НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ О ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ

В. В. Соколовский

(Москва)

Подробное исследование плоской задачи теории пластичности приведено в нашей монографии [1]. Здесь мы ограничимся лишь некоторыми замечаниями.

Компоненты напряжения σ_x, σ_y и τ_{xy} должны удовлетворять уравнениям

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0$$

$$\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}{}^2 = k^2$$

а компоненты скорости v_x и v_y — уравнениям

$$\frac{2}{\sigma_x - \sigma_y}\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{2}{\sigma_y - \sigma_x}\frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{1}{2\tau_{xy}}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)$$

Три компоненты напряжения, входящие в три уравнения первой группы, могут быть, *при достаточном количестве статических граничных данных*, найдены без уравнений второй группы — задача является *статически определимой*.

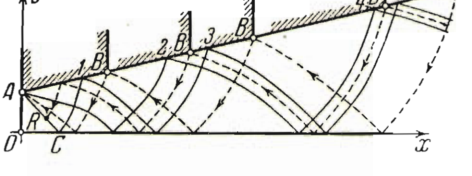
Простые результаты для статически определимых задач могут быть иногда использованы и для более сложных задач. Конечно, необходимо, чтобы при этом не было каких-либо противоречий между полем напряжений и соответствующим полем скоростей.

В своей монографии [2] Р. Хилл проанализировал вопрос о совместности полей напряжений с возможными полями скоростей в ряде известных задач. При этом в большинстве задач вопрос о такой совместности сомнений не вызвал.

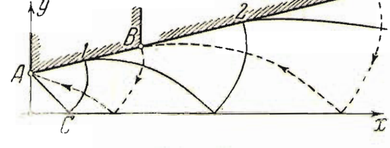
Однако в задаче о волочении пластической полосы имеет место некоторая особенность, на которой следует остановиться отдельно.

Во избежание повторений мы не приводим здесь решения рассматриваемой задачи, предполагая его хорошо знакомым читателю [1, 2].

Разберем сначала общий случай, когда касательное напряжение на контактной прямой τ меньше пластической постоянной k, т. е. когда $\tau = t < k$; расположение линий скольжения в верхней половине пластической полосы изображено на фиг 1.



Фиг. 1



Фиг. 2

Разрыв скорости, возникающий в точке B, распространяется от входа в матрицу к выходу по линиям скольжения, как это показано стрелками. Если точка B расположена на участках 12, 34, . . . , то разрыв скорости попадает в особую точку A, если же точка B находится на участках 23, 45, . . ., то указанный разрыв скорости попадает в точку R, расположенную на отрезке AC. Заметим, что при продвижении слева направо длины участков 12, 34, ... возрастают, а длины участков 23, 45, ... убывают.

Недопустимые разрывы, попадающие в точку R на отрезке AC, отсутствуют при сколь угодно длинных матрицах, но при условии, чтобы точка B, определяющая положение входной стороны матрицы, лежала на указанных выше участках. Эти участки 12, 34, ... тем длиннее, чем больше величина t, а при $t = k$ они заполняют всю прямую контакта, в то время как промежуточные участки 23, 45, ... пропадают вовсе.

Отметим теперь наиболее распространенный случай, когда касательное напряжение τ на контактной прямой равно пластической постоянной k, т. е., когда $\tau = k$; расположение линий скольжения в верхней половине пластической полосы дано на фиг. 2.

Разрыв скорости, возникающий в точке B, попрежнему распространяется к выходу по линиям скольжения, как это показано стрелками. Однако здесь разрыв скорости попадает в особую точку A, и недопустимые разрывы отсутствуют при любом положении точки B, т. е. при любой длине матрицы.

Поступила 6 III 1954

Институт механики
Академии наук СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколовский В. В. Теория пластичности. Изд. первое, Изд-во АН СССР, 1946, Изд. второе, Гостехиздат, 1950.
2. Hill R. The mathematical theory of plasticity. 1950.