

К ГЕОМЕТРИИ ФИКТИВНОГО ГРУНТА

Г. К. Михайлов

(Москва)

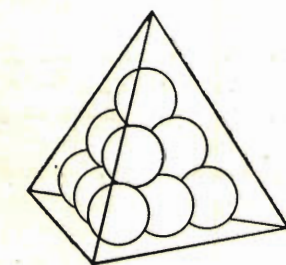
При изучении движения жидкостей и газов в пористой среде иногда прибегают к рассмотрению модели грунта в виде совокупности равных шаровых частиц, жестко сложенных в массиве с соблюдением каких-либо геометрических закономерностей. При этом под жестко сложенной понимается такая структура, при которой ни одна из частиц грунта не может быть сдвинута из занимаемого ею положения без смещения соседних частиц.

Указанная модель допускает аналитический подход к исследованию порового пространства, геометрия которого зависит только от структуры расположения частиц и не зависит от их диаметров.

Со времени появления исследований Ч. Сликтера (1897—1898 гг.) в литературе установилось представление о том, что наиболее разреженная жесткая структура фиктивного грунта отвечает кубическому расположению шаровых частиц (фиг. 1), а наиболее плотная — ромбоэдрическому расположению частиц (фиг. 2).

М. Маскэт в своей известной монографии «Течение однородных жидкостей в пористой среде» указывает, что «всякие другие укладки шаров дадут величину пористости, лежащую между этими пределами».

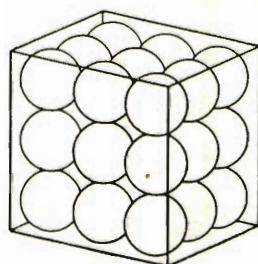
Нетрудно подсчитать, что в случае кубической структуры пористость грунта (отношение объема пор к общему объему пространства, занятого грунтом) составляет $m = 1 - \pi : 6 = 0.4764$, а в случае ромбоэдрической структуры $m = 1 - \pi \sqrt{2} : 6 = 0.2595$. Очевидно, что наиболее плотное расположение шаров в пространстве действительно отвечает ромбоэдрическому сложению с пористостью 0,2595. Однако неверным является второе положение; наибольшая пористость правильного жесткого расположения шаров не соответствует кубической структуре фиктивного грунта^[1].



Фиг. 2

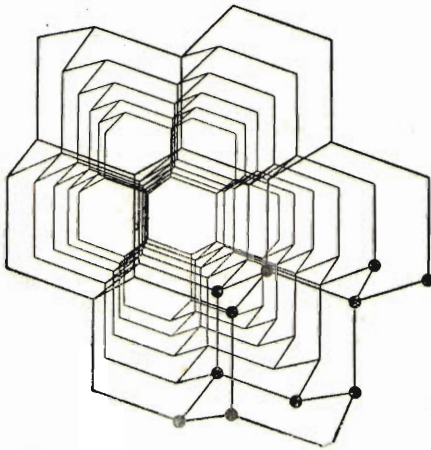
Если при ромбоэдрической структуре каждый шар соприкасается с двенадцатью соседними шарами, а при кубической с шестью шарами, то можно себе представить жесткую структуру фиктивного грунта, в котором каждый шар будет соприкасаться только с четырьмя соседними. Последнее число «соседей» является минимальным, так как оно необходимо для создания жесткого закрепления шара.

Иллюстрацией структуры фиктивного грунта, при которой каждая шаровая частица соприкасается с четырьмя другими, может служить тетраэдральная структура. Центры шаров, имеющих один общий соседний, представляют собой здесь правильные тетраэдры. Схема расположения шаров в пространстве приведена на фиг. 3, где центры шаров определяются линиями, соединяющими их с центрами соседних шаров. Для наглядности на фиг. 4 приведены две ортогональные проек-



Фиг. 1

ции двенадцати шаров, выделенных из массива тетраэдральной структуры (центры этих шаров обозначены на фиг. 3 черными кружками).

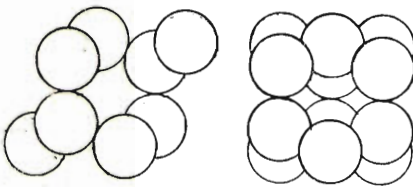


Фиг. 3

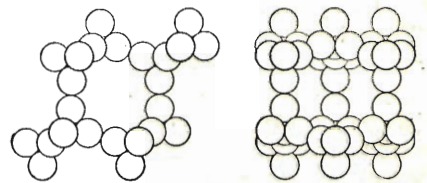
Пористость приведенного тетраэдрального расположения шаров может быть легко подсчитана из геометрических соображений. Она составляет $m = 1 - \pi \sqrt{3} : 16 = 0.6599$. Однако очевидно, что и приведенная структура не является наиболее разреженной из жестких структур фиктивного грунта.

Действительно, точки соприкосновения каждого шара с соседними представляют при тетраэдральной структуре вершины правильного вписанного тетраэдра. Поэтому каждый такой шар может быть заменен, с сохранением жесткости системы, четырьмя меньшими шарами подходящего радиуса, сложенными наиболее плотным образом (как они сложены при ромбоэдрической структуре). Заменяя двенадцать шаров, приведенных на фиг. 4, как здесь указано, сорока восемью шарами, получим новую

картину жесткой структуры фиктивного грунта, изображенную соответственно в двух ортогональных проекциях на фиг. 5. Диаметры меньших шаров относятся к



Фиг. 4



Фиг. 5

диаметрам шаров тетраэдрального сложения, как $1 : (1 + \sqrt{3}/2)$. Поэтому пористость последней структуры оказывается равной $m = 1 - 2\pi\sqrt{3} : (2 + \sqrt{6})^3 = 0.87646$. Приведенное значение пористости можно считать действительно наибольшим для правильного расположения шаровых частиц фиктивного грунта.

Таким образом, «интервал теоретической пористости» фиктивного грунта в действительности значительно перекрывает обычно приводимые пределы

$$0.2595 \leq m \leq 0.4764$$

и включает значения пористости вплоть до величины $m = 0.8765$, охватывая практически все встречающиеся в природе значения пористости естественных грунтов.

Поступила 7 V 1952

Институт механики
Академии Наук СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Гильберт Д. и Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. Гостехиздат. М. — Л. 1951.