Н. И. Мусхелишвили.

Некоторые основные задачи теории упругости, третье издание. Изд. АН СССР. 1949. 635 стр.

Третье издание широко известной книги Н. И. Мусхелишвили представляет собой новый и значительный вклад в литературу по теории упругости. Это издание значительно расширено по сравнению со вторым изданием, вышедшим в 1935 году. Оно включает новые исследования автора, а также ряд других работ, в которых развивались идеи, содержавшиеся в первых изданиях этой книги.

Первая глава посвящена основным уравнениям механики упругого тела. Во второй главе дан вывод формул плоской задачи теории упругости, исходя из комплексного представления общего решения плоской задачи. Следует отметить, что это представление общего решения плоской задачи теории упругости через две произвольные функции комплексной переменной оказалось весьма плодотворным. В последнее время аналогичные методы были с успехом применены к различным задачам, касающимся других видов дифференциальных уравнений эллиптического типа.

В третьей главе приводится решение некоторых плоских задач теории упругости посредством степенных рядов. Этот метод оказывается эффективным применительно к областям в виде круга или кругового кольца.

Глава четвертая, посвященная интегралам типа Коши, написана заново. В предыдущем издании основные свойства интегралов Коши были изложены значительно более кратко. В конце главы на основании установленных свойств интегралов типа Коши дано решение основных задач теории потенциала для областей в виде круга и в виде полуплоскости.

В пятой главе изложено применение интегралов типа Коши к решению граничных задач теории упругости. При этом в первом разделе изложены способы приведения этих задач к интегральным уравнениям. Зетем во втором разделе приводится решение основных задач для областей, отображаемых на круг посредством полиномов и рациональных функций, причем показано, что решение может быть получено в квадратурах. Приведен ряд примеров, иллюстрирующих указанные методы.

В третьем разделе приводится решение основных задач теории упругости для полуплоскости и вообще для полубесконечных областей. Наконец, в четвертом разделе этой главы изложены некоторые другие методы приведения плоской задачи теории упругости к интегральным уравнениям, предложенные рядом советских авторов.

Глава шестая, посвященная плоским контактным задачам теории упругости, а также некоторым другим задачам, также является новой. Ранее ряд результатов этой главы в несколько ином изложении был опубликован в книге автора «Сингулярные интегральные уравнения». Однако помещение этих результатов в настоящей книге является более естественным. В первом разделе излагается решение задачи о линейном сопряжении граничных значений аналитических функций или иначе — задачи Римана-Гильберта. Более подробно эти вопросы изложены в упомянутой выше книге автора «Сингулярные интегральные уравнения». Во втором разделе дано решение ряда плоских контактных задач о давлении жесткого штампа на упругую полуплоскость и о контакте двух упругих тел, близких к полуплоскости, а также задачи для плоскости с прямолинейными разрезами. В третьем разделе дано решение смешанной задачи в случае, когда на одном участке дуги даны перемещения, а на другом—напряжения для области, ограниченной окружностью, а также решения основных задач теории упругости для полубесконечной области, разрезанной по дуге окружности. Наконец, в четвертом разделе дано решение аналогичной смешанной задачи для областей, отображаемых на круг посредством рациональных функций.

Седьмая глава посвящена задачам изгиба и кручения однородных и составных брусьев. Вначале рассмотрены изгиб и кручение однородных брусьев, а затем растяжение, кручение и изгиб брусьев, составленных из различных материалов.

Следует указать, что в недавнее время в иностранной печати опубликован ряд статей, в которых использованы результаты Н. И. Мусхелишвили, однако в большинстве случаев не содержится ссылок на них. В частности, в статье Стевенсона (A. C. Stevenson. Proc. Roy. Soc. 1945. Vol. 184. N 997) даны формулы для составляющих напряжения и перемещения, выраженные через две функции комплексной переменной, которые содержатся в давно опубликованных работах Н. И. Мусхелишвили, а также в еще более ранних работах Г. В. Колосова. Точно так же не содержится надлежащих ссылок в статье Порицкого (H. Poritsky. Trans. Am. Math. Soc. 1946. Vol. 59 N 2). В работе Бибхутибхусан Сена (Bibhutibhusan Sen. Bulletin of Calcutta Math. Soc. 1946, т. 38, N 3), где решена одна контактная задача, также использовано выражение решения через две функции комплексной переменной и применены формулы, аналогичные формулам Г. В. Колосова и Н. И. Мусхелишвили. Однако упомянутая работа также не содержит ссылок на эти результаты. Количество этих примеров можно было бы увеличить. Характерно, что в ряде недавно опубликованных за границей статей содержатся ссылки на указанную выше работу Стевенсона, а не на оригинальные результаты Н. И. Мусхелишвили.

Методы, развитые Н. И. Мусхелишвили для решения плоской задачи теории упругости, оказались весьма плодотворными и находят применение в различных областях механики.

Как указывалось выше, представление общего решения через произвольные функции с успехом применено для одного более широкого класса дифференциальных уравнений эллиптического типа.

Методы решения плоской задачи, основанные на применении функций комплексной переменной, в настоящее время распространены также на задачи изгиба пластинок.

Результаты, полученные Н. И. Мусхелишвили при решении граничных задач смешанного типа, служащих для отыскания аналитических функций, начинают находить применение в безмоментной теории оболочек, как об этом свидетельствует одна из статей, публикуемых в этом выпуске журнала.

Наконец, результаты, полученные при исследовании кручения призматических стержней, составленных из различных материалов, могут быть с успехом применены при решении задач о фильтрации в грунте, обладающем в различных частях различной проницаемостью.

В настоящее время методы, развитые Н. И. Мусхелишвили, приобретают тем бóльшую актуальность, что в теории упругости на очереди стоит решение ряда упругопластических задач. Успех в отыскании этих решений может быть получен только при дальнейшем развитии методов, изложенных в книге «Некоторые основные задачи математической теории упругости».

Л. А. Галин