Прикладная математика и механика. Том XVIII, 1954
Институт механики Академии наук Союза ССР

# ОБ ОДНОМ МНОГОЧЛЕНЕ, ПРИМЕНИМОМ К РЕШЕНИЮ ТЕЛЕГРАФНЫХ УРАВНЕНИЙ

Э. Я. Риекстыньш

(Рига)

Решение системы телеграфных уравнений в случае линий без искажения при некоторых граничных условиях, а также некоторые задачи о колебаниях струны приводит к надобности выполнения обратного преобразования Лапласа от следующего выражения:

$$e^{-\xi p}\frac{1}{p}\left(\frac{p+\alpha-\beta}{p+\alpha+\beta}\right)^n \tag{0.1}$$

где $\xi$, $\alpha$ и $\beta$ — положительные постоянные, а $n$ — целое положительное.

Искомый оригинал выражается при помощи некоторого многочлена, который можно рассматривать обобщением своего рода многочлена Лягерра. В работе сначала изучены некоторые свойства этого многочлена. Потом при помощи многочлена решена система телеграфных уравнений для линии без искажения в случае электромагнитного приемника и исследовано асимптотическое поведение полученного решения.

**§ 1. Некоторые свойства одного многочлена.** 1°. Исходя из общих соображений операционного исчисления, легко видеть, что оригинал функции (0.1) будет являться суммой некоторой постоянной с произведением показательной функции на некотором многочлене. Поэтому целесообразно сперва исследовать только многочлен. Для этого ищем оригинал изображения

$$f(p_0,\lambda)=\frac{1}{p-1}\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n+1}-\frac{(1-\lambda)^{n+1}}{p-1} \tag{1.1}$$

где $\lambda$ — произвольное вещественное, $n$ — целое неотрицательное.

Разлагая $f(p,\lambda)$ на простейшие дроби, имеем

$$f(p,\lambda)=-\sum_{k=0}^{n}\frac{N_{nk}(\lambda)}{p^{n+1-k}} \tag{1.2}$$

где

$$N_{nk}(\lambda)=(1-\lambda)^{n+1}-\sum_{\nu=0}^{k}(-1)^{\nu}\binom{n+1}{\nu}\lambda^{\nu} \tag{1.3}$$

Очевидно, оригинал функции $f(p,\lambda)$ является многочленом.

Обозначив его через $La_n(t,\lambda)$, имеем

$$La_n(t,\lambda)=-\sum_{k=0}^{n}N_{nk}(\lambda)\frac{t^k}{k!} \tag{1.4}$$

При $\lambda=1$ имеем

$$f(p,1)=\frac{1}{p}\left(\frac{p-1}{p}\right)^n \tag{1.5}$$

поэтому в силу известной формулы (см. стр. 34 [1]) получаем

$$La_n(t, 1) = L_n(t) \tag{1.6}$$

где $L_n(t)$ — нормированный многочлен Лягерра.

Таким образом, многочлен $La_n(t, \lambda)$ можно считать своего рода обобщением многочлена Лягерра.

Для того чтобы система многочленов $\varphi_n(t)$ была ортогональной, необходимо существование рекуррентной формулы

$$t\varphi_n = \lambda_{n-1}\varphi_{n-1} + \lambda_n\varphi_n + \lambda_{n+1}\varphi_{n+1} \tag{1.7}$$

Но изображение (1.1) в силу второго слагаемого показывает, что при $\lambda \neq 1$ такое соотношение для $La_n(t, \lambda)$ существовать не может. Значит, система многочленов $La_n(t, \lambda)$ ортогональная только в случае $\lambda = 1$.

2°. Найдем дальше некоторые рекуррентные формулы для многочлена $La_n(t, \lambda)$. Имеем

$$\frac{1}{p-1}\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n+1} - \frac{1}{p-1}(1-\lambda)^{n+1} =$$

$$= (1-\lambda)\left[\frac{1}{p-1}\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n} - \frac{(1-\lambda)^n}{p-1}\right] + \frac{\lambda}{p}\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n}$$

В силу свойств преобразования Лапласа и формул (1.5), (1.6) получим

$$La_n(t, \lambda) = (1-\lambda)La_{n-1}(t, \lambda) + \lambda L_n(\lambda t) \tag{1.8}$$

Далее имеем

$$\frac{1}{p-1}\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n+1} - \frac{(1-\lambda)^{n+1}}{p-1} =$$

$$= \frac{1}{p}\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n+1} + \frac{1}{p}\left[\frac{1}{p-1}\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n+1} - \frac{1}{p-1}(1-\lambda)^{n+1}\right] - \frac{1}{p}(1-\lambda)^{n+}$$

Следовательно,

$$La_n(t, \lambda) = L_{n+1}(\lambda t) + \int_0^t La_n(\tau, \lambda)\,d\tau - (1-\lambda)^{n+1} \tag{1.9}$$

Заменяя в формуле (1.8) $n$ на $n+1$ и подставляя $L_{n+1}(\lambda t)$ в (1.9), получаем

$$La_{n+1}(t, \lambda) = La_n(t, \lambda) - \lambda\int_0^t La_n(\tau, \lambda)\,d\tau + \lambda(1-\lambda)^{n+1} \tag{1.10}$$

Дифференцируя обе части формул (1.9) и (1.10), имеем также

$$\frac{d}{dt}La_n(t, \lambda) = \frac{d}{dt}L_{n+1}(\lambda t) + La_n(t, \lambda) \tag{1.11}$$

$$\frac{d}{dt}La_n(t, \lambda) = \frac{d}{dt}La_{n-1}(t, \lambda) - \lambda La_{n-1}(t, \lambda) \tag{1.12}$$

Отсюда, сравнивая правые части, имеем

$$La_n(t, \lambda) = \frac{d}{dt}La_{n-1}(t, \lambda) - \lambda La_{n-1}(t, \lambda) - \frac{d}{dt}L_{n+1}(\lambda t) \tag{1.13}$$

При $n = 0$ из (1.3) и (1.4) имеем $La_0(t, \lambda) = \lambda$ и в силу этого рекуррентные формулы (1.8), (1.10) и (1.13) могут служить для последовательного нахождения выражений многочленов $La_n(t, \lambda)$.

3°. Найдем еще некоторые выражения этих многочленов. В силу равенства

$$\frac{\lambda}{p}\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{\lambda}=\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n}-1-\left[\left(\frac{p-\lambda}{p}\right)^{n+1}-1\right]$$

имеем

$$\lambda L_n(\lambda t)=\frac{d}{dt}L_n(\lambda,t)-\frac{d}{dt}L_{n+1}(\lambda t) \qquad (1.14)$$

При помощи этого соотношения и формулы (1.13) методом индукции легко доказывается следующая формула:

$$La_n(t\lambda)=-\sum_{k=1}^{n+1}\frac{d^k}{dt^k}L_{n+1}(\lambda t) \qquad (1.15)$$

которую можно найти также непосредственно из (1.1).

Для обычного обобщенного многочлена Лягерра

$$L_n^{(k)}(t)=\sum_{\nu=0}^{n}(-1)^{\nu}\binom{n+k}{n-\nu}\frac{t^{\nu}}{\nu!}$$

имеет место формула (стр. 414 [2])

$$\frac{d}{dt}Ln^{(k)}(t)=-L_{n-1}^{(k+1)}(t)$$

Поэтому формуле (1.15) можно дать также следующий вид:

$$La_n(t,\ \lambda)=\lambda\sum_{k=0}^{n}(-\lambda)^k L_{n-k}^{(k+1)}(\lambda t) \qquad (1.16)$$

При помощи легких преобразований формула (1.1) принимает вид:

$$f(p,\ \lambda)=\frac{1}{p}\sum_{k=0}^{n}\binom{n+1}{k+1}(1-\lambda)^{n-k}\lambda^{k+1}\left(\frac{p-1}{p}\right)^k$$

из которого непосредственно в силу (1.5) и (1.6) имеем

$$La_n(t,\ \lambda)=\sum_{k=0}^{n}\binom{n+1}{k+1}(1-\lambda)^{n-k}\lambda^{k+1}L_n(t) \qquad (1.17)$$

Из формул (1.11), (1.3) и (1.4) следует, что $La_n(t,\lambda)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{dy}{dt}-y=\frac{d}{dt}L_{n+1}(\lambda t)$$

при начальном условии

$$y(0)=1-(1-\lambda)^{n+1}$$

Таким образом, имеем

$$La_n(t,\lambda)=e^t\int_0^t e^{-x}\frac{d}{dx}L_{n+1}(\lambda x)\,dx+[1-(1-\lambda)^{n+1}]\,e^t$$

Интегрируя по частям и перегруппировав члены, получаем

$$\int_0^t e^{-x}L_{n+1}(\lambda x)\,dx=e^{-t}[La_n(t,\ \lambda)-L_{n+1}(\lambda t)]+(1-\lambda)^{n+1} \qquad (1.18)$$

4°. Вернемся теперь к изображению

$$\varphi(p) = e^{-\xi p}\frac{1}{p}\left(\frac{p+\alpha-\beta}{p+\alpha+\beta}\right)^n \qquad (\alpha \neq -\beta) \tag{1.19}$$

Из предыдущего имеем

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p-a}\left(\frac{p-a\lambda}{p}\right)^{n+1}\right\} = La_n(at,\ \lambda) + e^{at}(1-\lambda)^{n+1} \tag{1.20}$$

где $L^{-1}$ означает обратное преобразование Лапласа.

Заменив в выражении (1.19) $p+\alpha+\beta$ через $p$, оригинал надо помножить на $e^{-(\alpha+\beta)t}$. Помножив затем в формуле (1.20) изображение на $e^{-\xi p}$, в оригинале надо заменить $t$ на $t-\xi$ и помножить его на $h(t-\xi)$, где

$$h(t-\xi) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geqslant \xi \\ 0 & \text{при } t < \xi \end{cases}$$

Таким образом, мы получаем из формулы (1.20)

$$L^{-1}\left\{\frac{e^{-\xi p}}{p}\left(\frac{p+\alpha-\beta}{p+\alpha+\beta}\right)^n\right\} =$$

$$= \left\{e^{-(\alpha+\beta)(t-\xi)}La_{n-1}\left[(\alpha+\beta)(t-\xi),\ \frac{2\beta}{\alpha+\beta}\right] + \left(\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}\right)^n\right\} h(t-\xi) \tag{1.21}$$

Надо отметить, что частный случай изображения (1.19) при $\alpha = 0$, а также некоторые другие изображения подобного рода встречаются в учебниках по операционному исчислению (см., например, стр. 315—332 [1], стр. 137[3], стр. 158—161[4], стр. 163—220[5]). Во всех этих случаях удобно использовать многочлен $La_n(t,\ \lambda)$.

**2. Решение телеграфного уравнения для линии без искажения в случае электромагнитного приемника.** 1°. Рассмотрим систему телеграфных уравнений

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t}, \qquad -\frac{\partial i}{\partial x} = Gu + C\frac{\partial u}{\partial x} \qquad (0 \leqslant x \leqslant l,\ \ t > 0,\ \ R, L, C, G > 0) \tag{2.1}$$

при следующих условиях:

$$u(x,\ 0) = i(x,\ 0) = 0 \qquad (x > 0)$$

$$u(0,\ \ t) = v, \qquad u(l,\ t) = R_l i(l,\ t) + L_l\frac{\partial}{\partial t}i(l,\ t) \qquad (t > 0,\ R_l,\ L_l > 0) \tag{2.2}$$

Граничные условия выражают тот факт, что в конце линии она заземлена через сопротивление и самоиндукцию.

Если между параметрами существует соотношение $RC = LG$, то решение это задачи имеет вид [6]:

$$u = L^{-1}\left\{\left[e^{-x(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})} + ze^{-(2l-x)(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})}\right] \times \right.$$
$$\left. \times \left[1 + ze^{-2l(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})}\right]^{-1}\frac{v}{p}\right\}$$

$$i = L^{-1}\left\{\sqrt{\frac{G}{R}}\left[e^{-x\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})} - ze^{-(2l-x)(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG}}\right] \times \right.$$
$$\left. \times \left[1 + ze^{-2l(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})}\right]^{-1}\frac{v}{p}\right\}$$

где

$$z = \frac{(R_l/R + pL_l/R)\sqrt{RG} - 1}{(R_l/R + pL_l/R)\sqrt{RG} + 1} \tag{2.3}$$

Разлагая $[1+ze^{-2l(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})}]^{-1}$ в бесконечный ряд, имеем

$$u=L^{-1}\left\{\left[\sum_{\nu=0}^{\infty}(-1)^{\nu}z^{\nu}e^{-(2\nu l+x)(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu-1}z^{\nu}e^{-(2\nu l-x)(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})}\right]\frac{v}{p}\right\}$$

$$i=L^{-1}\left\{\sqrt{\frac{G}{R}}\left[\sum_{\nu=0}^{\infty}(-1)^{\nu}z^{\nu}e^{-(2\nu l+x)(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu-1}z^{\nu}e^{-(2\nu l-x)(\sqrt{LC}\,p+\sqrt{RG})}\right]\frac{v}{p}\right\} \tag{2.4}$$

Обратное преобразование Лапласа отдельных членов в рядах (2.4) пока формально можем выполнить по формуле (1.21), в которой теперь

$$\xi=(2\nu l\pm x)\sqrt{LC},\qquad \alpha=\frac{R_l}{L_l},\qquad \beta=\frac{\sqrt{R/G}}{L}$$

Таким образом, при обозначениях

$$\xi_{\nu}=\begin{cases}\nu l+x & \text{при четном } \nu\\ (\nu+1)\,l-x & \text{при нечетном } \nu\end{cases}$$

$$\tau_{\nu}=t-\xi_{\nu}\sqrt{LC},\qquad \rho=\frac{R_l+\sqrt{R/G}}{L_l},\qquad \lambda=\frac{2}{1+R_l\sqrt{R/G}},\qquad \sigma=1-\lambda \tag{2.5}$$

имеем

$$u(x,\ t)=\left[\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu}\exp(-\xi_{2\nu}\sqrt{RG})\exp(-\rho\tau_{2\nu})\,La_{\nu-1}(\rho\tau_{2\nu},\ \lambda)\,h(\tau_{2\nu})+\right.$$

$$+\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu-1}\exp(-\xi_{2\nu-1}\sqrt{RG})\exp(-\rho\tau_{2\nu-1})\,La_{\nu-1}(\rho\tau_{2\nu-1},\lambda)\,h(\tau_{2\nu-1})+$$

$$\left.+\sum_{\nu=0}^{\infty}(-1)^{\nu}\exp(-\xi_{2\nu}\sqrt{RG})\,\sigma^{\nu}\,h(\tau_{2\nu})+\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu-1}\exp(-\xi_{2\nu-1}\sqrt{RG})\,\sigma^{\nu}\,h(\tau_{2\nu-1})\right]v \tag{2.6}$$

$$i(x,\ t)=\sqrt{R/G}\left[\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu}\exp(-\xi_{2\nu}\sqrt{RG})\exp(-\rho\tau_{2\nu})\,La_{\nu-1}(\rho\tau_{2\nu},\ \lambda)\,h(\tau_{2\nu})-\right.$$

$$-\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu-1}\exp(-\xi_{2\nu-1}\sqrt{RG})\exp(-\rho\tau_{2\nu-1})\,La_{\nu-1}(\rho\tau_{2\nu-1},\ \lambda)\,h(\tau_{2\nu-1})+$$

$$\left.\sum_{\nu=0}^{\infty}(-1)^{\nu}\exp(-\xi_{2\nu}\sqrt{RG})\,\sigma^{\nu}\,h(\tau_{2\nu})-\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu-1}\exp(-\xi_{2\nu-1}\sqrt{RG})\,\sigma^{\nu}\,h(\tau_{2\nu-1})\right]v \tag{2.7}$$

Ввиду множителя $h(\tau_{\nu})$ ряды (2.6) и (2.7) при каждом фиксированном $t$ содержат только конечное число членов. Ряды такого вида часто встречаются при решении дифференциальных уравнений гиперболического типа преобразованием Лапласа, асимптотическое поведение таких рядов до настоящего времени изучалось совсем мало. Так как при $t\to\infty$ получаем установившийся процесс, то физическое истолкование решения даже требует таких исследований. При этом как здесь, так иногда и в других случаях приходится встречаться с рядами, в которых при $t \to \infty$ отдельные члены стремятся к нулю. Конечно, из этого еще не следует, что сумма ряда также стремится к нулю.

2°. Перейдем к изучению асимптотических свойств функций $u(x, t)$ и $i(x, t)$ и убедимся в том, что суммы первых двух рядов в формулах (2.6) и (2.7) стремятся к нулю при $t \to \infty$. Для этого надо оценить многочлен $La_n(t, \lambda)$. Ввиду (2.5) имеем $0 < \lambda < 2$, а при $t \geqslant 0$, $0 \leqslant \lambda \leqslant 2$ и $n \geqslant 0$ имеет место оценка

$$|La_n(t, \lambda)| \leqslant (n+1)\lambda e^{1/_2 \lambda t} \tag{2.8}$$

Докажем последнее утверждение. Справедливость неравенства (2.8) при $n = 0$ очевидна. Кроме того, известно, что при $t \geqslant 0$, $n \geqslant 0$ существует неравенство [7]

$$|L_n(t)| \leqslant e^{1/_2 t} \tag{2.9}$$

Допуская, что неравенство (2.8) имеет место при $n-1$, получаем по формуле (1.8) ввиду (2.9)

$$|La_n(t, \lambda)| \leqslant |(1-\lambda) La_{n-1}(t, \lambda)| + |\lambda L_n(\lambda t)| \leqslant n\lambda e^{1/_2\lambda t} + \lambda e^{1/_2\lambda t} = (n+1)\lambda e^{1/_2\lambda t}$$

Впрочем, неравенство (2.9) можно получить также преобразованием Лапласа, оценивая интеграл обращения.

Рассмотрим первый ряд в формуле (2.6) или (2.7) при значении

$$t = (2Nl + x + \eta)\sqrt{LC}$$

где $N$ — целое положительное, а $0 < \eta \leqslant 2l$. Тогда мы имеем

$$\tau_{2\nu} = 2l\sqrt{LC}\,(N-\nu) + \eta\sqrt{LC}$$

и указанный ряд содержит $N$ членов. Разделим этот ряд на два ряда таким образом, что в случае четного $N$ каждый из новых рядов содержит $^1/_2 N$ членов, а в случае нечетного $N$ — соответственно $[^1/_2 N]$ и $[^1/_2 N + 1]$ членов. Не ограничивая общности, будем считать $N$ четным числом.

Таким образом, имеем при указанном $t$ в силу (2.8)

$$\left|\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu}\exp(-\xi_{2\nu}\sqrt{RG})\exp(-\rho\tau_{2\nu})La_{\nu-1}(\rho\tau_{2\nu}, \lambda)h(\tau_{2\nu})\right| \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{\nu=1}^{N}\exp(-\xi_{2\nu}\sqrt{RG})\exp(-\rho\tau_{2\nu})\nu\lambda\exp\left(\frac{1}{2}\rho\lambda\tau_{2\nu}\right) =$$

$$= \lambda\exp\left(-\left[x\sqrt{RG} + \rho\eta\sqrt{LC}\left(1-\frac{1}{2}\lambda\right)\right]\right)\times$$

$$\times\left[\sum_{\nu=1}^{1/_2 N}\exp\left(-2l\sqrt{RG}\nu\right)\nu\exp\left(-2\rho l\sqrt{LC}\left(1-\frac{1}{2}\lambda\right)(N-\nu)\right) +\right.$$

$$\left.+\sum_{\nu=1/_2 N+1}^{N}\exp\left(-2l\sqrt{RC}\,\nu\right)\nu\exp\left(-2\rho l\sqrt{LC}\left(1-\frac{1}{2}\lambda\right)(N-\nu)\right)\right]$$

Введем для краткости обозначения

$$\alpha = l\sqrt{RG} > 0, \qquad \beta = \rho l\sqrt{LC}\left(1-\frac{1}{2}\lambda\right) > 0$$

$$A = \sum_{\nu=0}^{\infty}\exp(-2\alpha\nu) = \frac{1}{1-\exp(-2\alpha)}, \quad B = \sum_{\nu=1}^{\infty}\exp(-2\alpha\nu)\,\nu = \frac{\exp(-2\alpha)}{[1-\exp(-2\alpha)]^2}$$

и оценим отдельные суммы. Получаем

$$\sum_{\nu=1}^{1/2 N} \exp(-2\alpha\nu)\,\nu \exp(-2\beta(N-\nu)) \leqslant \exp(-\beta N) \sum_{\nu=1}^{1/2 N} \exp(-2\alpha\nu)\,\nu < \exp(-\beta N)\,B$$

$$\sum_{\nu=1/2 N+1}^{N} \exp(-2\alpha\nu)\,\nu \exp(-2\beta(N-\nu)) \leqslant$$

$$\leqslant \exp(-\alpha(N+2))\,N \sum_{\nu=1/2 N+1}^{N} \exp(-2\alpha[\nu - 1/2(N+2)]) < \exp(-\alpha(N+2))\,NA$$

Следовательно, имеем такую оценку:

$$\left|\sum_{\nu=1}^{N} (-1)^{\nu} \exp(-\xi_{2\nu}\sqrt{RG}) \exp(-\rho\tau_{2\nu})\, La_{\nu-1}(\rho\tau_{2\nu}, \lambda)\right| <$$

$$< 2\,(\exp(-\beta N)\,B + \exp(-\alpha(N+2))\,NA)$$

Отсюда следует, что при $N \to \infty$, т. е. при $t \to \infty$, суммы первых рядов в формулах (2.6) и (2.7) стремятся к нулю. Подобным образом можно показать, что и суммы вторых рядов в этих формулах при $t \to \infty$ стремятся к нулю. Но остальные ряды легко суммируются. Таким образом, мы имеем для установившегося процесса

$$\lim_{t\to\infty} u(x, t) = \frac{\exp(-x\sqrt{RG}) + \sigma \exp(-(2l-x)\sqrt{RG})}{1 + \sigma \exp(-2l\sqrt{RG})}\, v \tag{2.10}$$

$$\lim_{t\to\infty} i(x, t) = \sqrt{G/R}\, \frac{\exp(-x\sqrt{RG}) - \sigma \exp(-(2l-x)\sqrt{RG})}{1 + \sigma \exp(-2l\sqrt{RG})}\, v \tag{2.11}$$

Если положим $L_l = 0$, то $z = \sigma$ и в формулах (2.6) и (2.7) остаются только последние два ряда. Асимптотические значения в этом случае получаются такие же, как и выше.

В силу существования конечных пределов для сумм в формулах (2.6) и (2.7), легко убедиться в том, что в этих формулах можно почленно выполнить преобразование Лапласа и получить обратно формулы (2.4). Этим оправдывается предыдущее формальное выполнение обратного преобразования Лапласа. Можно также легко непосредственно убедиться в том, что при $t \neq \xi_\nu \sqrt{LC}$ функции $u(x, t)$ и $i(x, t)$ удовлетворяют системе (2.1), а также начальным и граничным условиям (2.2). Ввиду того что вдоль характеристик $t = \xi_\nu \sqrt{LC}$ функции $u(x, t)$ и $i(x, t)$ имеют разрывы, надо их считать обобщенными решениями. В другой работе автора будет показано, что это является обобщением по Соболеву.

Поступила
2 IV 1952

Латвийский
государственный университет

ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье А. И. Операционное исчисление. ГИТЛ, 1950.
2. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ГИТЛ, 1951.
3. Конторович М. И. Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях. ГИТЛ, 1949.
4. Карслоу Х., Егер Д. Операционные методы в прикладной математике. Изд. ИЛ, 1948.
5. Wagner K. W. Operatorenrechnung. Leipzig, 1940.
6. Риекстыньш Э. Я. О некоторых возможностях решения обобщенной системы телеграфных уравнений при помощи преобразования Лапласа. ПММ, т. XVI, вып. 3, 1952.
7. Szegö G. Ein Beitrag zur Theorie der Polynome von Laguerre und Jakobi. Mathematische Zeitschrift, Bd. 1, S. 341—356, 1918.