Прикладная математика и механика. Том XIV, 1950
Институт механики Академии Наук Союза ССР

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

О РАБОТАХ И. А. ОДИНГА В ОБЛАСТИ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ [1]

За последние годы И. А. Одинг опубликовал ряд статей, посвященных вопросам ползучести и релаксации металлов при высоких температурах. Изучение этих вопросов имеет большое значение для техники в связи с расчетами на прочность; в этом отношении целью изучения является получение зависимостей между обычными расчетными механическими величинами: напряжением, деформацией, скоростью деформации и временем.

Остановимся вкратце на относящихся сюда феноменологических теориях.

Первая из этих теорий—теория упрочнения или наклепа—утверждает, что в любых условиях скорость пластической деформации есть функция напряжения и величины пластической деформации.

Вторая — теория старения — считает, что скорость пластической деформации зависит от напряжения и от времени. Можно сказать, что вторая теория связывает уменьшение скорости ползучести с теми внутренними процессами, протекание которых существенно зависит от времени. Но ясно также, что введение явной зависимости от времени в основное соотношение между напряжением и деформацией может рассматриваться как самая первая, грубая, феноменологическая попытка описать процесс старения. На эту гипотезу можно смотреть как на рабочую гипотезу, пригодную, может быть, для приближенных расчетов, но не как на физическую теорию.

Отметим, что каждая из этих теорий описывает процесс ползучести или релаксации с помощью дифференциального уравнения, которое нужно интегрировать при постоянном напряжении, чтобы получить закон ползучести, или постоянной деформации, желая найти кривую релаксации.

Принимая за основу какую-либо из этих теорий, мы получаем возможность решать те или иные задачи ползучести при одноосном напряженном состоянии, например, строить кривую релаксации по кривым ползучести, рассчитывать ползучесть при изгибе по данным опыта на растяжение и т. д.

Эти простейшие схемы не отображают процессов, происходящих в деформированном металле при высокой температуре, во всей их сложности, они односторонни и, несомненно, должны быть заменены другими.

Одной из задач физической теории ползучести, притом немаловажной, является установление закона одномерной ползучести, более общего и более точного, чем вышеизложенные гипотезы.

Посмотрим, к чему сводятся взгляды И. А. Одинга на ползучесть и релаксацию.

Отправной точкой в его статьях [1] и [2], а также в книге [3] является формула

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} = \frac{d\sigma / dt}{d\sigma / d\varepsilon_p} \tag{1}$$

(ε_p — пластическая деформация).

---

[1] Список работ помещен в конце статьи.

Изложение И. А. Одинга сопровождается приведением различных сведений и соображений о физической природе и механизме процессов релаксации, ползучести, явлений упрочнения, старения и т. п. Ниже эти вопросы затрагиваются только в той мере, в какой они самим автором фактически привлекаются к выводу его зависимостей.

Она установлена И. А. Одингом, по его словам, еще в 1933 г. Но это очевидное тождество, в котором, кроме того, имеется неясность: производные здесь полные и уравнение относится, как указывает автор, именно к процессу ползучести, когда $\sigma=\mathrm{const}$, и следовательно, $d\sigma / dt=0$.

Вывод этой формулы, даваемый в книге [3], не удовлетворяет требованиям здравого смысла и математики. Этот вывод состоит в том, что действующее напряжение (т. е. сила, деленная на площадь) называется (так и сказано «назовем») мгновенным пределом упругости и обозначается, как обычно, σ. Теперь σ, рассматриваемое как напряжение, обусловливает определенную деформацию, которая есть функция от σ, то же самое σ, рассматриваемое как предел упругости, является функцией времени (в этом состоит разупрочнение). Так, оказывается, что числитель в формуле (1) есть функция времени, а знаменатель — функция напряжения, тогда как про левую часть, $d\varepsilon_p/dt$, сказано, что это — «равномерная скорость ползучести при установившемся режиме», т. е. величина, не зависящая от времени.

Не найдя таким образом удовлетворительного объяснения формулы (1) в книге [3], возвратимся к статье [1]. Формула (1), в которой числитель называется интенсивностью разупрочнения, а знаменатель — интенсивностью упрочнения, нужна И. А. Одингу, чтобы перейти к случаю релаксации; для этого скорость релаксации отождествляется с интенсивностью разупрочнения, а $d\sigma / d\varepsilon_p$ принимается равным E. Почему пластическая (а не упругая) деформация оказывается связанной с напряжением законом Гука, да еще при модуле E, почему формальное введение производной $d\sigma / dt$ в формулу (1) означает переход к релаксации, — этого понять невозможно. Все эти формальные операции дифференцирования, выполненные без соблюдения элементарных правил, вытекающих из того факта, что дело идет о функциях нескольких переменных, понадобились автору для того, чтобы получить основное уравнение релаксации:

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} = -\frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt} \qquad (2)$$

Известно, что релаксацией называется случай, когда деформация постоянна; т. е.

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \frac{\sigma}{E} = \mathrm{const}$$

Отсюда немедленно получается уравнение (2) в результате простого дифференцирования. Но И. А. Одинг сомневается в уравнении (2), он на стр. 1564 принимает его лишь как первое приближение, потому что многие авторы это уравнение рекомендуют. Те же сомнения повторяются в статье [2].

Но ведь дело вовсе не в уравнении (2), которое абсолютно точно и абсолютно бессодержательно, дело в той теории ползучести, которая принимается за основу для расчета кривой релаксации по кривым ползучести. Здесь приходится И. А. Одингу обратиться к Давенпорту [4]—построение кривой релаксации, данное в статье [1], ничем не отличается от построения по обычной теории старения. В следующей статье [2], вышедшей несколько позже, И. А. Одинг прямо ссылается на Давенпорта и дает расчет кривых релаксации уже по двум теориям: упрочнения и старения. Таким образом, вся предшествующая часть, связанная с рассуждениями об «актах упрочнения» и «разупрочнения», оказывается бесполезной, для фактических расчетов используются две старые теории, чисто феноменологического характера. Притом, как оказывается, эти рассуждения можно совместить как с той, так и с другой теорией, хотя в основе их лежат совершенно различные представления о механизме протекания процесса ползучести или релаксации.

В другой работе [5] И. А. Одинг прямо отправляется от уравнения, предложенного Надаи и формально объединяющего теории упрочнения и старения [6]. Это уравнение, следуя Надаи, автор записывает так:

$$d\sigma = \frac{\partial\sigma}{\partial t}\,dt + \frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon_p}\,d\varepsilon_p + \frac{\partial\sigma}{\partial v}\,dv \qquad \left(v = \frac{d\varepsilon_p}{dt}\right) \qquad (3)$$

Если уж принять за основу уравнение (3), так нужно считать, что $\partial\sigma/\partial t$, $\partial\sigma/\partial\varepsilon_p$ и $\partial\sigma/\partial v$ суть известные функции t, ε_p, v, а так как в каждом частном случае напряжение или деформация связаны дополнительным условием — функции какой-либо пары этих переменных. При этом, конечно, нужно считать, что уравнение (3) годится и для ползучести, и для реалаксации, и для других процессов. И. А. Одинг называет частные производные в формуле (3) «коэффициентами» и полагает

$$\frac{\partial\sigma}{\partial v} = \eta = \text{const}, \qquad \frac{\partial\sigma}{\partial t} = \frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon_p} = 0$$

Отсюда следует:

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon_p}{dt} \tag{4}$$

Это — уравнение Максвелла, предложенное в 1867 г. [7], многократно применявшееся для самых различных целей различными исследователями и непригодное для описания процессов ползучести металла, хотя бы потому, что уравнение (4) в случае ползучести дает постоянную скорость, пропорциональную напряжению. Это уравнение, противоречащее опыту и несовместимое ни с последующими, ни с предыдущими работами самого И. А. Одинга, совершенно формально прилагается к металлу и используется для вычисления константы, названной коэффициентом вязкости, но на самом деле лишенной всякого физического смысла. Из всего следует неожиданный вывод, который мы приводим целиком.

«Весьма интересна роль относительной упругой деформации в процессе пластической деформации металлов. То обстоятельство, что получение одинаковых скоростей пластической деформации обусловливается одинаковой для любого металла величиной относительной упругой деформации, показывает, что теория прочности Сен-Венана (теория наибольших деформаций) играет весьма существенную роль для случая деформации упруго-вязкого металла,— деформации, протекающей без упрочнения». До этой фразы не было сказано ни одного слова о прочности.

Вернемся к статье [1], названной автором «Релаксация и ползучесть металлов с учетом неоднородного распределения напряжений». Происхождение ее следующее.

И. А. Одинг разработал метод испытания на ползучесть и релаксацию кольцевых образцов. Этот метод изложен в статье [8]. Мы не будем останавливаться на критике ее в деталях, заметим только, что задача о неустановившейся ползучести стержня с криволинейной осью при чистом изгибе принципиально может быть решена на основе одной из существующих теорий, например, тех, которые были приведены выше. Фактическое решение этой задачи связано с большими трудностями, о которых можно составить представление хотя бы по работам Н. Н. Малинина [9] и Л.М. Качанова [10]. Опыты Одинга производятся над кольцевыми образцами; для них наибольшее напряжение, рассчитанное по формулам теории упругости, приблизительно постоянно во всех сечениях. Из этого отнюдь не следует, что то же самое будет иметь место в условиях ползучести.

Сравнение результатов испытаний на обычных цилиндрических образцах на растяжение и на кольцевых образцах на изгиб можно было бы использовать для проверки теории ползучести. Следовало бы, имея кривые ползучести для цилиндрических образцов, решать по различным теориям задачу о неустановившейся ползучести кольцевого образца при изгибе, притом решать в возможно точной постановке, чтобы не вносить дополнительных неизвестных факторов. Эта задача чрезвычайно сложна, но доступна численным методам анализа. В результате этих решений по разным теориям получились бы различные кривые, близость одной из них к опытной говорила бы о достоверности соответствующей теории. В случае больших расхождений, не находящих объяснения в методике эксперимента или возможной погрешности расчета, которую всегда можно оценить, следовало бы поставить существующие теории под сомнение и искать новые. Кстати, те теории, которые мы привели в начале статьи, не единственные и, на наш взгляд, не лучшие.

Иначе поступает И. А. Одинг. Не считаясь с тем, что при изгибе в условиях неустановившейся ползучести происходит перераспределение напряжений, вследствие чего увязка данных опыта на растяжение и опыта на изгиб, да еще при такой сложной конфигурации образца, как эксцентричное кольцо, может производиться только на основе той или иной механической теории, он делает совершенно произвольные предположения о распределении напряжений в сечении и принимает без всяких к тому оснований, что в процессе ползучести сохраняется постоянство наибольших напряжений по всем сечениям. На основе этих необоснованных гипотез, Одинг рассчитывает кривую зависимости деформации крайнего волокна от времени. Конечно, она сильно отличается от кривой ползучести, полученной из опыта на растяжение. Это объясняется прежде всего произвольностью и необоснованностью метода пересчета, который не выдерживает никакой критики. Это объясняется пренебрежением к механической теории. Решая задачу о переходе от ползучести к релаксации, Одинг не мог обойтись без такой теории, как мы показали выше. Так почему же можно обходиться без нее в задаче изгиба, когда происходит перераспределение напряжений, т. е. каждое «волокно» находится в условиях, промежуточных между условиями ползучести и релаксации? Вместо того, чтобы попытаться представить себе более отчетливо распределение напряжений и деформаций по сечениям кольцевого образца и применить к решению задачи изгиба более серьезные математические средства, автор заявляет, что процессы самодиффузии заставляют ползучесть протекать в условиях неоднородного напряженного состояния иначе, нежели тогда, когда напряженное состояние однородно.

Мы не будем вторгаться в область физики, поэтому можно выразить только недоумение по поводу замены градиента концентрации градиентом напряжения. Не разъясняют этого недоумения и рассуждения на стр. 1567; автор показывает здесь, что приток атомов в объем вызывает снижение деформации, но неужели же весь этот эффект связан с изменением объема? Как быть в том случае, когда напряженное состояние не связано с изменением объема, например, при кручении? В начале статьи говорится, что эффект неоднородности будет проявляться и при кручении, как же объяснить это с точки зрения самодиффузии?

Оставив на совести автора скачки в направлении растяжения и противоположном (если уже говорить о скачках, так не в направлении растяжения, а в направлении градиента напряжения, т. е. перпендикулярном), перейдем прямо к основному уравнению, описывающему «процесс разупрочнения путем самодиффузии»:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = L\,\frac{\partial\sigma}{\partial x}\,\mathrm{sh}\,a\,\sigma \tag{5}$$

Интеграл этого уравнения, соответствующий начальному упругому распределению напряжений, есть

$$\sigma = \sigma_* - \frac{2\sigma_*}{h}\,x - \frac{2\sigma_*\,L}{h}\,t\,\mathrm{sh}\,a\,\sigma \tag{6}$$

Здесь σ_*—напряжение в крайнем волокне при $t = 0$, как по объяснениям автора, так и по смыслу формулы (10).

При этом σ — это обычное механическое напряжение; следовательно, формула (6) должна соответствовать какому-то реальному случаю нагрузки стержня внешним моментом, случаю ползучести, релаксации или какому-то иному.

Автор не говорит, к какому именно случаю относится его уравнение. Но это не ползучесть, так как даваемое формулой (6) распределение напряжений не удовлетворяет статическому условию постоянства момента, это не релаксация, так как деформация крайнего волокна не постоянна. Далее в формуле (6) гиперболический синус разлагается в ряд, в результате получается

$$\sigma = \frac{\sigma_*}{1+pt}\left(1 - \frac{2x}{h}\right), \qquad \text{где} \qquad p = \mathrm{const} \tag{7}$$

Видно, что напряжения во всех точках сечения убывают в одном и том же отношении, закон распределения напряжений остается все время линейным, в том же отношении убывает изгибающий момент. Таким образом, если допустить на минуту, что уравнение „разупрочнения путем самодиффузии" верно, вытекающие из него формулы (6) и (7) относятся к какому-то совершенно искусственному случаю изгиба моментом, переменным во времени, но отнюдь не к ползучести и не к релаксации. Но эти формулы лишены физического и механического смысла, они получены в результате формальных и произвольных операций. Полагая в формуле (7) $x = 0$, автор получает

$$\sigma = \frac{\sigma_*}{1 + pt} \tag{8}$$

Это соотношение и кладется в основу всей дальнейшей «теории».

Так, для случая ползучести «при относительно малых напряжениях» пишется снова уравнение (2). С этим уравнением мы уже встречались, оно относится к случаю релаксации и для случая релаксации И. А. Одинг его применял, но вывод-то его по Одингу строится на анализе случая ползучести и теперь, наконец, оно применяется к случаю ползучести. В правую часть вставляется выражение (8) для σ и производится интегрирование. Окончательная формула получается следующей:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_*}{E} \frac{pt}{1 + pt} \tag{9}$$

Здесь σ_* — начальное напряжение, как отмечалось автором.

Задача о релаксации решается Одингом опять с помощью универсального уравнения (8), но соотношение (2) здесь не используется, а делается ссылка на «известный» факт, что скорость релаксации при данном времени пропорциональна напряжению.

В конце статьи сделано замечание о том, что выведенные уравнения начальных участков кривых релаксации и ползучести хорошо совпадают с экспериментальными данными. Если совпадение состоит в том, что все без исключения опытные точки (штук по двадцать пять) ложатся на кривую, оно действительно хорошее, даже слишком хорошее. Как обстоит дело по существу, видно из табл. 1, в которой приводятся коэффициенты уравнения (9), найденные в результате обработки кривых ползучести. При выводе под σ_* понималось напряжение изгиба, в таблице σ_* оказывается в три — пять раз больше, чем напряжение изгиба. Коэффициент p представляет произведение σ_* на постоянный множитель, значит для одного и того же материала при одинаковой температуре бо́льшим значениям σ_* соответствуют бо́льшие значения p. В той же таблице 1 приводятся данные для стали ЭИ-69 при 650°. Оказывается, если $\sigma = 8$, $\sigma_* = 20.9$, то $p = 0.0083$, а если $\sigma = 4$, $\sigma_* = 9.1$, $p = 0.0148$, т. е. зависимость получается как раз обратная. Таким образом, вся теория И. А. Одинга противоречит его же опытным данным.

Эта теория пытается объяснить как ползучесть, так и релаксацию. Подтверждением ее могло бы служить совпадение коэффициентов, определенных один раз из опыта на ползучесть, другой — из опыта на релаксацию. Но данные ползучести приводятся для сталей: ниобиевой, ЭИ-69 и 30ХН3М, данные релаксации — для Ст. 40. Таким образом, сравнивать здесь ничего нельзя. Тем не менее, в статье [2] имеется такая фраза: «С другой стороны, наши исследования показали [1], что для жаропрочных и конструкционных сортов стали начальные участки кривых ползучести и релаксации связываются между собой на базе гипотезы старения. Далее было установлено, что для жаропрочного сплава К-42-В зависимость между кривыми ползучести и релаксации можно установить при использовании гипотезы старения».

Как мы отметили, статья [1] не содержит сравнения кривых ползучести и релаксации, в статье же [2] вообще никаких опытных данных нет, нет также указаний, где можно найти упомянутые данные для сплава К-42-В.

В книге [3] буквально воспроизводится цитированная фраза, причем в конце, в части, относящейся к этому сплаву, делается ссылка на работу [2]. Таким образом у читателя книги, инженера или студента (она допущена как учебное пособие) создается ложное впечатление о том, что возможность рассчитывать кривую релаксации по теории старения проверена в статьях И. А. Одинга. На самом деле эта теория подтверждается лишь весьма сомнительными данными американской работы Трамплера [11].

Все рассмотренные работы И. А. Одинга носят характер чисто формальный, уравнения автора и выводы из этих уравнений не находятся ни в какой связи с теми физическими явлениями, которые автор пытается отобразить. И это не случайность. Большой цикл работ И. А. Одинга относится к усталости металлов. Для объяснения смягчения эффекта концентрации напряжений И. А. Одинг вводит квазинаучное понятие циклической вязкости и предлагает теорию, чисто формально заменяющую петлю гистерезиса при циклических нагрузках диаграммой идеальной пластичности и ширину петли гистерезиса условным допуском пластической деформации.

Вывод формулы, предназначенной для оценки снижения напряжений при переменных нагрузках вблизи источника концентрации [3], лишен логических оснований. В результате получается теория, резко противоречащая опытным данным. Действительной проверкой теории могло бы служить совпадение ширины петли гистерезиса, определенной прямым экспериментом, с шириной петли, рассчитанной по данным испытаний на усталость согласно теории И. А. Одинга. На самом же деле разница оказывается такой большой, что порядки величин совершенно различны. Известно, что для стали предел усталости ниже предела текучести и измерить петлю гистерезиса при напряжении, равном пределу усталости, с помощью экстензометра просто невозможно, слишком мала ширина этой петли. А в статье [12] И. А. Одинг для стали 15 получает ширину петли гистерезиса при пределе усталости, превышающей упругую деформацию в 3.25 раза. Изделия из такой стали не могут совершать упругих колебаний, т. к. рассеиваемая за цикл энергия превышает упругую энергию в 6.5 раза.

Не будем заниматься более подробным анализом работ И. А. Одинга по циклической вязкости,— приведенные примеры, относящиеся к статьям последних лет, достаточно хорошо характеризуют направление автора. Все это чрезвычайно далеко от физики, от действительного анализа внутренних процессов, обусловливающих явления ползучести или усталостного разрушения. Существует ряд фактов, которые пока еще не нашли исчерпывающего теоретического объяснения, но представляют огромную важность для практики, существует большой чисто эмпирический материал, который все время увеличивается, поскольку ведутся опытные исследования, направленные на разрешение конкретных задач производства. Этот материал нуждается в систематизации, обработка его представляет важную задачу науки, при проектировании пользуются и долго еще будут пользоваться формулами и закономерностями эмпирического происхождения, хорошо проверенными на опыте, отдавая им предпочтение перед сомнительными теоретическими выводами. Можно допустить, что формула (9) удовлетворительно воспроизводит начальный участок кривой ползучести, она, возможно, не хуже чем другие формулы, предлагающиеся для этой цели. Но тогда коэффициенты σ_* и p для данного материала при данной температуре должны быть функциями напряжения, эти функции следует найти из обработки опытных данных. Ничего подобного у И. А. Одинга нет; сначала казалось, что σ_* — это напряжение, потом выяснилось, что это коэффициент в формуле; сначала было написано, что p и σ_* пропорциональны, потом выяснилось, что, наоборот, они изменяются в противоположном смысле. Зачем же нужна эта формула, какой в ней практический смысл и какое она имеет отношение к процессам самодиффузии?

Изложенное позволяет заключить, что в рассмотренных работах И. А. Одинга имеют место не отдельные ошибки или заблуждения, которые можно исправить,— в данном случае речь идет о попытках построения теорий, либо лишенных содержания, либо далеких от действительной картины явления. Противоречие между его теориями и опытом обнаруживается при анализе даже тех данных, которые приводятся в статьях И. А. Одинга, и неоднократные заявления его о согласии между теориями и опытом лишены основания.

Ю. Н. Работнов

ЛИТЕРАТУРА

1. Одинг И. А. Релаксация и ползучесть металлов с учетом неоднородного распределения напряжения. Известия ОТН АН СССР. 1938. № 10. С. 1561—1575.
2. Одинг И. А. Анализ некоторых показателей прочности металлов при высокой температуре. Заводская лаборатория. 1948. № 11.
3. Одинг И. А. Основы прочности металлов паровых котлов, турбин и турбогенераторов. Госэнергоиздат. 1949.
4. Davenport. Journ. of Applied Mechanics. 1938. Vol. 60. P. A—56.
5. Одинг И. А. Интерпретация коэффициентов вязкости металлов. Известия ОТН АН СССР. 1947. № 12.
6. Надаи. Теория пластичности, сборник переводов. 1948.
7. Maxwell J. Philos. Trans. 1867. Vol. 157. P. 52.
8. Одинг И. А. Релаксация и ползучесть металлов. Вестник машиностроения. 1946. № 5—6, 7—8, 9—10.
9. Малинин Н. Н. Основы расчетов на ползучесть. Машгиз. 1948.
10. Качанов Л. М. Некоторые вопросы теории ползучести. ГТТИ. 1949.
11. Trumpler. Journ. of Applied Physics. 1941. Vol. 12. n° 3.
12. Одинг И. А. Метод определения циклической вязкости и применение его при расчетах концентраций напряжений. Вестник машиностроения. 1948. № 1.

Ф. Б. Нельсон-Скорняков. Фильтрация в однородной среде, второе издание. Изд. Советская наука. М. 1949. Стр. 558.

Второе издание книги Ф. Б. Нельсон-Скорнякова «Фильтрация в однородной среде» значительно превышает по объему первое издание этой книги. В то время как первое издание содержало 279 стр., объем второго издания составляет 568 стр. Это увеличение получилось за счет включения в нее математического введения, а также математических дополнений и таблиц. Этот материал, по мнению автора, должен облегчить широким кругам студентов, инженеров и научных работников решение задач теории фильтрации. Кроме того, автор сделал некоторые добавления к своим работам, а также ввел в книгу задачи по фильтрации, решенные другими лицами. Обычно второе издание книги бывает лучше первого. Этого отнюдь нельзя сказать о рассматриваемой книге.

Ф. Б. Нельсон-Скорняков рассматривает некоторые искусственные схемы фильтрации в грунте бесконечной глубины, для которых получается простого вида решение, а именно: случай горизонтального верхового откоса и случай «почти вертикального», как его называет автор, верхового откоса. Уравнение этого «почти вертикального» откоса выражается через гиперболический синус и этот откос представляет в сущности одну из эквипотенциалей первого случая — горизонтального откоса, а именно ту эквипотенциаль, которая проходит через середину кривой депрессии. При этом уравнения, выражающие зависимость z от w (т. е. комплексного потенциала), содержат синус в квадрате в первом случае и синус в первой степени во втором случае. Автор берет семейство функций $z = f(w)$, содержащих синус в любой степени, заключающейся между единицей и двумя, и получает таким образом семейство криволинейных верховых откосов с соответствующим семейством поверхностей депрессии. Это было помещено в первом издании. При этом автор говорит, что для плотины с любым очертанием напорного откоса свободная поверхность расположится между кривыми для его двух случаев.