким же значением сопротивления несущий диск может захватывать вдвое меньшую массу газа ($\Sigma_2 = 1/4 l^2$) по сравнению с массой газа, захватываемой треугольным крылом ($\Sigma_1 = 1/2 l^2$) (фиг. 15).

Поступила 5 III 1956.

ЛИТЕРАТУРА

1. П р а н д т л ь Л. Теория крыла конечного размаха. ОНТИ, 1935 (L. Prandtl, Tragflächentheorie, Bd. 1 und 2, 1918).
2. М у н к М. Isoperimetrische Aufgaben aus der Theorie des Fluges, Геттинген, 1919. См. «Аэродинамика» под ред. Дюрэнда, т. II. Оборонгиз, 1939.
3. К о ч и н Н. Е., К и б е л ь И. А. и Р о з е Н. В. Теоретическая гидромеханика, т. 1. М.—Л., 1948.
4. Б у з е м а н А. Подъемная сила при сверхзвуковых скоростях. В сборнике «Газовая динамика». Из докладов на конгрессе Вольта в 1935 г. М., 1939.