

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Г. С. Шапиро

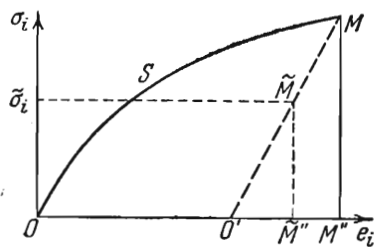
(Москва)

Говоря о потенциальной энергии остаточных деформаций, обычно имеют в виду энергию, обусловленную при пластических деформациях изменениями в кристаллической решетке. Как известно, эти нарушения структуры приводят к образованию микронапряжений, изменению плотности, упругих постоянных, термоэлектрических и других физических свойств металлов. Что касается потенциальной энергии остаточных деформаций, связанной с неоднородностью напряженного состояния, то ее в виду малости не принимают во внимание (см., например, Н. Н. Давиденков^[1]).

Однако совсем недавно Н. С. Фастов^[2], пользуясь формулами теории малых упруго-пластических деформаций, нашел, что при кручении круглого стержня энергия остаточных деформаций может достигнуть 5% от полной работы деформаций, в чем он усмотрел совпадение с данными экспериментов. Такое же совпадение с экспериментами у него обнаружилось и для величины энергии остаточных деформаций. Как мы увидим, эти заключения требуют оговорок.

Основные зависимости, позволяющие определить потенциальную энергию остаточных деформаций, пользуясь теорией пластичности, как в общем случае, так и в случае кручения круглого стержня, приведены в монографии А. А. Ильюшина^[3]. Обозначениями этой монографии мы и будем пользоваться в дальнейшем.

Необратимая часть работы внутренних сил, переходящая в тепловую энергию, изображается на диаграмме $\sigma_i = \sigma_i(e_i)$ площадью $OSMO'O$ (фиг. 1) и равна



Фиг. 1

$$W_p = \int_0^{e_i} \sigma_i de_i - \frac{\sigma_i^2}{6G} \quad (1)$$

Остающаяся энергия будет

$$W_0 = \frac{1}{6G} \tilde{\sigma}_i^2 + \frac{1}{2k} \tilde{\sigma}^2 \quad (2)$$

Наконец, потенциальная энергия упругих деформаций равна

$$W_e = \frac{1}{6G} \sigma_i^2 + \frac{1}{2K} \sigma^2 \quad (3)$$

В случае линейного упрочнения, рассмотренного Н. С. Фастовым, формулы (1) и (2) имеют вид:

$$W_p = \frac{3}{2} \lambda G (e_{im} - e_s) [2e_s + (1 - \lambda)(e_{im} - e_s)] \quad (4)$$

$$W_0 = \frac{3}{2} G [e_i - \lambda(e_{im} - e_s)]^2 + \frac{1}{2K} \tilde{\sigma}^2 \quad (5)$$

Здесь e_{im} — интенсивность деформаций, отвечающая точке M (фиг. 1).

В случае растяжения остаточных напряжений согласно теории пластичности не получается и потому остающаяся энергия равна нулю. Между тем согласно опытам Фаррена и Тейлора^[4] энергия остаточных напряжений для различных металлов и при растяжении составляет от 5 до 15% от общей энергии деформации.

Переходим к задаче о кручении круглого стержня. Она легко решается для любого упрочнения материала, мы же остановимся на линейном упрочнении^[2]. При этом на основании формул, приведенных в^[3], имеем

$$e_i = \frac{\tau r}{V\sqrt{3}} \quad (6)$$

Введем в рассмотрение параметр $\alpha = e_s / e_{im}$. Так как интенсивность деформации достигает максимума на границе стержня $r = a$, то должно быть $\alpha = r_s / a$. Далее выразим интересующие нас величины через параметр α .

Средняя оставшаяся потенциальная энергия на единицу объема скручиваемого стержня радиуса a будет

$$V_{0\text{ ср}} = \frac{1}{\pi a^2} \left[\int_0^{r_s} W_e 2\pi r dr + \int_{r_s}^a W_0 2\pi r dr \right] = \frac{2}{3} (e_{im})^2 \lambda^2 G \varphi(\alpha) \quad (7)$$

где

$$\varphi(\alpha) = \left(1 - \frac{9}{2}\alpha^2 + 4\alpha^3 - \frac{1}{2}\alpha^6\right) \quad (8)$$

Средняя необратимая часть работы внутренних сил, переходящая в тепловую энергию, на единицу объема будет

$$V_{p\text{ ср}} = \frac{2}{\pi a^2} \int_{r_s}^a V_p \pi r dr = (e_{im})^2 \lambda G [4\alpha(2 - 3\alpha + \alpha^3) + (1 - \lambda)(3 - 8\alpha + 6\alpha^2 - \alpha^4)]$$

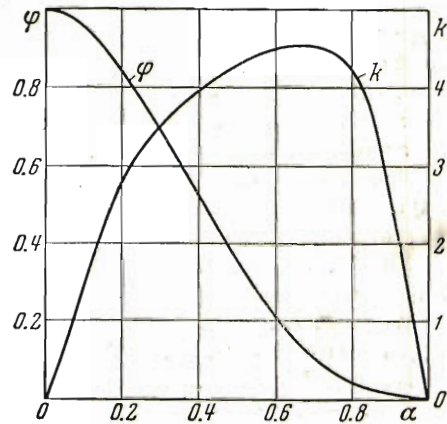
Полная работа деформаций тела в среднем на единицу объема будет

$$V_{\text{ ср}} = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a V 2\pi r dr = (e_{im})^2 \lambda G \left[(1 - \alpha^2)^2 - \frac{\lambda}{9} (3 - 4\alpha + \alpha^4)^2 \right] \quad (9)$$

Интересующее нас отношение k остаточной потенциальной энергии к полной работе деформации при $\lambda = 1$ равно

$$k = \frac{V_{0\text{ ср}}}{V_{\text{ ср}}} = 2\alpha \frac{1 - \frac{9}{2}\alpha^2 + 4\alpha^3 - \frac{1}{2}\alpha^6}{24 - 34\alpha + 3\alpha^3 + 8\alpha^4 - \alpha^7} \quad (10)$$

Раскрывая неопределенность, находим, что при $\alpha = 1$, $k = 0$; при $\alpha = 0$ также $k = 0$. На фиг. 2 представлены кривые $\varphi = \varphi(\alpha)$ и $k = k(\alpha)$; при этом значения k даны в процентах. Видно, что наибольшее значение $k = 4.5\%$ получается при $\alpha = 0.7$, т. е. при весьма малых пластических деформациях. При значительных пластических деформациях, когда $\alpha < 0.05$, значение k составляет небольшие доли процента. Опубликованные в литературе данные относятся именно к развитым пластическим деформациям $\alpha < 0.1$ и дают для k значение в среднем 5–10%. И. С. Фастов, указывая, что $k_{\text{max}} = 5\%$, не оговаривает, что при этом величина остаточной потенциальной энергии составляет всего около 0.1 своего максимального значения и что экспериментальных данных для соответствующих значений α в литературе нет. При малых деформациях доля потенциальной энергии остаточных деформаций, накопленная за счет неоднородности напряженного состояния, может оказаться значительной. В этом случае идея подсчета указанной доли потенциальной энергии методами теории пластичности, предложенная И. С. Фастовым, является оправданной.



Фиг. 2

Максимальная величина $V_{0\text{ ср}}$ получается при $\alpha = 0$ и $\lambda = 1$. При этом

$$V_{0\text{ ср}} = \frac{2}{9} \frac{\sigma_s^2}{E}$$

Для металлов величина $V_{0\text{ ср}}$ будет порядка 1 кг/см², что составляет доли процента от наблюдаемых величин.

Переходим к рассмотрению данных экспериментов. Подробная сводка результатов для разных металлов приводится Тейлором и Квинни^[5]; результаты, полученные недавно при кручении медных образцов, даны Велбером^[6]. Опыты велись двумя путями^[1]. В одном случае непосредственно измерялась температура при деформировании образцов и затем сравнивалось количество образующегося при пластической деформации тепла с количеством затраченной механической энергии. В другом случае измерялась разность температур при нагревании наклепанных и ненаклепанных образцов. При температурах, близких (для чистых металлов) к температуре рекристаллизации, у наклепанных образцов наблюдалась вспышка температуры, указывавшая на отдачу энергии.

Следует заметить, что данные экспериментов показывают заметный разброс. Остановимся для примера на данных для значений k , полученных на образцах из меди. При одной и той же, примерно, затраченной работе деформаций, пользуясь первым методом, Тейлор и Квинни (1934) получают $k = 0.086$. Пользуясь вторым методом, Сато (1931) находит $k = 0.042$, позднее Квинни и Тейлор (1937) определяют $k = 0.09$ и совсем недавно Велбер (1952) получил $k = 0.023$. Из работ, выполненных рентгенографическим методом^[7-9], отметим относящиеся непосредственно к затронутой теме исследования Б. М. Ровинского^[9], получившего для меди результаты, близкие к данным Сато.

Попытка определить теоретически остаточную энергию при холодной обработке на основе теории дислокаций^[10] принадлежит Келеру^[11], который получил для меди энергию, отвечающую 0.42 кал на 1 г. Это согласуется^[12] с экспериментальным значением для меди, полученным Тейлором и Квинни, которое равно 0,5 кал на 1 г.

Поступила 29 X 1952

ЛИТЕРАТУРА

1. Давиденков Н. Н. Динамические испытания металлов. ОНТИ, 1936.
2. Фастов Н. С. Выделение тепла при пластическом деформировании. ДАН СССР, т. LXXXIII, № 6, 1952.
3. Ильюшин А. А. Пластичность. Гостехиздат, 1948.
4. Farrer W. and Taylor G. The Heat Developed during Plastic Extension of Metals. Proceed. Roy. Soc., A. vol. 107, No A 743, 1925.
5. Quinney H. and Taylor G. The Emission of the Latent Energy due to previous Cold Working when a Metal is Heated. Proceed. Roy. Soc., A. vol. 163, No 913, 1937.
6. Welber R. Measurement of the Internal Energy in Copper, Introduced by Cold Work. Journ. Appl. Phys., vol. 23, No 8, 1952.
7. Давиденков Н. Н. и Терминасов Ю. С. Рентгенографическое исследование доформации при статическом и динамическом сжатии. ЖТФ, т. XIV, вып. 7—8, 1944.
8. Ровинский Б. М. и Рыбакова Л. М. Дробление кристаллических блоков и развите микронапряжений в металле при пластической деформации. Известия АН СССР, ОТН, № 10, 1952.
9. Ровинский Б. М. Рентгенографическое исследование искажения решетки холодно-деформированной меди. ЖЭТФ, т. VII, вып. 8, 1937.
10. Taylor G. Proceed. Roy. Soc., ser. A, vol. 195, p. 132, 1934.
11. Koehler J. S. On the dislocation of plastic deformations. Phys. Rev., vol. 60, p. 397—410, 1941; Taylor dislocation near a cylindrical boundary. Phys. Rev., vol. 59, p. 477, 1941.
12. Барретт Ч. Структура металлов. Металлургиздат, 1948.