

О ПРИМЕНЕНИИ ПЛАВНЫХ КОНТУРОВ ОСНОВАНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

И. Н. Кочина, П. Я. Полубаринова-Кочина

(Москва)

При гидромеханическом расчете скоростей фильтрации вдоль контуров основания гидротехнических сооружений, состоящих из отрезков прямых линий, мы сталкиваемся с тем обстоятельством, что в ряде вершин получаются бесконечно большие скорости: на конце шпунта, на концах плоского флютбета, при обтекании прямого угла заглубленного флютбета и т. д.

В действительности мы не имеем ни острых концов, ни ребер, таких, какие принимаются в теоретических схемах, однако нужно ожидать, что там, где теоретически получаются бесконечные скорости, в действительности будут иметь место большие скорости, но какие именно, мы не знаем. Появление же местных больших скоростей есть явление крайне нежелательное, в особенности в области выхода потока в нижний бьеф^[1, 2], так как оно может повести к деформациям грунта и угрожать устойчивости плотины.

В вопросах деформации и размыва грунтов основное значение имеют местные градиенты напора, а не средний градиент, за который принимают, если следовать Бляю, отношение действующего напора к длине пути фильтрации. Как бы ни был длинен подземный контур сооружения, на острых ребрах всегда возникнут большие скорости, поэтому желательны возможно плавные очертания контура.

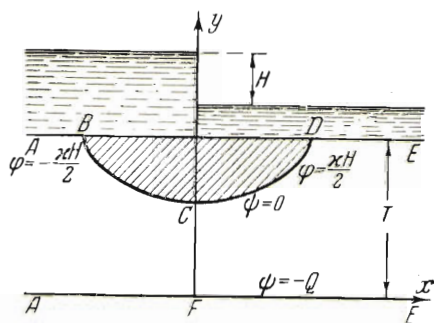
Приемы Бляя являются в настоящее время устаревшими и подвергались заслуженной критике. Если грунт бесконечной глубины, то, как заметил А. П. Воцинин^[2], контур в виде полукруга является наилучшим в смысле распределения скоростей, так как вдоль него величина скорости постоянна.

Здесь рассматриваются три задачи, представляющие развитие идеи А. П. Воцинина о необходимости подбора плавных контуров.

1. Контур с постоянной скоростью в проницаемом грунте конечной глубины. Пусть имеем горизонтальный слой грунта (фиг. 1) глубины T .

Контур основания водонепроницаемого сооружения $B CD$ выберем так, чтобы во всех его точках пьезометрический уклон (или напорный градиент) имел заданное значение $J_0 \ll J_*$.

При этом под J_* понимается критическое значение градиента, т. е. такое, при котором возможны опасные деформации грунта^[2] (J_* близко к единице).

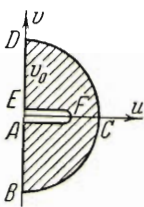


Фиг. 1

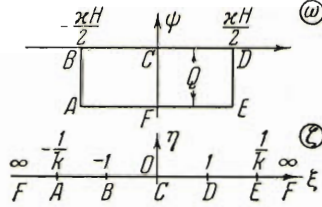
Тогда скорость вдоль контура будет иметь постоянное значение v_0 , равное $v_0 = \kappa J_0$, где κ — коэффициент фильтрации.

Примем годограф скорости таким, который представлен на фиг. 2, а именно, вдоль BCD примем величину вектора скорости, равной v_0 , так что BCD будет дугой полуокружности. Разрез AFE соответствует границе водоупора.

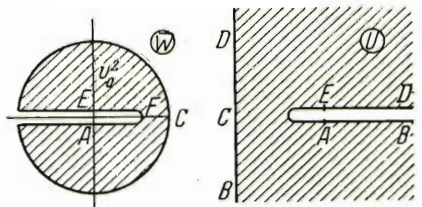
На плоскости $\omega = \varphi + i\psi$ имеем прямоугольник, который выберем так,



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

как указано на фиг. 3. Тогда будем иметь, отображая прямоугольник $BDEA$ на нижнюю полуплоскость ζ :

$$\omega = \frac{\kappa H}{2K} F(\arcsin \zeta, k) \tag{1.1}$$

$$F(\arcsin \zeta, k) = \int_0^\zeta \frac{d\zeta}{V(1-\zeta^2)(1-k^2\zeta^2)} = \int_0^{\arcsin \zeta} \frac{d\varphi}{V1-k^2 \sin^2 \varphi} \tag{1.2}$$

$$K = \int_0^1 \frac{d\zeta}{V(1-\zeta^2)(1-k^2\zeta^2)} = \int_0^{1/2\pi} \frac{d\varphi}{V1-k^2 \sin^2 \varphi} \tag{1.3}$$

Обратимся к годографу скорости. Обозначим $u - iv = w$, $u + iv = \bar{w}$, составим функцию $\bar{W} = \bar{w}^2$. Область значений этой функции представлена на фиг. 4. Граница этой области образована окружностью радиуса v_0^2 и разрезом $DEFAB$. Примем точку D , для которой $\bar{W} = -v_0^2$, за центр инверсии и применим преобразование инверсии. Тогда для функции

$$U = \frac{1}{\bar{W} + v_0^2}$$

получим область, изображенную на правой стороне фиг. 4, ограниченную прямолинейными отрезками. Отобразим ее на полуплоскость ζ . Получим

$$U = \frac{1}{w^2 + v_0^2} = M \int \frac{d\zeta}{V(1-\zeta^2)^3} + N = \frac{M\zeta}{V1-\zeta^2} + N$$

Постоянные M и N определим из условия, что $w = v_0$ при $\zeta = 0$ и $w = 0$ при $\zeta = 1/k$. Получим для правой половины фиг. 1

$$w = -v_0 \frac{ik'\zeta - \sqrt{1-\zeta^2}}{V1-k^2\zeta^2} \quad (k' = \sqrt{1-k^2}) \tag{1.4}$$

Теперь, принимая во внимание, что $w = d\omega / dz$ и что на основании (1.1) и (1.2)

$$\frac{d\omega}{d\zeta} = \frac{\kappa H}{2K} \frac{1}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k^2\zeta^2)}} \quad (1.5)$$

найдем, деля (1.5) на (1.4):

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{\kappa H}{2Kv_0} \frac{1}{(\sqrt{1-\zeta^2} - ik'\zeta)\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\kappa H}{2Kv_0} \left(\frac{1}{1-k^2\zeta^2} + ik' \frac{\zeta}{(1-k^2\zeta^2)\sqrt{1-\zeta^2}} \right)$$

Интегрируя, получаем

$$z = \frac{\kappa H}{2Kv_0 k} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1+k\zeta}{1-k\zeta} - i \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{k\sqrt{1-\zeta^2}}{k'} \right] \quad (1.6)$$

Постоянная интегрирования здесь принята равной нулю, так как должны выполняться условия: при $\zeta = 0$ величина z имеет чисто мнимое значение, при $\zeta = 1$ — действительное значение.

Уравнение (1.6) удобно для значений $\zeta = \xi$, причем $0 < \xi < 1$, т. е. для определения формы кривой CD , которая получится, если в (1.6) разделить действительную и мнимую части. Предварительно, однако, мы введем глубину пронизаемого грунта T при помощи таких рассуждений. Переход с линии DE на линию EF (фиг. 1) соответствует обходу особой точки $\zeta = 1/k$ по полуокружности в положительном направлении, что дает $\ln(1-k\xi)$ приращение πi . По формуле (1.6) имеем, что приращение z будет равно

$$\frac{\kappa H}{2Kv_0 k} \frac{1}{2} (-\pi i)$$

С другой стороны, мнимая часть z при этом переходе меняется с Ti на 0. Поэтому получаем

$$-\frac{\kappa H \pi i}{4Kv_0 k} = -Ti$$

Отсюда

$$T = \frac{\kappa H \pi}{4Kv_0 k} = \frac{H \pi}{4KkJ_0} \quad (1.7)$$

Теперь (1.6) можно переписать, вводя T , так:

$$z = \frac{T}{\pi} \left[\ln \frac{1+k\zeta}{1-k\zeta} - 2i \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{k\sqrt{1-\zeta^2}}{k'} \right] \quad (1.8)$$

Разделяя действительную и мнимую части и считая $\zeta = \xi$, причем $0 < \xi < 1$, получим уравнение части CD контура флютбета

$$x = \frac{T}{\pi} \ln \frac{1+k\xi}{1-k\xi}, \quad y = -\frac{2T}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{k\sqrt{1-\xi^2}}{k'} \quad (1.9)$$

В явной форме можно написать уравнение контура так:

$$x = \frac{T}{\pi} \ln \frac{1 + \cos(\pi d / 2T) \sqrt{\operatorname{tg}^2(\pi d / 2T) - \operatorname{tg}^2(\pi y / 2T)}}{1 - \cos(\pi d / 2T) \sqrt{\operatorname{tg}^2(\pi d / 2T) - \operatorname{tg}^2(\pi y / 2T)}}$$

Отсюда, в частности, найдем полуширину флютбета l и глубину его d , полагая соответственно $\xi = 1$ и $\xi = 0$:

$$l = \frac{T}{\pi} \ln \frac{1+k}{1-k}, \quad d = \frac{2T}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{k}{k'} = \frac{2T}{\pi} \operatorname{arc} \sin k \quad (1.10)$$

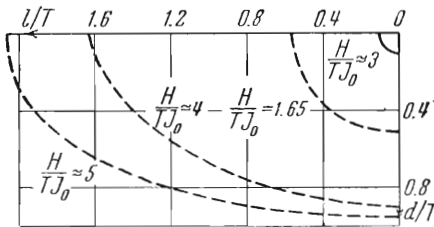
Из формул (1.10) находим два выражения для модуля эллиптического интеграла k :

$$k = \sin \frac{\pi d}{2T} = \operatorname{th} \frac{\pi l}{2T} \quad (1.11)$$

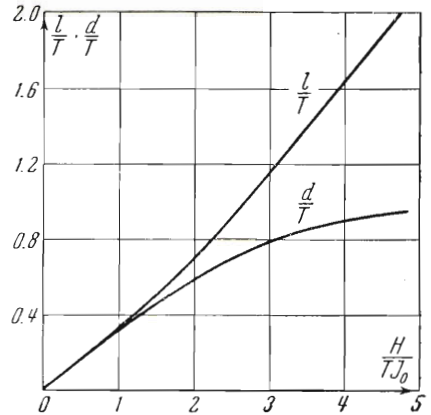
Эти равенства служат для определения k . Они дают зависимость между шириной и глубиной флютбета.

Приведем результаты некоторых вычислений по этой зависимости:

| | | | | |
|-------|-----|-------|------|------|
| d/T | 0.1 | 0.5 | 0.9 | 0.95 |
| l/T | 0.1 | 0.562 | 1.62 | 2.06 |



Фиг. 5



Фиг. 6

На фиг. 5 дан схематический график семейства контуров флютбета с постоянной скоростью обтекания для нескольких значений H/TJ_0 .

Отметим, что расход Q , вычисляемой по формуле

$$Q = \frac{\pi HK'}{2K} \quad \left(K' = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{V 1 - k^2 \sin^2 \varphi} \right)$$

при значении (1.11) для k получается таким, как если бы мы имели шпунт, забитый на глубину d (без флютбета) или плоский флютбет ширины $2l$.

При этом, если даны глубина слоя T , напор H и величина градиента J_0 , то для глубины флютбета d и его полуширины l получаются совершенно определенные значения.

На фиг. 6 приведены графики зависимости отношений d/T и l/T от величины H/TJ_0 .

Из рассмотрения фиг. 5 и 6 вытекает, что при обычных условиях, когда величина напора примерно равна глубине проницаемого слоя (или меньше последней), контур равного градиента таков же, как для грунта бесконечной глубины, — полуокружность. Лишь при больших значениях H/T флютбет становится продолговатым, но вместе с тем сильно заглубленным.

Чтобы получить более приемлемые для практики контуры, рассмотрим в первую очередь задачу.

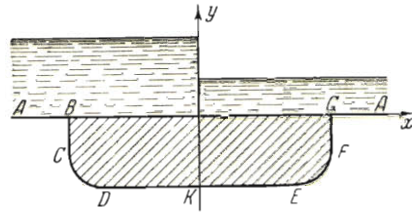
2. Флютбет с прямолинейными участками и участками постоянной скорости. Предположим, что флютбет имеет вид, изображенный на фиг. 7.

В нем BC , GF — отрезки вертикальных прямых, DE — отрезок горизонтальной прямой.

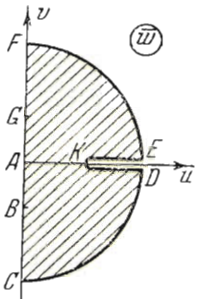
Поставим условие: на участках CD и EF градиент скорости имеет заданное значение v_0 .

Тогда годограф скорости будет иметь вид, представленный фиг. 8, а комплексный потенциал — фиг. 9.

Отображение на нижнюю полуплоскость ζ дает



Фиг. 7



Фиг. 8

$$\omega = \frac{\kappa H}{\pi} \arcsin \frac{\zeta}{\beta}$$

$$w = \frac{d\omega}{dz} = \frac{v_0}{\alpha'} (V\sqrt{1-\zeta^2} - i V\sqrt{\zeta^2-\alpha^2})$$

Отсюда, как и в п.1, найдем

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \frac{V\sqrt{1-\zeta^2} + i V\sqrt{\zeta^2-\alpha^2}}{V\beta^2-\zeta^2}$$

Интегрируя, найдем

$$z = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \int_1^{\zeta} \frac{V\sqrt{1-\zeta^2} + i V\sqrt{\zeta^2-\alpha^2}}{V\beta^2-\zeta^2} d\zeta + l - d_1 i \quad (2.1)$$

Здесь l — полуширина флюتبета, d_1 — глубина вертикального отрезка флюتبета (фиг. 7).

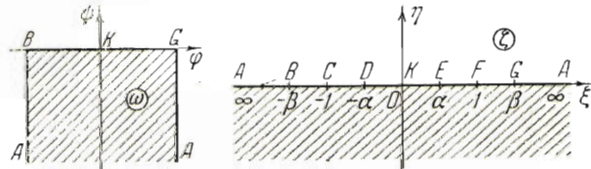
Полагая $\zeta = \alpha$, найдем ширину a и глубину b закругленной части флюتبета (фиг. 7).

$$a = l - l_1 = \quad (2.2)$$

$$= \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \int_{\alpha}^1 \frac{V\sqrt{1-\zeta^2}}{V\beta^2-\zeta^2} d\zeta$$

$$b = d - d_1 = \quad (2.3)$$

$$= \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \int_{\alpha}^1 \frac{V\sqrt{\zeta^2-\alpha^2}}{V\beta^2-\zeta^2} d\zeta$$



Фиг. 9

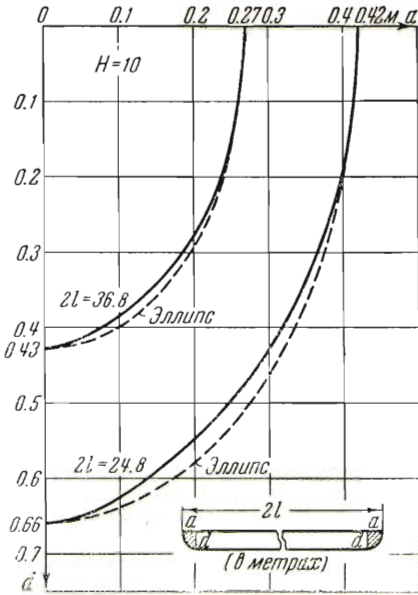
Здесь, l_1 — полуширина горизонтальной части основания флюتبета. Положим еще $\zeta = 0$ в (2.1). Получим уравнение для l_1 :

$$l_1 = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \left\{ \int_0^{\alpha} \frac{V\sqrt{1-\zeta^2}}{\beta^2-\zeta^2} d\zeta + \int_0^{\alpha} \frac{V\sqrt{\alpha^2-\zeta^2}}{\beta^2-\zeta^2} d\zeta \right\}$$

Сравнивая это уравнение с (2.2), найдем

$$l = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \left\{ \int_0^1 \frac{V\sqrt{1-\zeta^2}}{V\beta^2-\zeta^2} d\zeta + \int_0^{\alpha} \frac{V\sqrt{\alpha^2-\zeta^2}}{V\beta^2-\zeta^2} d\zeta \right\} \quad (2.4)$$

Уравнение криволинейного участка EF получим, давая ζ действительные значения между α и 1:



Фиг. 10

$$x = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \int_{\alpha}^{\xi} \frac{V \sqrt{1-\zeta^2}}{V \beta^2 - \zeta^2} d\zeta + l_1 \quad (2.5)$$

$$y = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \int_{\alpha}^{\xi} \frac{V \sqrt{\zeta^2 - \alpha^2}}{V \beta^2 - \zeta^2} d\zeta - d$$

Рассмотрим частные случаи.

1. При $\beta = 1$ получаем флютбет только с горизонтальной вставкой.

При этом уравнение (2.1) дает

$$z = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \left\{ \zeta + i \int_1^{\zeta} \frac{V \sqrt{\zeta^2 - \alpha^2}}{V \sqrt{1-\zeta^2}} d\zeta \right\} \quad (2.6)$$

Так как при $\zeta_2 = 1$ должны иметь $z = l$, то из (2.6) получаем

$$l = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \quad (2.7)$$

Далее (2.2) дает при $\beta = 1$

$$a = l - l_1 = \frac{\kappa H (1 - \alpha)}{\pi v_0 \alpha'} = \frac{\kappa H \alpha'}{\pi v_0 (1 + \alpha)} \quad (2.8)$$

Наконец, из (2.3) получаем величину вертикального отрезка флютбета

$$d = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \int_{\alpha}^1 \sqrt{\frac{\zeta^2 - \alpha^2}{1 - \zeta^2}} d\zeta$$

Подстановка

$$t' = \frac{V \sqrt{1 - \zeta^2}}{\alpha'}$$

приводит выражение для d к виду

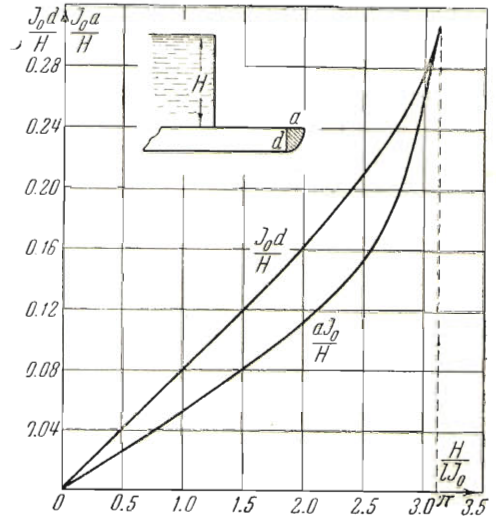
$$d = \frac{\kappa H}{\pi v_0 \alpha'} \int_0^1 \sqrt{\frac{1 - t'^2}{1 - \alpha'^2 t'^2}} dt' \quad (2.9)$$

Уравнение округленной части флютбета найдем, давая ζ действительные значения $\zeta = \xi$ в пределах от α до 1. Будем иметь

$$x = l \xi, \quad y = -l \int_{\xi}^1 \sqrt{\frac{\xi^2 - \alpha^2}{1 - \xi^2}} d\xi \quad (\alpha < \xi < 1) \quad (2.10)$$

Полагая $\xi = \sqrt{1 - \alpha'^2 t'^2}$, получим уравнение «обтекаемой» части в такой форме

$$x = l \sqrt{1 - \alpha'^2 t'^2}, \quad y = -\alpha'^2 l \int_0^{t'} \sqrt{\frac{1 - t'^2}{1 - \alpha'^2 t'^2}} dt'$$



Фиг. 11

Интеграл в формуле для y после подстановки $t' = \sin \varphi$ выражается через эллиптические интегралы в канонической форме

$$\int_0^{t'} \sqrt{\frac{1-t'^2}{1-\alpha'^2 t'^2}} dt' = \frac{1}{\alpha'^2} E(\varphi, \alpha') - \frac{\alpha^2}{\alpha'^2} F(\varphi, \alpha')$$

где

$$E(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi, \quad F(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}$$

Окончательно уравнение округленного конца приведем к виду

$$x = l \sqrt{1 - \alpha'^2 \sin^2 \varphi}, \quad y = -l [E(\varphi, \alpha') - \alpha^2 F(\varphi, \alpha')] \quad (2.11)$$

Для того чтобы составить представление о форме закругленного конца, были произведены вычисления для $J_0 = 1$, $\alpha' = \sin 15^\circ$ и $\alpha' = \sin 10^\circ$. Результаты их представлены на фиг. 10. Получаются кривые, близкие к эллипсам с полуосями a и d .

Размеры полученных флютбетов оказались такими (в метрах):

- 1) $H = 10$, $l = 12.4$, $a = 0.42$, $d_1 = 0.66$
- 2) $H = 10$, $l = 18.3$, $a = 0.27$, $d = 0.43$

Видим, что чем короче флютбет, тем он должен быть толще при сохранении одного и того же градиента. Увеличение напора H или уменьшение градиента r_0 приводит к пропорциональному увеличению всех размеров флютбета.

Давая α' ряд других значений, мы составили табл. 1 и график фиг. 11, показывающие зависимость толщины флютбета и ширины закругленного уголка от заданной полуширины флютбета l .

При составлении таблицы мы пользовались, кроме точных формул (2.7), (2.8) и (2.9), также приближенными, которые получаются следующим образом. Введем обозначение

$$H^* = \frac{H}{\pi J_0 l}$$

Тогда нетрудно получить для a/l :

$$\frac{a}{l} = \frac{H^{*2}}{1 + \sqrt{1 - H^{*2}}} = \frac{1}{2} H^{*2} \left(1 + \frac{1}{4} H^{*2} + \dots \right)$$

Для d/l будем иметь приближенное равенство

$$\frac{d}{l} \approx \frac{\pi}{4} H^{*2} \left(1 + \frac{1}{8} H^{*2} + \frac{3}{64} H^{*4} \right)$$

Умножая полученные равенства почленно на lJ_0/H , получим другие соотношения:

$$\frac{aJ_0}{H} \approx \frac{H}{\pi^2 J_0 l} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{H^2}{\pi^2 J_0^2 l^2} \right)$$

$$\frac{J_0 d}{H} \approx \frac{H}{2\pi J_0 l} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{H^2}{\pi^2 J_0^2 l^2} + \frac{3}{64} \frac{H^4}{\pi^4 J_0^4 l^4} \right)$$

Таблица 1

| $\frac{lJ_0}{H}$ | $\frac{H}{lJ_0}$ | $\frac{a}{l}$ | $\frac{d}{l}$ | $\frac{aJ_0}{H}$ | $\frac{dJ_0}{H}$ | $\frac{a}{d}$ |
|------------------|------------------|---------------|---------------|------------------|------------------|---------------|
| 0.318 | 3.14 | 1 | 1 | 0.318 | 0.318 | 1 |
| 0.353 | 2.83 | 0.604 | 0.718 | 0.213 | 0.253 | — |
| 0.393 | 2.51 | 0.400 | — | 0.157 | — | — |
| 0.5 | 2 | 0.228 | 0.333 | 0.114 | 0.166 | 0.684 |
| 1 | 1 | 0.0518 | 0.0801 | 0.0518 | 0.0801 | 0.646 |
| 2 | 0.5 | 0.0126 | 0.0199 | 0.0253 | 0.0398 | 0.639 |
| 3 | 0.333 | 0.00560 | 0.00879 | 0.0168 | 0.0264 | 0.638 |
| 5 | 0.2 | 0.00202 | 0.00317 | 0.0101 | 0.0158 | 0.637 |
| 10 | 0.1 | 0.000505 | 0.000793 | 0.00505 | 0.00793 | 0.637 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.637 |

Для достаточно малых отношений H/l , а именно для значений

$$\frac{H}{l} \leq J_0$$

имеем приближенные линейные зависимости a/H и d/H от H/l , которые можно представить в следующем виде:

$$\frac{a}{H} \approx \frac{1}{\pi^2 J_0} \frac{H}{l}$$

$$\frac{d}{H} \approx \frac{1}{2\pi J_0} \frac{H}{l}$$

При заданных H , l и J_0 мы можем, таким образом, найти a и d .

На фиг. 11 дан график зависимости величин aJ_0/H , J_0d/H от величины H/J_0l .

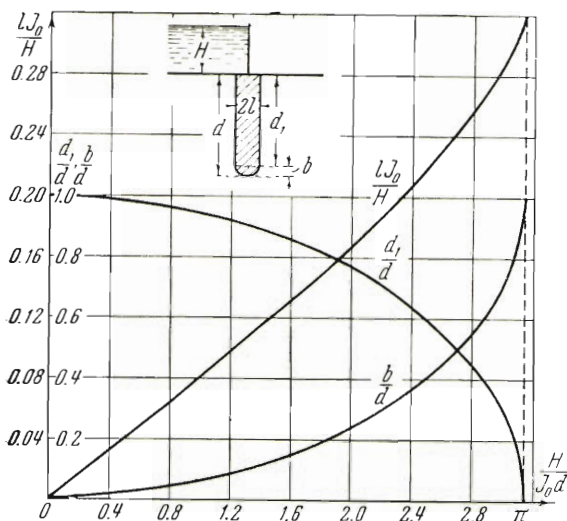
В табл. 1 приводятся результаты некоторых вычислений.

Подчеркнем еще раз, что обтекаемые концы флютбета нами определяются

из условия, чтобы градиент напора вдоль них J_0 имел заданное постоянное значение. Тогда скорость вдоль обтекаемой части, как мы знаем, имеет постоянное значение $v_0 = \kappa J_0 \frac{l}{H}$. Такова же будет, в частности, выходная скорость, т. е. скорость в точке E выхода грунтового потока в нижний бьеф.

Вдоль прямолинейной части флютбета скорость имеет значения, меньшие или равные v_0 , причем в середине флютбета будет минимум скорости. Нетрудно найти величину этой скорости:

$$v_{\min} = \frac{v_0(1-\alpha)}{\alpha'} = v_0 \sqrt{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}}$$



Фиг. 12

В наших примерах, представленных на фиг. 10, получаются такие значения v_{\min} .

Для $J_0 = 1$, $H = 10$ м, $l = 12.4$ м

$$v_{\min} = 0.131 v_0$$

Для $J_0 = 1$, $H = 10$ м, $l = 18.3$ м

$$v_{\min} = 0.086 v_0$$

3. Обтекаемый шпунт. Другой частный случай, представляющий интерес, получится из общих формул (2.1) при $\alpha = 0$. Он будет соответствовать «обтекаемому» шпунту или зубу.

Уравнение (2.1) переходит при $\alpha = 0$ в следующее:

$$z = \frac{H}{\pi J_0} \int_1^{\zeta} \frac{V\sqrt{1-\zeta^2} + i\zeta}{V\beta^2 - \zeta^2} d\zeta + l - d_1 i$$

где l — полуширина зуба, d_1 — глубина его прямолинейной части (фиг. 12).

В данном случае $l_1 = 0$. Для l , d и d_1 получаем

$$l = \frac{H}{\pi J_0} \int_0^1 \frac{V\sqrt{1-\zeta^2}}{V\beta^2 - \zeta^2} d\zeta$$

$$b = d - d_1 = \frac{H}{\pi J_0} \int_0^1 \frac{\zeta d\zeta}{V\beta^2 - \zeta^2} = \frac{H}{\pi J_0} (\beta - V\beta^2 - 1)$$

$$d = \frac{H}{\pi J_0} \beta, \quad d_1 = \frac{H}{\pi J_0} V\beta^2 - 1$$

Задавшись величинами J_0 , H и d , найдем β , по которому затем сможем определить l и все элементы движения.

На фиг. 12 даны графики зависимости d_1/d , b/d и lJ_0/H от величины $H/J_0 d$.

Интересно найти величину выходной скорости. Она будет получена, если в выражении для комплексной скорости

$$w = u - iv = v_0 (V\sqrt{1-\zeta^2} - i\zeta) = -iv_0 (\zeta - V\sqrt{\zeta^2 - 1})$$

положим $\zeta = \beta$. Получим

$$v_{\min} = v_0 (\beta - V\sqrt{\beta^2 - 1}) = \frac{v_0}{\beta + V\beta^2 - 1}$$

Положим для примера $J_0 = 1$, $d = H$. Тогда будем иметь

$$\beta = \pi, \quad d_1 = 0.95 d, \quad v_{\min} = 0.16 v_0$$

Формулу для l преобразуем, приведя правую часть к эллиптическим интегралам в канонической форме:

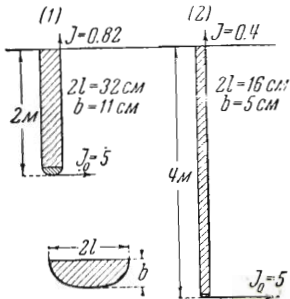
$$l = \frac{H}{\pi J_0} \beta \int_0^1 \frac{V\sqrt{1-\zeta^2}}{V\sqrt{1-\beta^{-2}\zeta^2}} d\zeta = \frac{H\beta}{\pi J_0} \left[E - \left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right) F \right]$$

Положив $\beta = \pi$, получим для $d = H$, $J_0 = 1$

$$l = 0.08 d$$

Если, например, $H = 10$ м, то по нашему условию $d = 10$ и тогда будем иметь

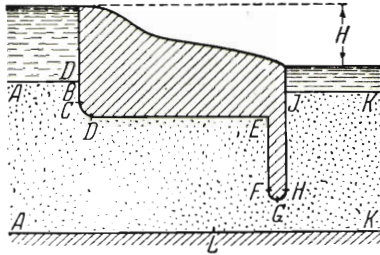
$$b = d - d_1 = 0.52 d = 5.2 \text{ м}, \quad l = 80 \text{ см}$$



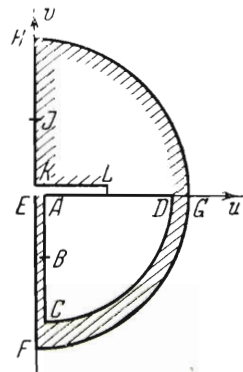
Фиг. 13

На фиг. 13 приведены два примера расчета. Мы взяли большое значение J_0 на нижнем конце шпунта, именно, $J_0 = 5$, с таким расчетом, чтобы получить выходные градиенты J , не превышающие единицы. Общая длина шпунта была принята равной 2 и 4 м, напор — $H = 10$ м. Выходные градиенты получились соответственно равными 0.82 и 0.4 (фиг. 13).

На фиг. 14 представлен более общий случай флютбета с зубом. Годограф скорости фиг. 15 показывает, что если принять J_0 для обтекаемых



Фиг. 14



Фиг. 15

частей флютбета и шпунта одинаковым, то предыдущий метод конформного отображения остается применимым, приводя к гиперэллиптическим интегралам.

Поступила 17 VIII 1951

Институт механики
Академии Наук СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Гришин М. М. Гидротехнические сооружения. 1947. Гл. IV.
2. Воцинин А. П. О применении обтекаемых и ребристых подземных контуров при постройке гидротехнических сооружений на проницаемом основании. Инженерный сборник АН СССР. 1950. Т. VII. Стр. 16—20.