

ЗАМЕЧАНИЕ К ЗАМЕТКАМ Ю. В. РУМЕРА «ЗАДАЧА О ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУЕ» [1] И Л. Г. ЛОЙЦЯНСКОГО «РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗАКРУЧЕННОЙ СТРУИ В БЕЗГРАНИЧНОМ ПРОСТРАНСТВЕ, ЗАТОПЛЕННОМ ТОЙ ЖЕ ЖИДКОСТЬЮ» [2].

Н. А. Слезкин (Москва)

В обеих заметках имеется указание, что задача о ламинарной затопленной струе впервые рассмотрена Л. Д. Ландау (Механика сплошных сред [3]) и решение этой задачи представляет собой новый случай точного интегрирования уравнений движения вязкой жидкости. Такого рода справка во второй своей части не является точной.

В заметке Н. А. Слезкина «Об одном случае интегрируемости полных дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости» [4], опубликованной в Ученых записках МГУ, вып. II, 1934 г., было показано, что полное дифференциальное уравнение для функции тока установившегося осесимметричного движения в сферических координатах r и $\tau = \cos \theta$

$$\frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial D \psi}{\partial \tau} - \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \frac{\partial D \psi}{\partial r} + 2 \left(\frac{\tau}{1 - \tau^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \tau} \right) D \psi \right] = \nu D D \psi$$

$$D = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1 - \tau^2}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}$$

при предположении $\psi = r f(\tau)$ приводится к уравнению

$$f'' = \frac{1}{2\nu(1 - \tau^2)} f^2 - \frac{2\tau}{1 - \tau^2} f + \frac{C_0 + C_1\tau + C_2\tau^2}{1 - \tau^2}$$

которое подстановкой $f = -2\nu(1 - \tau)^2 \frac{d \ln y}{d \tau}$ было сведено к линейному уравнению

$$\frac{d^2 y}{d \tau^2} + \frac{C_0 + C_1\tau + C_2\tau^2}{(1 - \tau^2)^2} y = 0$$

Если положить постоянные C_0, C_1, C_2 нулю, то приходим к решению

$$f = -2\nu(1 - \tau^2) \frac{1}{A + \tau}$$

которое и было получено Л. Д. Ландау при рассмотрении задачи о пространственной струе. На указанный случай интегрирования полных дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости имеются ссылки в книге Л. И. Седова [5] (стр. 104) и в статье Розенблатта [6].

Поступила 3 I 1954

ЛИТЕРАТУРА

1. Румер Ю. Б. Задача о затопленной струе. ПММ, т. XVI, вып. 2, стр. 255—256, 1952.
2. Лойцянский Л. Г. Распространение закрученной струи в безграничном пространстве, затопленном той же жидкостью. ПММ, т. XVII, вып. 1, стр. 13—16, 1953.
3. Ландау Л. и Лившиц Е. Механика сплошных сред. ГИИТ, изд. 1, § 19, 1944, Гостехиздат, изд. 2, § 23, 1953.
4. Слезкин Н. А. Об одном случае интегрируемости полных дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости. Уч. зап. МГУ, вып. II, 1934.
5. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Гостехтеоретиздат, изд. 2, М.—Л. 1951, стр. 104.
6. Rosenblatt A. Sur certaines classes de mouvements permanents d'un liquide visqueux, symétrique par rapport à un axe. Mém. Soc. Roy. Sci. Liège, IV S. 1—1936 (Zentralblatt f. Mech., Bd. 6, H. 4).